Correction d'exercices du livre

Exercice 1P33

a) S(x) = 100 + 20x
b) 2h25 correspond à 9 quart d'heure complets et un entamé, tous doivent être payés donc le coût sera de S(10) = 300 €

Exercice 2P33

a) ADHELKJI est un pavé droit dont les dimensions sont : 10, 10 et 10-x, son volume sera donc V(x) = 100(10-x)
b) Le cube a un volume complet de 1000cm^3, on veut donc 1000-100x = 500 donc x = 5cm

Exercice 3P33

1 (DH) est la hauteur issue du sommet principal d'un triangle isocèle, c'est donc la médiane et aussi la bissectrice de l'angle $\widehat{IDJ}$ et donc $\widehat{IDH} = 45°$. Dans le triangle DHI rectangle en H on a : $\cos(\widehat{IDH}) = \frac{DH}{DI} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{DH}{x} \Leftrightarrow DH = \frac{\sqrt{2}}{2}x$

2 a) $DH = \frac{\sqrt{2}}{2}a \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}x = \frac{\sqrt{2}}{2}a \Leftrightarrow$ x= a, donc I est confondu avec A.

b) $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ est la mesure de la demi-diagonale d'un carré de côté a, d'où le résultat précédent.

Exercice 4P33

a) La distance est : $\frac{1}{2}g5^2 = \frac{1}{2}9{,}8 \times 5^2 \approx 122.5$m
b) $x(t) = \frac{1}{2} \times g \times t^2$
c) On veut résoudre l'équation : $300 = x(t) \Leftrightarrow 300 = \frac{1}{2} \times g \times t^2 \Leftrightarrow \frac{600}{g} = t^2 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{600}{g}} = t$ vu que t est nécessairement positif. Ainsi $t \approx 7{,}82$s

Exercice 5P33

Soit t le temps exprimé en seconde avec t=0 le moment au début du printemps où l'on commence à remplir la piscine.
Le débit est de 180l/h , $d = \frac{v}{t}$ avec $\begin{cases} v = 180l = 0{,}18\, m^3 \\ t = 1h = 3600s \end{cases}$ donc $d = 5 \times 10^{-5} m^3/s$
Le volume d'eau dans la piscine sera donc de $V(t) = \frac{2}{3}120 + 5 \times 10^{-5} \times t = 80 + 5 \times 10^{-5} \times t$
La piscine est remplie quand V(t) = 120 $\Leftrightarrow 80 + 5 \times 10^{-5} \times t = 120 \Leftrightarrow 5 \times 10^{-5} \times t = 40$
$\Leftrightarrow t = \frac{40}{5 \times 10^{-5}} \Leftrightarrow t = 8 \times 10^{+5}$ s$\Leftrightarrow$t =13333min20s$\Leftrightarrow$t =222h13min20s $\Leftrightarrow$t = 9j6h13min20s

Exercice 6P33

f contient une fraction dont le dénominateur s'annule en 1 et -3 donc ces valeurs sont interdites $D_f = \mathbb{R} - \{1; 3\}$
g contient une racine, le radicande n'est positif ou nul que si $x \geq -1$ donc $D_g = [-1; +\infty[$
h est un simple polynome (pas de racine ni de fraction) donc $D_h = \mathbb{R}$

Exercice 7P33

Pour la rédaction, voir exercice 6P33
$D_f = \mathbb{R}$, on sait que x²-1 = (x+1)(x-1) donc $D_g = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$, $D_h = [1; +\infty[$

Exercice 8P33

$D_f = \mathbb{R} - \{0\} =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ $\quad D_g = \mathbb{R} - \{2\} =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ $\quad D_h = \mathbb{R} - \{1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$
$D_i = [2; +\infty[$

Exercice 9P33

$D_f =]0; +\infty[$ vu que le radicande ne peut être négatif et que la dénominateur ne peut être nul.
$D_g =]-2; +\infty[\cap]-1; +\infty[=]-1; +\infty[$ j'ai utilisé le symbole $\cap$: intersection, car il faut que la première fraction ET la deuxième soient définies. Pour le résultat final , l'utilisation d'une représentation graphique peut être utile pour VOIR la partie commune.
$D_h = (\mathbb{R} - \{-1; 1\}) \cap]1; +\infty[=]1; +\infty[$ $\quad D_i = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

Exercice 10P33

La première courbe ne représente pas une fonction, car un nombre ne peut avoir qu'une seule image, or sur cette courbe beaucoup en ont deux (une positive et une négative)
Pour information la seconde courbe correspond à la fonction : $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ son ensemble de définition est $D_f = [-2; 2]$

