Fonctions de référence

Les exercices seront tirés des chapitres 3 et 5 du livre.

Exercice 1 P81

Pour connaître le sens de variation d'une fonction linéaire f(x) = a x + b il suffit de considérer le signe de a le coefficient directeur. Dans a) le coefficient est positif (3>0) et donc la fonction est croissante, pour les questions b) et c) les fonctions sont décroissantes car les coefficients directeurs sont négatifs (-0,5<0 et (-2/5 <0)

Exercice 3P81

Seule f est une fonction affine, et elle est croissante.

Exercice 7P81

a) FAUX. Une fonction affine est de la forme f(x) = ax + b , donc f(0) = a0+b = b donc à moins que b soit nul (cas des fonction linéaires) il n'y a pas de raison d'avoir f(0) = 0

b) FAUX. Contre exemple : f(x) = -3x + 1 est affine et décroissante

c) VRAI. Le sens de variation est unique et il est donné par a le coefficient directeur de la fonction.

Exercice 8P81

1) 2<5 donc f(1) < f(3) or 1<3 et donc f conserve l'ordre, elle est donc croissante

2)a) $a = \frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{5-1}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$ f(x) = 2(x-3) + f(3)

f(x) = 2x – 6 + 5 f(x) = 2x – 1

b) le coefficient directeur 2 est positif et donc la fonction est bien croissante comme on avait vu à la question 1.

Exercice 10P81

f est visiblement croissante $\left(a = \frac{1}{\pi}\right)$ donc elle conserve l'ordre , donc f(x) > f(3) ⇔ x> 3

et f(1) < f(x) < f(4) ⇔ 1 < x < 4

Exercice 12P81

1)a) 1 < 3 et f est croissante donc f(1) < f(3) or f(3) < 0 donc f(1) < 0

b) 7> 3 et f est croissante donc f(7) > f(3) or f(3) < 0 donc f(7) > 0

2a) 5 < 7 et f est croissante donc f(5) < f(7) or f(5) > 0 donc f(7) > 0

b) on sait que f(3) < 0 et f(5) > 0 or $f(x_0)=0$ donc on a $f(3) < f(x_0) < f(5)$ et donc comme f est croissante on aura : $3 < x_0 < 5$

extraits du chapitre coordonnées d'un point . droites

Exercice 34P127

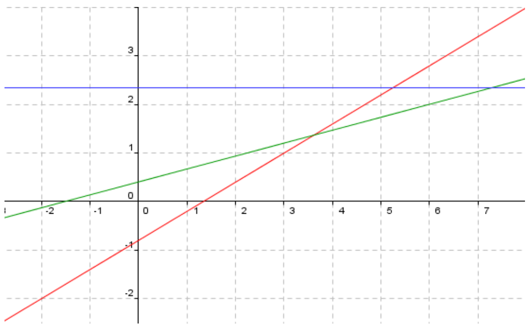
La droite a pour équation y = 5x – 4

Pour A : y = -4 et 5x-4 = $5 \times 1 - 4 = 1$ donc on n'a pas y = 5x – 4 et donc A n'est pas sur la droite d.

Pour B : y = 1 et 5x-4 = $5 \times 1 - 4 = 1$ donc on a y = 5x – 4 et donc B est sur la droite d.

Pour C : y = -24 et 5x-4 = $5 \times (-4) - 4 = -24$ donc on a y = 5x – 4 et donc C est sur la droite d.

