Contrôle : fonctions de référence

Exercice 1
Dire de ses fonctions celles qui sont paires et celles qui sont impaires. Vous justifierez vos réponses.
$f(x) = 3x + 5$, $g(x) = x^2 + 5$ et $h(x) = \frac{1}{x}$

Exercice 2
Faire le tableau de variation des fonctions suivantes
$f(x) = -5x^2 - 3x + 7$, $g(x) = \frac{1}{x}$ et $h(x) = 3x - 5$

Exercice 3
Pour chacune des fonctions suivantes dire si elles sont homographiques ou pas :
$f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{1}{1+x} - 3$, $h(x) = x + \frac{2}{3x+5}$, $i(x) = \frac{-14x+21}{6-4x}$

Exercice 4
Dans un repère orthonormé, ou l'unité est le carreau, tracer la courbe représentative de la fonction inverse (que l'on notera aussi pour plus de commodité f)
Trouver les antécédents de -5 , 12 , 18 ,0 , $\frac{1}{4}, -\frac{3}{5}, -\frac{1}{13}$ et 50 si ils existent
Résoudre graphiquement $f(x) \leq 1$
Résoudre par le raisonnement $f(x) > 2$

Exercice 5
1) Comparez si vous le pouvez les carrés de a et b
   a) $a < b < 0$
   b) $0 < a \leq b$
   c) $a < 0 < b$
2) comparer l'inverse de a et celle de b dans les 3 cas de figures présentés au 1)

Contrôle : fonctions de référence

Exercice 1
Dire de ses fonctions celles qui sont paires et celles qui sont impaires. Vous justifierez vos réponses.
$f(x) = 3x + 5$, $g(x) = x^2 + 5$ et $h(x) = \frac{1}{x}$

Exercice 2
Faire le tableau de variation des fonctions suivantes
$f(x) = -5x^2 - 3x + 7$, $g(x) = \frac{1}{x}$ et $h(x) = 3x - 5$

Exercice 3
Pour chacune des fonctions suivantes dire si elles sont homographiques ou pas :
$f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{1}{1+x} - 3$, $h(x) = x + \frac{2}{3x+5}$, $i(x) = \frac{-14x+21}{6-4x}$

Exercice 4
Dans un repère orthonormé, ou l'unité est le carreau, tracer la courbe représentative de la fonction inverse (que l'on notera aussi pour plus de commodité f)
Trouver les antécédents de -5 , 12 , 18 ,0 , $\frac{1}{4}, -\frac{3}{5}, -\frac{1}{13}$ et 50 si ils existent
Résoudre graphiquement $f(x) \leq 1$
Résoudre par le raisonnement $f(x) > 2$

Exercice 5
1) Comparez si vous le pouvez les carrés de a et b
   a) $a < b < 0$
   b) $0 < a \leq b$
   c) $a < 0 < b$
2) comparer l'inverse de a et celle de b dans les 3 cas de figures présentés au 1)

Correction

Exercice 1

$f(x) = 3x + 5$, $g(x) = x^2 + 5$ et $h(x) = \frac{1}{x}$.

$D_f = \mathbb{R}$ donc si $x\epsilon D_f$ alors $-x \in D_f$

$f(-x) = -3x + 5$ et $-f(x) = -3x - 5$ donc $f(-x) \neq f(x)$ et $f(-x) \neq -f(x)$ donc f n'est ni paire ni impaire

$D_g = \mathbb{R}$ donc si $x\epsilon D_g$ alors $-x \in D_g$

$g(-x) = (-x)^2 + 5 = x^2 + 5 = g(x)$ donc g est paire.

h est la fonction inverse et d'après le cours elle est donc impaire

Exercice 2

$f(x) = -5x^2 - 3x + 7$, $g(x) = \frac{1}{x}$ et $h(x) = 3x - 5$

Pour f on a une fonction polynome du second degré avec a=-5 donc elle est en arche de plus $-\frac{b}{2a} = -0{,}3$ on a donc :

x	$-\infty$	$-0{,}3$	$+\infty$
f(x)	↗	7,45	↘

Pour g c'est du cours :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
g(x)	↘	‖	↘

Pour h

x	$-\infty$	$+\infty$
$h(x)$	↗	

Exercice 3

Pour chacune des fonctions suivantes dire si elles sont homographiques ou pas :

$f(x) = \frac{1}{x}$, la fonction f est la fonction inverse un cas particulier de fonction homographique

$g(x) = \frac{1}{1+x} - 3 = \frac{1}{1+x} - \frac{3(1+x)}{1+x} = \frac{(-3x-2)}{(1+x)}$ ici a=-3, b=-2, c=1 et d = 1, donc $c \neq 0$ et ad-bc$\neq 0$ donc g est homographique.