Exercice 11P34

a) $f(2) = 2$ b) $f(0) = -2$ c) $f(-1) = f(0) = 0$

Exercice 12P34
a) l'image par f de 2 est 0 b) l'image par f de x est y c) l'image par g de 0 est 2

Exercice 13P34
a) f(0)=0 b) g(-1) = 3

Exercice 14P34
$D_f = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29; 30\} = [\![1; 30]\!]$
Le double crochet indique que l'on ne prendra que les valeurs entières de l'intervalle.
On aurait pu aussi écrire $D_f = \mathbb{N} \cap [1; 30]$
Je ne pense pas que 3 puisse être l'image d'un des nombres de l'ensemble de définition , c'est plutôt rare les élèves de trois mètre.

Exercice 15P34
$D_f = \mathbb{N}$; f(n) =2n la variable est n
f(105) = 210 f(9)=18

Exercice 16P34
a) $D_f = 11\mathbb{N} = \{11n / n \in \mathbb{N}\}$
b) f(44) = 4 ; f(121) = 11
c) 11 ;33 ;99 ; 187

Exercice 17P33
on remplace juste Y_1 par $f_1(x)$ etc

Exercice 18P33
A vue de nez : $X_{min} = -30$ $X_{max} = 30$ $Y_{max} = 500$ $Y_{min} = -500$

Exercice 19P34
a) f(0) = 0 b) $D_f = [0; 5]$ c) f(5)=2 d) f(2)=5 e) l'image de 5 par f est nulle
f) il existe des réels distincts qui ont la même image par f : en traçant des droites de la forme y=c avec $c \in]0; 5[$ on observe qu'elles coupent la courbe en deux points donc c a deux antécédents et ceux-ci ont la même image c.

exercice 20P34
$f(1) = 2 \times 1^2 + 1 + 1 = 4$ $f(0) = 1$ $f(-2) = 7$ $f(\sqrt{5}) = 11 + \sqrt{5}$

exercice 21P34
$f(-1) = \frac{1}{3+(-1)^2} = 0{,}25$ $f(0) = \frac{1}{3}$ $f(3) = \frac{1}{12}$ $f(\sqrt{2}) = \frac{1}{5}$
$f(\sqrt{t}) = \frac{1}{3+t}$ $f\left(\frac{t}{2}\right) = \frac{1}{3+\frac{t^2}{4}} = \frac{4}{12+t^2}$ $f\left(\frac{1}{t}\right) = \frac{1}{3+\frac{1}{t^2}} = \frac{t^2}{3t^2+1}$

Exercice 23P34
f(-2)=20 f(-1)= -30 f(2) = 0 f(4)= -20

Exercice 24P35
A non ! B oui C oui D non

Exercice 25P35
A oui B oui C oui D non $\left(-2; \frac{1}{7}\right)$

Exercice 26P35
A oui B oui C oui

Exercice 27P35
$f(x) = \frac{2(x+2)}{5} = 0{,}4x + 0{,}8$ $D_f = \mathbb{R}$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)	-0,4	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2	2,4	2,8

Exercice 28P35
$f(x) = \left(\frac{1}{x} + 2\right) 2 = \frac{2}{x} + 4$ $D_f = \mathbb{R}^*$
$f(-3) = \frac{-10}{-3} = \frac{10}{3}$ $f\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{2}{\frac{-1}{2}} + 4 = 0$ $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{\frac{1}{2}} + 4 = 8$

Exercice 29P35

	x	$\sqrt{2}$	10	4	2	$\frac{1}{2}$
A la main	f(x)	$\frac{8+5\sqrt{2}}{-7}$	$\frac{12}{7}$	6	2	-1
calculatrice	f(x)	-2,153	1,7143	6	-4	-1
A la main	g(x)	$6+2\sqrt{2}$	$\frac{663}{50}$	$\frac{63}{8}$	7,5	31,5
calculatrice	g(x)	8,8284	13,26	7,875	7,5	31,5

Exercice 30P35

a) 2 a pour antécédents par f -5, -3 et 2 par la fonction
b) 0 a pour antécédents -4 et 3. -2 a un unique antécédent par f : 4

Exercice 31P35

f(-5)=-2 f(-5)=-2 f(2)=3
-1 a deux antécédents par f : -2 et environ -4,8
3 a deux antécédents -4 et 2
L'ensemble des nombres sans antécédents est : $]-\infty;-2[\cup]3;+\infty[$