Exercices 40,41 et 42 P 128



3x-5y-4=0 ⇔ 3x-4 = 5y ⇔ y= 0,6x – 0,8 en rouge

$\frac{x}{3} - \frac{5}{4}y + \frac{1}{2} = 0$ ⇔ 4x -15y + 6 = 0 ⇔ 4x + 6 = 15y

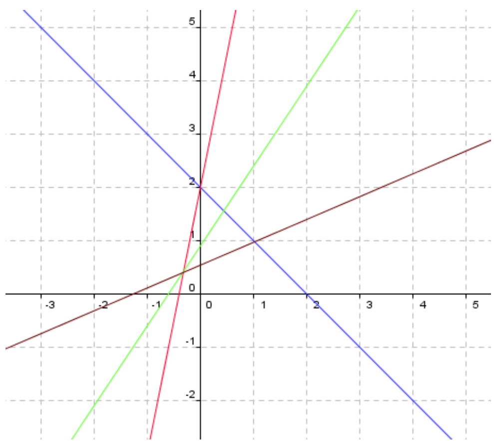
⇔ $y = \frac{4}{15}x + \frac{6}{15}$ ⇔ $y = \frac{4}{15}x + 0{,}4$ en vert

3y – 7 = 0 ⇔ $y = \frac{7}{3}$ en bleu

Exercice 46P128

$a = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ ou encore : $a = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

a) $a = \frac{5-3}{-1-2} = -\frac{2}{3}$ b) $a = \frac{-5-3}{2-(-1)} = -\frac{8}{3}$



Exercices 48&50P128 $f(x) = a(x - x_1) + f(x_1)$

48 a) f(x) = -1(x-1) + 1 ⇔ f(x) = -x + 2 en bleu

b) f(x) = 5(x-0) + 2 ⇔ f(x) = 5x + 2 en rouge

50 a) $f(x) = \frac{3}{2}\left(x - \left(-\frac{1}{3}\right)\right) + \frac{2}{5} = \frac{3}{2}\mathrm{x} + \frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{3}{2}\mathrm{x} + \frac{9}{10}$ vert

b) $f(x) = \frac{3}{7}\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4} = \frac{3}{7}\mathrm{x} - \frac{3}{14} + \frac{3}{4} = \frac{3}{7}\mathrm{x} + \frac{15}{28}$ marron

Exercice 51P128

d_1 :	y =-x	d_2 :	y =-x + 2	d_3 :	y = 2
d_4 :	y =0,5x + 1	d_5 :	y =2x – 2	d_6 :	x = $\frac{7}{2}$

Exercice 53P128

$a = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ et $f(x) = a(x - x_1) + y_1$

a) $a = \frac{4-2}{-1-1} = -1$ et $f(x) = -1(x-1) + 2 = -x + 3$

b) $a = \frac{0-3}{2-(-1)} = -1$ et $f(x) = -1(x-(-1)) + 3 = -x + 2$

Exercices 63à69P129

63, 65, 66	les coefficients directeurs des droites sont différents , elles sont donc sécantes.
64,69	les coefficients directeurs des droites sont identiques, elles sont donc parallèles.
67	la première droite est horizontale, la seconde est verticale, elles sont donc sécantes
68	erreur de frappe dans mon livre : exercice infaisable

Exercice 71 à 74 P129 $f(x) = a(x - x_1) + y_1$

71	$f(x) = 3(x-1) + (-3)$	donc $f(x) = 3x - 6$
72	$f(x) = -1{,}5(x-(-1)) + 5$	donc $f(x) = -1{,}5x + 3{,}5$
73	$f(x) = 0\left(x - \frac{1}{3}\right) - 2 = -2$	donc $f(x) = -2$
74	x=-1 en effet la droite delta était verticale, donc d doit l'être aussi	

Exercice 75P129

$a = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

a) (AB) et (CD) ont pour coefficient directeur -0,5 donc elles sont parallèles

b) (AB) a pour coefficient directeur : 3et (CD) a pour coefficient directeur : -3 donc elles ne sont pas parallèles.