$h(x) = x + \frac{2}{3x+5} = \frac{x(3x+5)}{3x+5} + \frac{2}{3x+5} = \frac{3x^2+5x+2}{3x+5}$, h n'est pas homographique à cause du $3x^2$ du numérateur.

$i(x) = \frac{-14x+21}{6-4x}$, ici a=-14, b=21, c= -4 et d=6 $ad - bc = -84 - (-84) = 0$ donc i n'est pas homographique.

Exercice 4

-5 , 12 , 18 , $\frac{1}{4}, -\frac{3}{5}, -\frac{1}{13}$ et 50 ont respectivement $-\frac{1}{5}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{18}$, 4, $-\frac{5}{3}, -13$ pour antécédents.

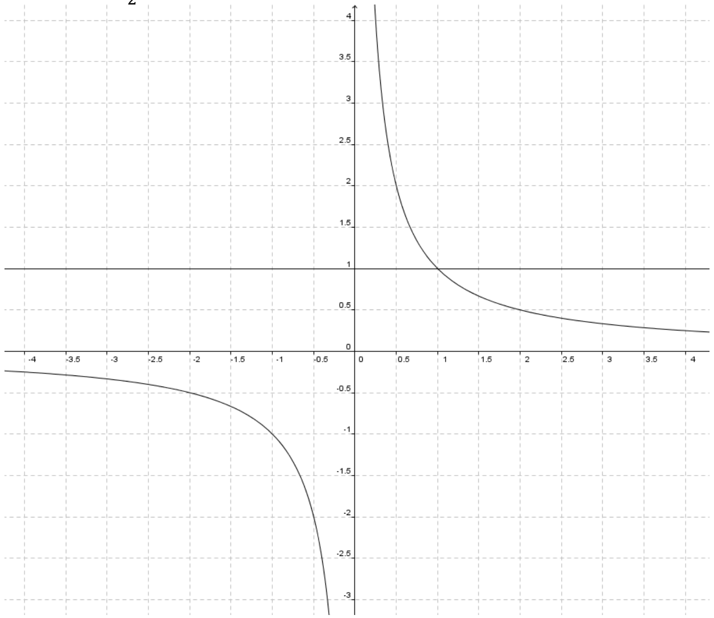
0 lui n'a pas d'antécédent.

Résoudre graphiquement $f(x) \leq 1$, on regarde quand est ce que l'hyperbole est sous la droite d'équation $y = 1$, et on a donc $S =]-\infty; 0[\cup [1; +\infty[$

Résoudre par le raisonnement $f(x) > 2$

Si x est négatif son inverse l'est aussi et donc elle ne sera pas plus grande que 2, de plus f est décroissante sur $]0; +\infty[$ et $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$ et donc $\forall x \in]0; \frac{1}{2}[$ $f(x) > 2$ et $\forall x \in [\frac{1}{2}; +\infty[$ $f(x) \leq 2$

Ainsi $S =]0; \frac{1}{2}[$



Exercice 5

1) Comparez si vous le pouvez les carrés de a et b

   a) $a < b < 0$ — la fonction carré est décroissante sur $\mathbb{R}^-$, donc elle change l'ordre et $0 < b^2 < a^2$

   b) $0 < a \leq b$ — la fonction carré est croissante sur $\mathbb{R}^+$, donc elle garde l'ordre et $0 < a^2 \leq b^2$

   c) $a < 0 < b$ — la fonction carrée n'est pas monotone sur [a ;b] donc on ne peut conclure

2) comparer l'inverse de a et celle de b dans les 3 cas de figures présentés au 1)

   a) $a < b < 0$ — la fonction inverse est décroissante sur $\mathbb{R}^-$, donc elle change l'ordre et $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

   b) $0 < a \leq b$ — la fonction inverse est décroissante sur $\mathbb{R}^+$, donc elle change l'ordre et $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

   c) $a < 0 < b$ — $\frac{1}{a} < 0$, $\frac{1}{b} > 0$ et donc $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$