Sommaire

Page 1 :	**88P83**	**Equations avec des quotients**
Page 2 :	**89P83 & 90P83**	**Equations avec des quotients**
Page 3 :	**91P83**	**Equations avec des quotients**
Page 4 & 5 :	**inventé en classe**	**Equations avec des quotients**
Page 6 :	**inventé**	**quotients + Thalès**
Page 7	**132P88**	**équation produit**
Page 8	**133P88c) et d)**	**équation produit**
Page 9	**inventé (visio conf) 4P133**	**Comparaison/vecteurs**
Page 10	**117,118 P133**	**vecteurs**
Page 11	**119, 105P133**	**vecteurs**
Page 12	**106, 120P133**	**vecteurs**
Page 13	**123P133**	**vecteurs**
Page 14	**124P133**	**vecteurs**
Pages 15&16	**inventé en classe 3&4**	**vecteurs**

Exercice 88P83

a.

$$\frac{2x+1}{3x-1}=0$$

Recherche des valeurs interdites

$3x-1=0 \Leftrightarrow 3x=1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$

Ainsi le domaine d'étude est $D_e=\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{3}\right\}$

Sur D_e on a :

$\frac{2x+1}{3x-1}=0 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{3x-1}(3x-1)=0(3x-1)$ (voir remarque)

$\Leftrightarrow (2x+1)=0$

$\Leftrightarrow 2x=-1$

$\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$

Or $-\frac{1}{2}$ n'est pas une valeur interdite et donc on peut la garder $S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

Remarque : on a pu se permettre de multiplier à gauche et à droite par $(3x-1)$ seulement parce qu'on sait que cette expression est non nulle (vu qu'on est dans D_e)

b.

$$\frac{(x-1)(2x+3)}{x+2}=0$$

Recherche des valeurs interdites
$x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$
Ainsi le domaine d'étude est $D_e=\mathbb{R}-\{-2\}$
Sur D_e on a :
$\frac{(x-1)(2x+3)}{x+2}=0$
$\Leftrightarrow \frac{(x-1)(2x+3)}{x+2}(x+2)=0(x+2)$
$\Leftrightarrow (x-1)(2x+3)=0$
$\Leftrightarrow x-1=0$ ou$2x+3=0$ (équation produit nul)
$\Leftrightarrow x=1$ ou $2x=-3$
$\Leftrightarrow x=1$ou$x=-\frac{3}{2}$
Aucune de ces deux solutions n'est une valeur interdite dont je peux les garder
$S=\left\{1;-\frac{3}{2}\right\}$

Exercice 89 P83

$$\frac{3x}{2x+1}+x=0$$

1) Recherche de la valeur interdite :
$2x+1=0 \Leftrightarrow 2x=-1 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$
Le domaine d'étude est donc $D_e=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$
2) $\frac{3x}{2x+1}+x=\frac{3x}{2x+1}+\frac{x(2x+1)}{2x+1}=\frac{3x+x(2x+1)}{2x+1}=\frac{3x+2x^2+x}{2x+1}$
$=\frac{4x+2x^2}{2x+1}$
3) sur D_e :
$\frac{3x}{2x+1}+x=0 \Leftrightarrow \frac{4x+2x^2}{2x+1}=0 \Leftrightarrow \frac{4x+2x^2}{2x+1}(2x+1)=0(2x+1)$
$\Leftrightarrow 4x+2x^2=0 \Leftrightarrow x(4+2x)=0$
$\Leftrightarrow x=0$ ou $4+2x=0$ (équation produit nul)
$\Leftrightarrow x=0$ ou $2x=-4$
$\Leftrightarrow x=0$ ou $x=-2$
Aucune de ces deux solutions n'est une valeur interdite donc elles sont toutes deux acceptables : $S=\{0;-2\}$

90P83

$$\frac{4x+2}{2x-1}=0$$

Recherche des valeurs interdites
$2x-1=0 \Leftrightarrow 2x=1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

Le domaine de définition est donc $D_e = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$
Sur D_e on a :
$\frac{4x+2}{2x-1} = 0 \Leftrightarrow \frac{4x+2}{2x-1}(2x-1) = 0(2x-1)$
$\Leftrightarrow 4x + 2 = 0$
$\Leftrightarrow 4x = -2$
$\Leftrightarrow x = -\frac{2}{4} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$
Cette solution n'est pas une valeur interdite donc je peux la garder, ainsi $S = \left\{\frac{-1}{2}\right\}$
b.
$\frac{4}{x-1} - \frac{2}{3-2x} = 0$
Recherche des valeurs interdites
$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$
$3 - 2x = 0 \Leftrightarrow 3 = 2x \Leftrightarrow \frac{3}{2} = x$
Le domaine de définition est donc $D_e = \mathbb{R} - \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$
Sur D_e on a :
$\frac{4}{x-1} - \frac{2}{3-2x} = 0$
$\Leftrightarrow (x-1)(3-2x)\left(\frac{4}{x-1} - \frac{2}{3-2x}\right) = 0(x-1)(3-2x)$
$\Leftrightarrow (x-1)(3-2x)\frac{4}{x-1} - (x-1)(3-2x)\frac{2}{3-2x} = 0$
$\Leftrightarrow 4(3-2x) - (x-1)2 = 0$
$\Leftrightarrow 12 - 8x - (2x-2) = 0$
$\Leftrightarrow 12 - 8x - 2x + 2 = 0$
$\Leftrightarrow 14 - 10x = 0$
$\Leftrightarrow 14 = 10x$
$\Leftrightarrow \frac{14}{10} = x$ or 1,4 n'est pas une valeur interdite donc on peut la garder.