Exercices 79 à 81 P129

79 $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 3x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ 0 = 1x + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2(-5) - 1 \\ x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -11 \\ x = -5 \end{cases}$

80 $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2x - 1 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2x \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

81 $\begin{cases} y = \frac{-4}{3}x + 1 \\ y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-4}{3}x + 1 \\ 0 = \left(\frac{3}{2} + \frac{4}{3}\right)x - \frac{1}{3} - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-4}{3}x + 1 \\ \frac{4}{3} = \left(\frac{17}{6}\right)x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-4}{3}x + 1 \\ \frac{4}{3} \times \frac{6}{17} = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-4}{3}x + 1 \\ \frac{8}{17} = x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-4}{3}\frac{8}{17} + 1 \\ \frac{8}{17} = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-32}{51} + 1 \\ \frac{8}{17} = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{19}{51} \\ \frac{8}{17} = x \end{cases}$

Exercices87 P130

a) $\begin{cases} 3x - 5y = 2 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 5y = 2 \\ x = 5 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(5 - 3y) - 5y = 2 \\ x = 5 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15 - 14y = 2 \\ x = 5 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13 = 14y \\ x = 5 - 3y \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{13}{14} = y \\ x = 5 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{13}{14} = 14y \\ x = 5 - \frac{39}{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{13}{14} = y \\ x = \frac{70}{14} - \frac{39}{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{13}{14} = y \\ x = \frac{31}{14} \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - y = 6 \\ \frac{-x}{2} + \frac{y}{6} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 6 = y \\ -3x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 6 = y \\ -3x + 3x - 6 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 6 = y \\ -6 = 6 \end{cases}$ c'est impossible donc il n'y a pas de solution ! est ce que c'était prévisible ? oui, si on avait mis les équations sous la forme équation de droite réduite on aurait pu voir que les coefficient directeurs étaient identiques, ou encore en utilisant le déterminant des coefficients : $\begin{vmatrix} 3 & \frac{-1}{2} \\ -1 & \frac{1}{6} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

Exercice 88P130

a) $\begin{cases} 2x + y - 7 = 0 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 - 2x \\ 3x - 5y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 - 2x \\ 3x - 5(7 - 2x) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 - 2x \\ 3x - 35 + 10x = 4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 - 2x \\ 13x = 39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 - 2x \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

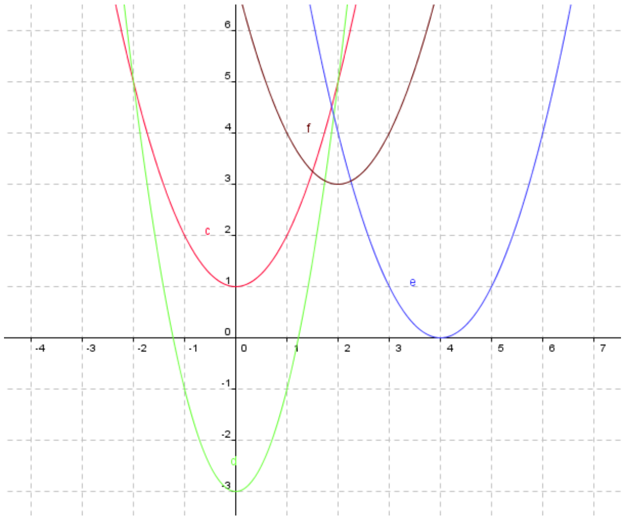
b) $\begin{cases} x + 3y = 0 \\ 14x + 12y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y \\ 14x + 12y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y \\ -42y + 12y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y \\ -30y = 35 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y \\ y = -\frac{35}{30} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y \\ y = -\frac{7}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = -\frac{7}{6} \end{cases}$

Retour aux exercices du chapitre « fonctions de référence »

Exercice 67P85
Seule g est une fonction polynôme du second degré, f et h sont des polynômes de degré respectifs 1 et 3

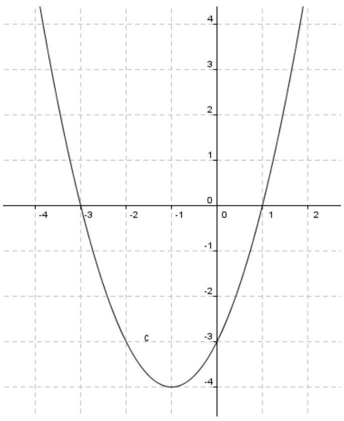
Exercice 68P85
a) f(x) = (x-1)²+2 donc f(1) = (1-1)²+2 = 2
b) f(x) – f(1) = (x-1)²+2 – 2 = (x-1)² or le carré d'un réel non nul est toujours strictement positif donc f(x)-f(1) > 0 quand x-1 n'est pas nul c'est-à-dire lorsque $x \neq 1$
c) ainsi pour tout x réel f(x) $\geq f(1)$ donc f(1)=2 est le minimum de la fonction.
d) la fonction f a les variations suivantes : décroissante jusqu'à x=1 puis croissante après



Exercice 69P85
Les fonctions sont décroissantes puis croissantes, le changement de comportement se fait pour f, g, h et k aux point d'abscisses respectives 0, 0, 4 et 2

Ces quatre fonctions ont été représentées respectivement en rouge, vert, bleu et marron.

Exercice 70P85
L'extremum est atteint pour x= -b/(2a) donc ici pour x = 0
a étant négatif, cet extrémum sera un maximum.
Donc f(0) = 4 est la plus grande valeur atteinte par la fonction.



Exercice 71P85
a) (x+1)² - 4 = x² + 2x +1 – 4 = x²+2x -3 = f(x)
b) le minium est atteint pour x= -1 , et il est de -4
c) f est décroissante jusqu'à x= -1 et croissante après.
d) f(x) = 0 ⇔ (x+1)² - 4 = 0 ⇔ (x+1)² = 4 ⇔ x+1 = 2 ou x+1 = -2 ⇔ S={-3 ;1}

Exercice 74P86
f et h conviennent, par contre g a un extremum en 1 mais c'est un maximum, et k est croissante sur ℝ

Exercice 75P86
f est un polynome du second degré donc f(x) = ax² + bx + c , il faut maintenant déterminer a, b et c.
f(0) = 3, or f(0) = a0² + b0 +c = c donc c = 3
$\begin{cases} f(2) = 1 \\ f(4) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a2^2 + b2 + 3 = 1 \\ a4^2 + b4 + 3 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b = -2 \\ 16a + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16a + 8b = -8 \\ 16a + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4b = -8 \\ 16a + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$
$\begin{cases} b = -2 \\ 16a + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ 16a - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ a = 0{,}5 \end{cases}$

Exercice 81P86
f est un polynôme du second degré donc f(x) = ax² + bx + c , il faut maintenant déterminer a, b et c.
f(0) = 0 or f(0) = a0² + b0 +c = c donc c=0
$\begin{cases} f(16) = 0 \\ f(8) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a16^2 + b16 = 0 \\ a8^2 + b8 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 256a + 16b = 0 \\ 64a + 8b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -16a \\ 16a + 4b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -16a \\ 16a - 64a = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -16a \\ a = \frac{-4}{48} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{4}{3} \\ a = \frac{-1}{12} \end{cases}$
$\Leftrightarrow f(x) = \frac{-1}{12}x^2 + \frac{4}{3}x \Leftrightarrow f(x) = \frac{-1}{12}x^2 + \frac{4}{3}x$

Exercice 82P86
f,g et k sont des fonctions homographiques, h ne l'est pas car le polynôme du numérateur est du second degré.
g est homographique même si telle qu'elle est présentée, elle ne donne pas cette impression. $g(x) = \frac{1}{x} + 2 = \frac{2x+1}{x}$

Exercice 83P86 a) -2 n'a pas d'image par f b) f(2) = -0,5 et f(4)= 0

Exercice 84P86 $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$, $D_g = \mathbb{R} - \{3\}$, $D_h = \mathbb{R} - \{-3{,}1\}$ et $D_k = \mathbb{R} - \{\sqrt{3}\}$

Exercice 88P86 $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$, $D_g = \mathbb{R} - \{\frac{4}{3}\}$ donc $D_h = \mathbb{R} - \{\frac{4}{3}; 2\}$