Exercice 91P83
a)
$\frac{2x-1}{x} = \frac{2x+5}{x+1}$
Recherche des valeurs interdites
$x = 0$
$x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$
Le domaine de définition est donc $D_e = \mathbb{R} - \{-1; 0\}$
Sur D_e on a :
$\frac{2x-1}{x} = \frac{2x+5}{x+1} \Leftrightarrow (2x-1)(x+1) = x(2x+5)$
$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - x - 1 = 2x^2 + 5x$
$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 2x^2 - 5x = 1$

$\Leftrightarrow -4x = 1$
$\Leftrightarrow x = \frac{1}{-4}$
Or cette solution n'est pas une valeur interdite donc je peux la garder et ainsi $S = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$
b)
$\frac{3x-1}{x-2} = -2$
Recherche des valeurs interdites
$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$
Le domaine de définition est donc $D_e = \mathbb{R} - \{2\}$
Sur D_e on a :
$\frac{3x-1}{x-2} = -2 \quad \Leftrightarrow \frac{3x-1}{x-2} = \frac{-2}{1}$
$\Leftrightarrow (3x-1)1 = (x-2)(-2)$
$\Leftrightarrow 3x - 1 = -2x + 4$
$\Leftrightarrow 3x + 2x = 1 + 4$
$\Leftrightarrow 5x = 5 \Leftrightarrow x = 1$
Or 1 n'est pas une valeur interdite et donc on peut garder cette solution $S = \{1\}$

Exercice inventé en classe n°1
Résoudre les équations suivantes :
1) $\frac{7x+3}{2x-5} = \frac{2}{3}$ 2) $\frac{7-13x}{2+7x} = 8$ 3) $\frac{5}{7x+3} = \frac{2}{x}$ 4) $\frac{4-x}{5+2x} = \frac{4}{3}$

Solutions :
1) résolution de $\frac{7x+3}{2x-5} = \frac{2}{3}$
Recherche des valeurs interdites :
$$2x - 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$$
Ainsi le domaine de définition est :
$$D_e = \mathbb{R} - \left\{\frac{5}{2}\right\}$$
Sur D_e , $\frac{7x+3}{2x-5} = \frac{2}{3}$
$\Leftrightarrow \frac{7x+3}{2x-5} \times 3 \times (2x-5) = \frac{2}{3} \times 3 \times (2x-5)$ (voir remarque)
$\Leftrightarrow 3(7x+3) = 2(2x-5)$
$\Leftrightarrow 21x + 9 = 4x - 10$
$\Leftrightarrow 21x + 9 - 4x - 9 = 4x - 10 - 4x - 9$
$\Leftrightarrow 21x - 4x = -10 - 9$
$\Leftrightarrow 17x = -19$
$\Leftrightarrow \frac{17x}{17} = -\frac{19}{17}$

$\Leftrightarrow x = -\frac{19}{17}$
Or $-\frac{19}{17} \in D_e$ donc je peux la garder et on a : $S = \left\{\frac{-19}{17}\right\}$

Remarque :
Attention je n'ai le droit de faire cette multiplication que parce que je sais que le facteur $(2x-5)$ est non nul (je le sais car je suis sur D_e un ensemble qui ne contient justement pas la seule valeur permettant d'annuler ce facteur.

2)
résolution de $\frac{7-13x}{2+7x} = 8$
Recherche des valeurs interdites :

$$2 + 7x = 0 \Leftrightarrow 7x = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{7}$$

Ainsi le domaine de définition est :

$$D_e = \mathbb{R} - \left\{-\frac{2}{7}\right\}$$

Sur D_e , $\frac{7-13x}{2+7x} = 8$
$\Leftrightarrow \frac{7-13x}{2+7x}(2+7x) = 8(2+7x)$
$\Leftrightarrow 7 - 13x = 8(2+7x)$
$\Leftrightarrow 7 - 13x = 16 + 56x$
$\Leftrightarrow 7 - 13x + 13x - 16 = 16 + 56x + 13x - 16$
$\Leftrightarrow 7 - 16 = 56x + 13x$
$\Leftrightarrow -9 = 69x$
$\Leftrightarrow -\frac{9}{69} = \frac{69x}{69}$
$\Leftrightarrow -\frac{9}{69} = x$
Or $-\frac{9}{69} \neq -\frac{2}{7}$ donc $-\frac{9}{69} \in D_e$
Ainsi la solution est acceptable $S = \left\{-\frac{9}{69}\right\}$

3)

$$\frac{5}{7x+3} = \frac{2}{x}$$

Recherche des valeurs interdites :

- $7x + 3 = 0 \Leftrightarrow 7x = -3 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{7}$
- $x = 0$ (rien à faire)

Ainsi $D_e = \mathbb{R} - \left\{-\frac{3}{7} ; 0\right\}$
Sur D_e, $\frac{5}{7x+3} = \frac{2}{x} \Leftrightarrow \frac{5}{7x+3}x(7x+3) = \frac{2}{x}x(7x+3)$
$\Leftrightarrow 5x = 2(7x+3)$

$\Leftrightarrow 5x = 14x + 6$
$\Leftrightarrow 5x - 5x - 6 = 14x + 6 - 5x - 6$
$\Leftrightarrow -6 = 9x$
$\Leftrightarrow -\frac{6}{9} = x$
Or $-\frac{6}{9} \neq -\frac{3}{7}$ et $-\frac{6}{9} \neq 0$ donc $-\frac{6}{9} \in D_e$
Ainsi $S = \left\{-\frac{6}{9}\right\} = \left\{-\frac{2}{3}\right\}$

4)

$$\frac{4-x}{5+2x} = \frac{4}{3}$$

recherche des valeurs interdites
$5 + 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$
Le domaine d'étude sera donc $D_e = \mathbb{R} - \left\{-\frac{5}{2}\right\}$
$Sur\, D_e$ *on aura*
$\frac{4-x}{5+2x} = \frac{4}{3}$
$\Leftrightarrow$
$\frac{4-x}{5+2x}(5+2x) = \frac{4}{3}(5+2x)$
$\Leftrightarrow 4 - x = \frac{4}{3}(5+2x)$
$\Leftrightarrow 3(4-x) = 3\frac{4}{3}(5+2x)$
$\Leftrightarrow 12 - 3x = 4(5+2x)$
$\Leftrightarrow 12 - 3x = 20 + 8x$
$\Leftrightarrow 12 - 20 = 8x + 3x$
$\Leftrightarrow -8 = 11x$
$\Leftrightarrow -\frac{8}{11} = x$
or $-\frac{8}{11}$ n'est pas une valeur interdite , je peux donc la garder et donc $S = \left\{-\frac{8}{11}\right\}$

Exercice inventé en classe n°2 synthèse
Soit RST un triangle et (UV) une droite parallèle à (ST) coupant (RS) en V et (RT) en U.
On pose $RV = 3, VS = y, RU = x$ et $UT = 5$
Déterminer les valeurs de x et y

Solution

On a $(VU)//(ST)$, $V \in (RS)$ et $U \in (RT)$ donc d'après le théorème de Thalès on a :
$\frac{RV}{RS} = \frac{RU}{RT} = \frac{UV}{ST} \Leftrightarrow \frac{3}{3+y} = \frac{x}{x+5} = \frac{6}{10}$
Et donc plus particulièrement on a :
$\frac{3}{3+y} = \frac{6}{10}$

Recherche des valeurs interdites : $3 + y = 0 \Leftrightarrow y = -3$
Ainsi $D_e = \mathbb{R} - \{-3\}$
Sur D_e on a $\frac{3}{3+y} = \frac{6}{10} \Leftrightarrow \frac{3}{3+y}(3+y)10 = \frac{6}{10}(3+y)10$
$\Leftrightarrow 30 = 6(3+y) \Leftrightarrow 30 = 18 + 6y \Leftrightarrow 30 - 18 = 6y$
$\Leftrightarrow 12 = 6y \Leftrightarrow 2 = y$ (acceptable car non interdite)

$\frac{x}{x+5} = \frac{6}{10}$

Recherche des valeurs interdites : $x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$
Ainsi $D_e = \mathbb{R} - \{-5\}$
Sur D_e on a $\frac{x}{x+5} = \frac{6}{10} \Leftrightarrow \frac{x}{x+5}10(x+5) = \frac{6}{10}10(x+5)$
$\Leftrightarrow 10x = 6(x+5) \Leftrightarrow 10x = 6x + 30$
$\Leftrightarrow 10x - 6x = 30 \Leftrightarrow 4x = 30 \Leftrightarrow x = \frac{30}{4}$
(Acceptable car non interdite)

$(5 - 13x)(7 + 11x) = 0$ (E)
Je reconnais une équation produit nul, or un produit est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul ainsi
(E)$\Leftrightarrow (5 - 13x) = 0$ ou $(7 + 11x) = 0$
$\Leftrightarrow 5 = 13x$ ou $11x = -7$
$\Leftrightarrow \frac{5}{13} = x$ ou $x = -\frac{7}{11}$

Exercice 132P88

a)
$x^2 + 6x + 9 = 2(x+3)(x+7)$
$\Leftrightarrow (x+3)^2 = 2(x+3)(x+7)$
$\Leftrightarrow (x+3)(x+3) - 2(x+3)(x+7) = 0$
$\Leftrightarrow (x+3)[(x+3) - 2(x+7)] = 0$
$\Leftrightarrow (x+3)[x + 3 - (2x + 14)] = 0$
$\Leftrightarrow (x+3)[x + 3 - 2x - 14] = 0$
$\Leftrightarrow (x+3)[-x - 11] = 0$
$\Leftrightarrow x + 3 = 0$ ou $-x - 11 = 0$ (équation produit nul)
$\Leftrightarrow x = -3$ ou $-11 = x$
$S = \{-3; -11\}$

Pour info développer eut été une catastrophe :
$x^2+6x+9=2(x+3)(x+7)$
$\Leftrightarrow\ x^2+6x+9=2(x^2+7x+3x+21)$
$\Leftrightarrow x^2+6x+9=2x^2+20x+42$
$\Leftrightarrow 9-42=2x^2-x^2+20x-6x$
$\Leftrightarrow -33=x^2+14x$ et là on ne sait plus quoi faire

b)
$2x^2+12=30$
$\Leftrightarrow 2x^2=30-12$
$\Leftrightarrow 2x^2=18$
$\Leftrightarrow x^2=9$
$\Leftrightarrow x^2-3^2=0$
$\Leftrightarrow (x-3)(x+3)=0$
$\Leftrightarrow x-3=0$ ou $x+3=0$
$\Leftrightarrow x=3$ ou $x=-3$
$S=\{-3;3\}$

c)
$2x(x^2-4)=x^2-4$
$\Leftrightarrow 2x(x^2-4)-1(x^2-4)=0$
$\Leftrightarrow (2x-1)(x^2-2^2)=0$
$\Leftrightarrow (2x-1)(x-2)(x+2)=0$
$\Leftrightarrow 2x-1=0$ ou $x-2=0$ ou $x+2=0$
$\Leftrightarrow 2x=1$ ou $x=2$ ou $x=-2$
$\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ ou $x=2$ ou $x=-2$
$S=\left\{\frac{1}{2};2;-2\right\}$

Exercice 133P88
b)
$\frac{2}{x}+\frac{3}{2-x}=\frac{5x}{2-x}$
Recherche des valeurs interdites :
$x=0$
$2-x=0 \Leftrightarrow 2=x$
Ainsi $D_e=\mathbb{R}-\{0;2\}$
Sur D_e on a : $\frac{2}{x}+\frac{3}{2-x}=\frac{5x}{2-x}$
$\Leftrightarrow x(2-x)\left(\frac{2}{x}+\frac{3}{2-x}\right)=x(2-x)\frac{5x}{2-x}$

$\Leftrightarrow x(2-x)\frac{2}{x} + x(2-x)\frac{3}{2-x} = x5x$
$\Leftrightarrow (2-x)2 + x3 = x5x$
$\Leftrightarrow 4 - 2x + 3x = 5x^2$
$\Leftrightarrow 4 + x = 5x^2 \Leftrightarrow 0 = 5x^2 - x - 4$
Il y a une solution évidente : 1
Pour l'autre ???

d.
$4x^3 + 9x = 12x^2$
$\Leftrightarrow 4x^3 - 12x^2 + 9x = 0$
$\Leftrightarrow x(4x^2 - 12x + 9) = 0$
$\Leftrightarrow x((2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2) = 0$
$\Leftrightarrow x(2x-3)^2 = 0$
$\Leftrightarrow x(2x-3)(2x-3) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $(2x-3) = 0$ ou $(2x-3) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $2x - 3 = 0$ (on vient d'éliminer l'équation redondante.
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $2x = 3$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \frac{3}{2}$
$S = \left\{0; \frac{3}{2}\right\}$

Comparaison (visio conf)
soit a et b deux réels

on pose $A = 3a^2 - 5ab + 2b^2$

$B = 2a^2 - 3ab + b^2$

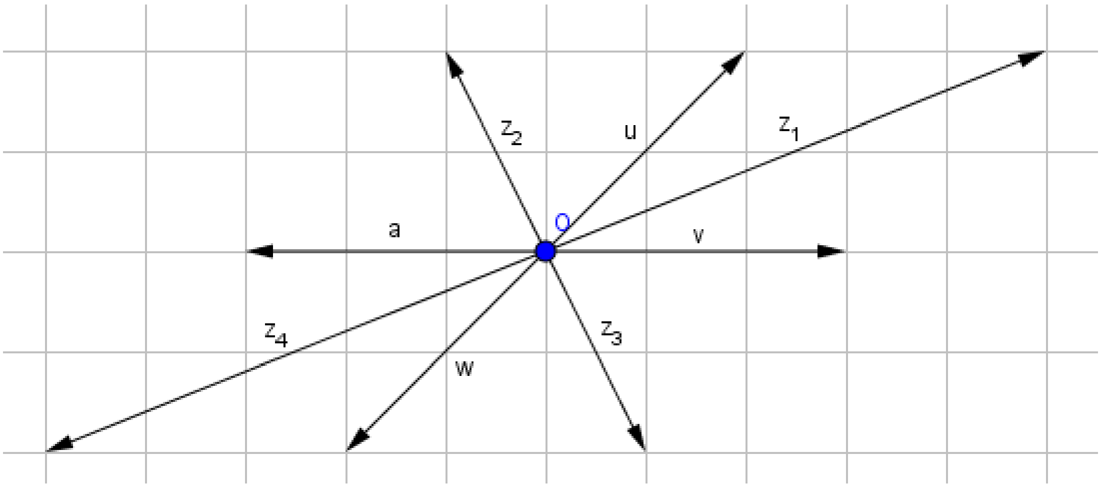
$A - B$

$= (3a^2 - 5ab + 2b^2) - (2a^2 - 3ab + b^2)$

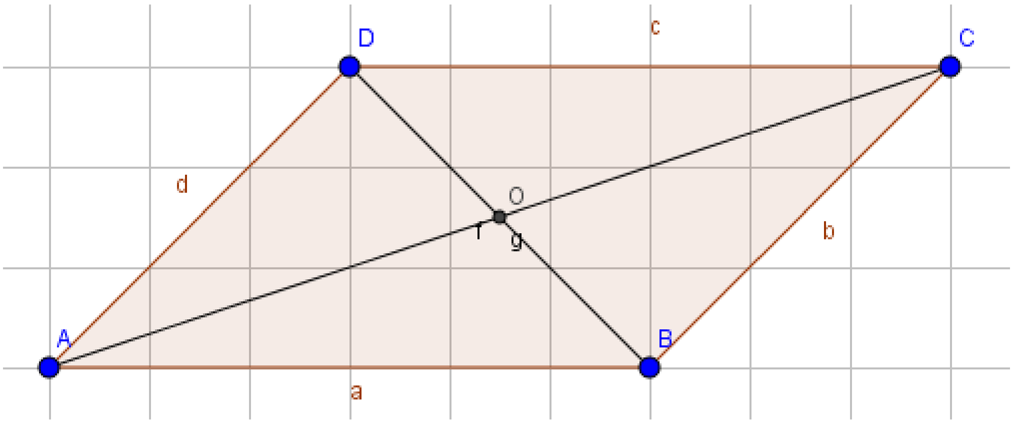
$= 3a^2 - 5ab + 2b^2 - 2a^2 + 3ab - b^2$
$= a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
or un carré étant toujours positif ou nul on aura : $(a-b)^2 \geq 0$
ainsi $A - B \geq 0 \Leftrightarrow A \geq B$

Exercice 4P133

Attention géogébra ne met pas de flèche au-dessus des noms de vecteurs, donc vous devez les rajouter dans votre tête et sur votre figure.
De plus ne pouvant nommer un vecteur $-\vec{u}$ ou $-\vec{v}$ le logiciel a renommé ceux-ci respectivement w et a



Exercice 117P148



1) O étant le milieu de [AC] on aura : $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

2) comme ABCD est un parallélogramme $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ et donc comme $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ on aura : $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

3) comme ABCD est un parallélogramme $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA}$

comme ABCD est un parallélogramme $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$ et donc :

$\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$

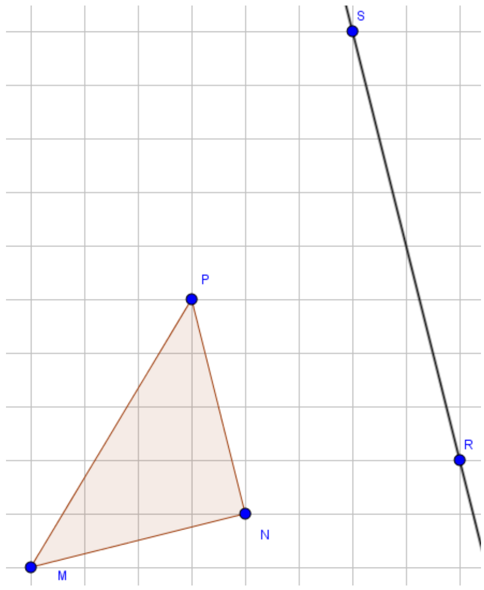
et donc comme O est le milieu de [DB] , on aura

$\overrightarrow{DO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$

ainsi $\overrightarrow{DO} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

Exercice 118P149

1)

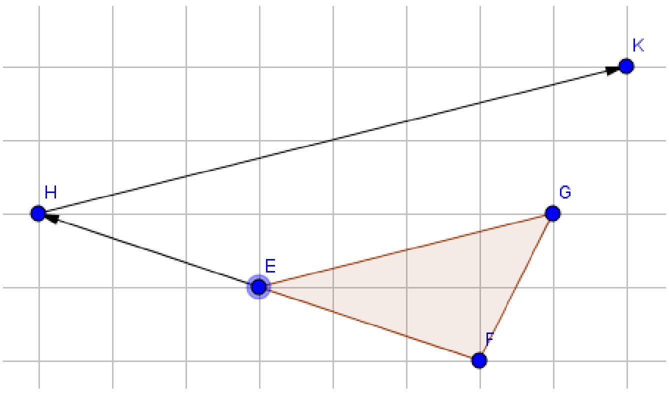


2) R étant le symétrique de M par rapport à N on aura N milieu de [RM] et donc $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MR}$

nous on veut $\overrightarrow{RM}$ en fonction de $\overrightarrow{MN}$ donc je dois

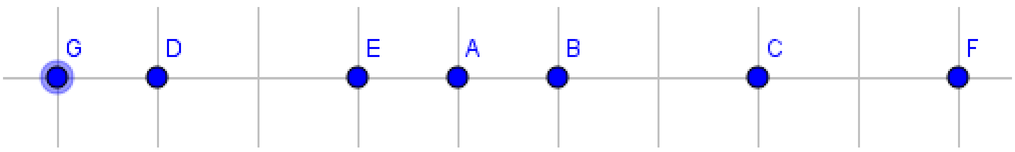
isoler le vecteur à droite : $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MR}$
donc $-2\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{MR}$ donc $-2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{RM}$ ou encore $\overrightarrow{RM} = -2\overrightarrow{MN}$.
3)a. de la même manière on peut établir que $\overrightarrow{MS} = 2\overrightarrow{MP}$
$\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RM} + \overrightarrow{MS} = -2\overrightarrow{MN} + 2\overrightarrow{MP} = 2\left(-\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP}\right) = 2\left(\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MP}\right) = 2\left(\overrightarrow{NP}\right)$
b. comme $\overrightarrow{RS} = 2\overrightarrow{NP}$ on peut dire que les vecteurs $\overrightarrow{NP}$ et $\overrightarrow{RS}$ sont colinéaires et donc les droites $(NP) et\ (RS)$ sont parallèles.

Exercice 119P149



1)
2) $\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EH}$ or $\overrightarrow{EH} = -\overrightarrow{EF}$ donc
$\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{FE} + \left(-\overrightarrow{EF}\right) = \overrightarrow{FE} + \left(\overrightarrow{FE}\right)$
$= 2\overrightarrow{FE}$
3) $\overrightarrow{FK} = \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{HK} = 2\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{HK}$
(d'après 2))
$= 2\overrightarrow{FE} + 2\overrightarrow{EG}$ (d'après l'énoncé)
$= 2\left(\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EG}\right) = 2\overrightarrow{FG}$
4) $\overrightarrow{FK} = 2\overrightarrow{FG}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{FG}$ et $\overrightarrow{FK}$ sont colinéaires et donc (FG) et (FK) sont parallèles, or ces droites passant toutes deux par F, elles seront confondues. Les points F, G et K sont alignés. De plus vu le sens des vecteurs et leurs normes relatives on peut dire que G est le milieu de [FK]
Remarque :
on pouvait plus rapidement dire $\overrightarrow{FK} = 2\overrightarrow{FG}$ donc G est le milieu de [FK] et donc G, F et K sont alignés.

Exercice 105P148



1. $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$ 2. $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{GA}$ 3. $\overrightarrow{CE} = -\frac{4}{5}\overrightarrow{GB}$
4. $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{6}\overrightarrow{DC}$ 5. $\overrightarrow{GD} = \frac{1}{-8}\overrightarrow{FD}$ 6. $\overrightarrow{GE} = \frac{3}{-8}\overrightarrow{FD}$

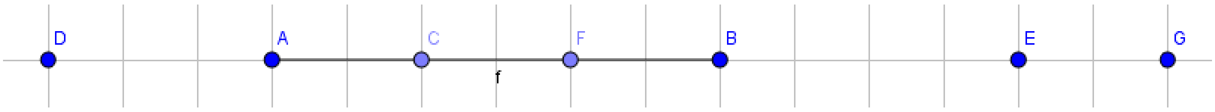
$\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{AB}$ donc $\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$ et $\frac{1}{4}\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{AB}$ donc $\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{GA}$
donc $3\frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = 3\frac{1}{4}\overrightarrow{GA}$ donc $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{GA}$

Proposition de méthode, si intuitivement ça n'est pas évident pour vous :
Pour gérer le 6 par exemple
On peut se ramener à un carreau vers la droite :
$\overrightarrow{GE} = 3\overrightarrow{AB}$ car $\overrightarrow{GE}$ fait trois carreaux dans le même sens que $\overrightarrow{AB}$
$\overrightarrow{FD} = -8\overrightarrow{AB}$ car $\overrightarrow{FD}$ fait huit carreaux dans le sens contraire de celui de $\overrightarrow{AB}$
Puis on isole le vecteur de référence $\overrightarrow{AB}$
$\frac{1}{3}\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{AB}$ et $\frac{1}{-8}\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{AB}$
On fusionne les égalité et on isole le vecteur à exprimer (celui de gauche)
$\frac{1}{3}\overrightarrow{GE} = \frac{1}{-8}\overrightarrow{FD}$ et donc $\overrightarrow{GE} = 3\frac{1}{-8}\overrightarrow{FD} \Leftrightarrow \overrightarrow{GE} = \frac{3}{-8}\overrightarrow{FD}$

Méthode rapide :

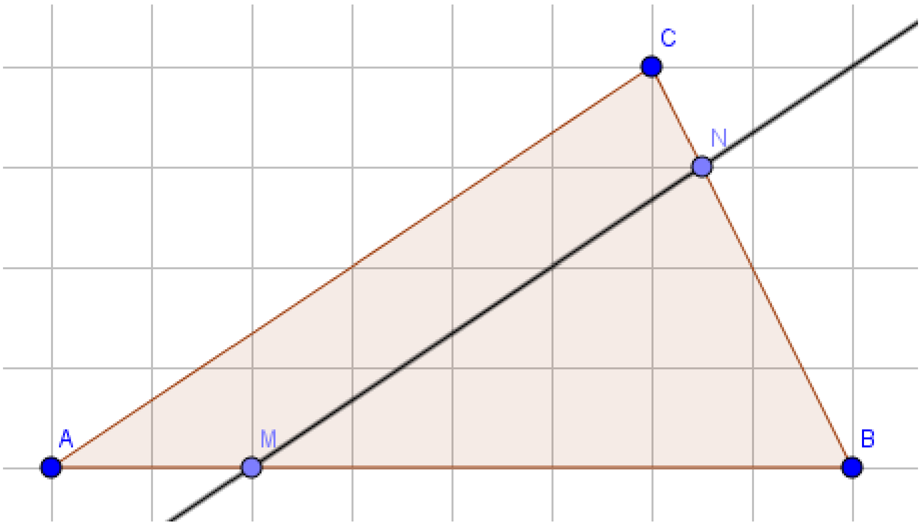
- on divise le nombre de carreaux du premier vecteur par le nombre de carreaux du second,
- on met un moins s'ils vont dans des sens différents, sinon on a un coefficient positif.

Exercice 106P148



6. le point H vérifie $\overrightarrow{HD} = \frac{7}{2}\overrightarrow{CB}$
$\overrightarrow{CB}$ ayant pour norme 4 carreaux et $\frac{7}{2}4 = 14$ on aura $\overrightarrow{HD}$ qui mesurera 14 carreaux
Le coefficient étant positif les deux vecteurs seront de même sens, or $\overrightarrow{CB}$ va vers la droite donc aller de H vers D c'est aller vers la droite, ainsi H est 14 carreaux avant D , c'est-à-dire 14 carreaux à gauche de D.

Exercice 120P148



2. $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM}$ (la seule information dans l'énoncé sur le point M est $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ donc si on doit utiliser la relation de chasles il y a de fortes chances que ça soit en A, car ça nous permet de faire apparaitre le vecteur $\overrightarrow{AM}$ comme $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ on aura $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$

Nous on veut exprimer $\overrightarrow{BM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ donc si le deuxième vecteur est parfait le premier lui est légèrement problématique $\overrightarrow{BA}$ n'est pas le vecteur voulu, mais on n'en est pas loin, en effet $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$ ainsi :

$\overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$

3.

Pour montrer que $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, il nous faut montrer que je peux passer de l'un à l'autre en multipliant par une constante.

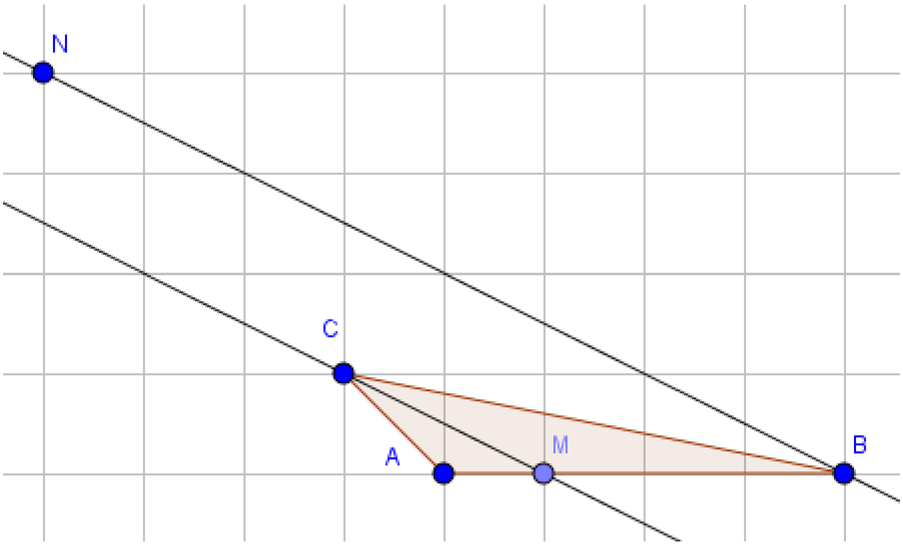
$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN} = -\overrightarrow{BM} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} = -\left(-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}\right) + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$$
$$= \frac{3}{4}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

Ainsi $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires

4.

On peut déduire de ce qui précède que les droites (MN) et (AC) sont parallèles.

Exercice 123P149



2a. $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$

2b. $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

3. On veut montrer que les droites (BN) et (CM) sont parallèles, autrement dit que $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{BN}$ sont colinéaires, autrement dit on peut passer d'un vecteur à l'autre en multipliant par une constante

Regardons les résultats précédents et regardons si le coefficient pour passer d'un vecteur à l'autre n'est pas évident :

Dans $\overrightarrow{CM}$ le coefficient de $\overrightarrow{AC}$ est -1 alors que dans $\overrightarrow{BN}$ il est de 4

Dans $\overrightarrow{CM}$ le coefficient de $\overrightarrow{AB}$ est $\frac{1}{4}$ alors que dans $\overrightarrow{BN}$ il est de -1

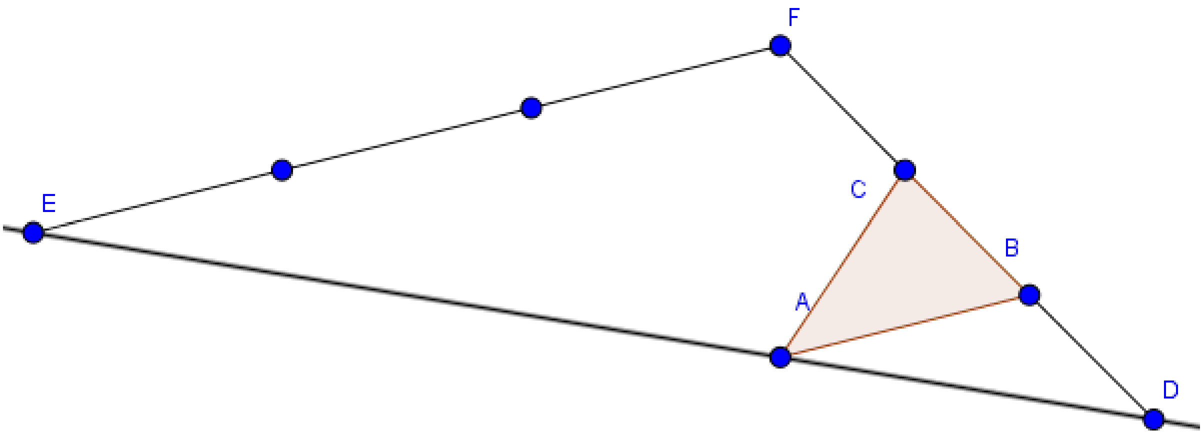
Dans les deux cas on passe du premier coefficent au second en multipliant par -4

$-4\overrightarrow{CM} = -4\left(-\overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}\right) = -4(-\overrightarrow{AC}) - 4\left(\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}\right) = 4\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BN}$

Ainsi $\overrightarrow{BN} = -4\overrightarrow{CM}$

Les vecteur sont donc colinéaires et donc parallèles , ainsi (BN)//(CM)

Exercice 124P149



2a. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$

b. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$

$= \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CB}$

$= \overrightarrow{AC} + 2(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB})$

$= \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AB}$

$= \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB}$

$= 2\overrightarrow{AB} - 1\overrightarrow{AC}$

c. $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE}$

$= \overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{BC} - 3\overrightarrow{AB})$ voir définition du point E dans la consigne

$= \overrightarrow{AC} + \left((\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) - 3\overrightarrow{AB}\right)$

$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC - 3AB}$

$= 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AB}$

$= 2\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{AB}$

3) je sais que $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} - 1\overrightarrow{AC}$ et que $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{AB}$

(on a exprimé les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$) donc $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{AB} = -2\left(2\overrightarrow{AB} - 1\overrightarrow{AC}\right) = -2\overrightarrow{AD}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont donc colinéaires et donc (AD) et (AE) sont parallèles or ces droites passent toutes deux par le point A, elles sont donc confondues, et donc A, D et E sont aligné.

Exercice inventé en classe n°3

Soit A et B deux points distants de 6 carreaux, et C un point vérifiant : $\overrightarrow{CA} - 4\overrightarrow{CB} = \vec{0}$

1) Exprimer $\overrightarrow{BC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$
2) Placer le point C.

Exercice inventé en classe n°4

Soit A et B deux points distants de 5 carreaux, et C un point vérifiant : $2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{BC} = \vec{0}$

1) Exprimer $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$
2) Placer le point C.

Soit D un point tel $6\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$

3) Exprimer $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$
4) Placer le point D.

Correction Exercice 3

Soit A et B deux points distants de 6 carreaux, et C un point vérifiant : $\overrightarrow{CA} - 4\overrightarrow{CB} = \vec{0}$

1) Exprimer $\overrightarrow{BC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$

On sait que $\overrightarrow{CA} - 4\overrightarrow{CB} = \vec{0}$

On ne veut avoir que les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AB}$ donc il va falloir s'occuper des deux vecteurs de cette expression.

$\overrightarrow{CB}$ n'est pas très problématique, en effet ce n'est rien d'autre que l'opposé de $\overrightarrow{BC}$ (autrement dit $\overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC}$)

Par contre pour $\overrightarrow{CA}$ il n'est assimilable à aucun des deux vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AB}$

Je remarque toute fois que C et A les lettres le formant sont dans les deux vecteurs que l'on veut avoir, et que ceux-ci contiennent la lettre B. On va injecter la lettre B pour casser le vecteur $\overrightarrow{CA}$, ainsi $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{CA} - 4\overrightarrow{CB} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{BC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \quad -\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{BC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \quad 3\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$$

On remarque que l'on a $\overrightarrow{BA}$ alors qu'on veut avoir $\overrightarrow{AB}$ son opposé

$$\Leftrightarrow \quad 3\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow \quad 3\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$$
$$\Leftrightarrow \quad \overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

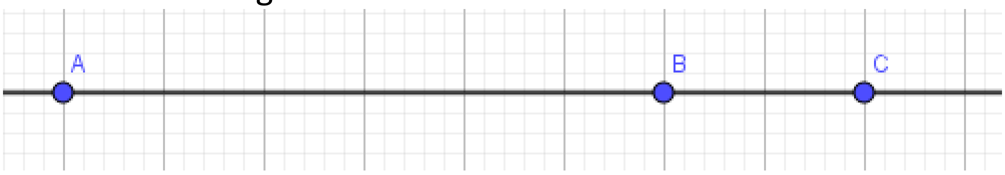
2) Placer le point C.

Pour placer le point j'analyse l'égalité précédente : $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, les vecteurs sont colinéaires donc parallèles donc C est sur la parallèle à (AB) passant par B , autrement dit sur la droite AB.

Le coefficient étant positif, les deux vecteurs ont le même sens. Sur ma figure $\overrightarrow{AB}$ va vers la droite donc il en ira de même pour $\overrightarrow{BC}$

En terme de norme (de longueur) $BC = \|\overrightarrow{BC}\| = \frac{1}{3}\|\overrightarrow{AB}\| = \frac{1}{3}6 = 2$

BC sera donc long de deux carreaux.



Correction Exercice 4

Soit A et B deux points distants de 5 carreaux, et C un point vérifiant : $2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{BC} = \vec{0}$

1) Exprimer $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$

$2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{BC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AC} + 3(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \vec{0}$

2) Placer le point C.

Soit D un point tel $6\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$

3) Exprimer $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$

$6\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$

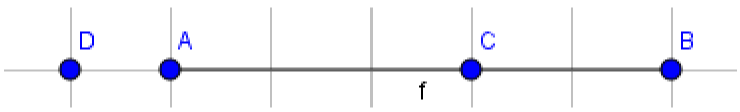
$\Leftrightarrow 6\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 6\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = -\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$



4) Placer le point D.