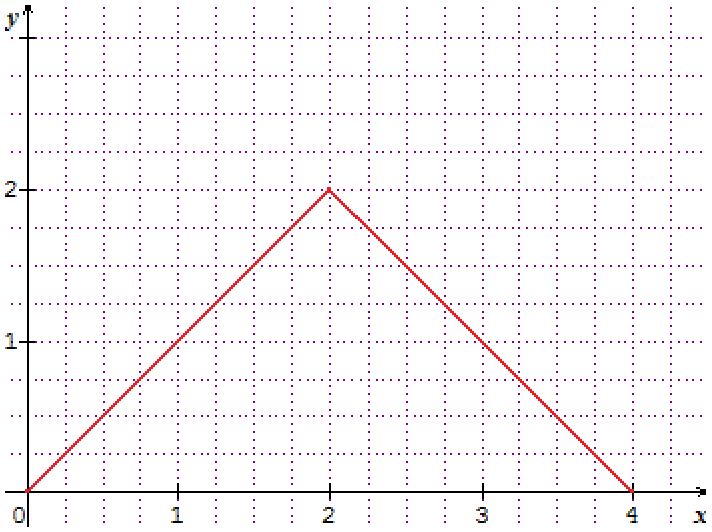
Exercice 32P35

f(x)=1 ⇔ 2x+1 = 1 ⇔ 2x = 0 ⇔ x = 0
f(x)=3 ⇔ 2x+1 = 3 ⇔ 2x = 2 ⇔ x = 1
f(x)=0 ⇔ 2x+1 = 0 ⇔ 2x = -1 ⇔ x = -0,5

Exercice 34P35

1) f(x)=1 ⇔ $x^2+1=1$ ⇔ x= 0 ; f(x)=2 ⇔ $x^2=1$ ⇔ x = 1 ou x = -1 ; f(x) = 5 ⇔ $x^2=2^2$ ⇔ x = 2 ou -2
2) f(x) = c ⇔ $x^2+1=c$ ⇔ $x^2=c-1$ ⇔ $\begin{cases} si\ c-1<0 \quad pas\ de\ solution \\ si\ c-1=0 \quad x=\sqrt{c-1} \\ si\ c-1>0 \quad x=\sqrt{c-1}\ ou -\sqrt{c-1} \end{cases}$
   a. ainsi les seuls nombres qui auront deux antécédents seront ceux qui vérifient $c-1>0$ c'est-à-dire$]1;+\infty[$.
   b. ainsi le seul nombre qui aura un seul antécédent sera 1 (car c-1 doit valoir 0) l'antécédent est dans ce cas 0.
   c. ainsi les seuls nombres qui n'auront aucun antécédent seront ceux qui vérifient $c-1<0$ c'est-à-dire$]-\infty;1[$

Exercice 35P36



b) antécédents de 1 par f, je dois faire une étude de cas :
si $x\in[0;2]$ f(x) = 1 ⇔ x = 1
si $x\in]2;4]$ f(x) = 1 ⇔ -x+4 = 1⇔ x = 3
donc sur [0 ;4] $S=\{1;3\}$

antécédents de 2 par f, je dois faire une étude de cas :
si $x\in[0;2]$ f(x) = 2 ⇔ x = 2
si $x\in]2;4]$ f(x) = 2 ⇔ -x+4 = 2⇔ x = 2 valeur interdite car non dans l'ensemble de recherche.
donc sur [0 ;4] $S=\{2\}$

antécédents de 0 par f, je dois faire une étude de cas :
si $x\in[0;2]$ f(x) = 0 ⇔ x = 0
si $x\in]2;4]$ f(x) = 0 ⇔ -x+4 = 0⇔ x = 4
donc sur [0 ;4] $S=\{0;4\}$

les nombres qui n'ont pas d'antécédent sont ceux qui sont soit strictement plus grand que 2 soit strictement plus petit que 0
$E=]-\infty;0[\cup]2;+\infty[$.

Exercice 36P36

a) la fonction est croissante sur [-4 ;0] et décroissante sur [0 ;4]

x	-4		0		4
f(x)		↗	3	↘	
	-1				-1

b)

Exercice 37P36

x	-3	-1	0	2	4
f(x)	1	4	3	4	2

Exercice 38P36

a) f est décroissante sur [-4 ;0] puis croissante sur [0 ;2] puis elle est décroissante sur [2 ;3] puis croissante sur [3 ;4]

b)

x	-4	0	2	3	4
f(x)	0	-2	0	-1	0

c) f admet -2 comme minimum et 0 comme maximum

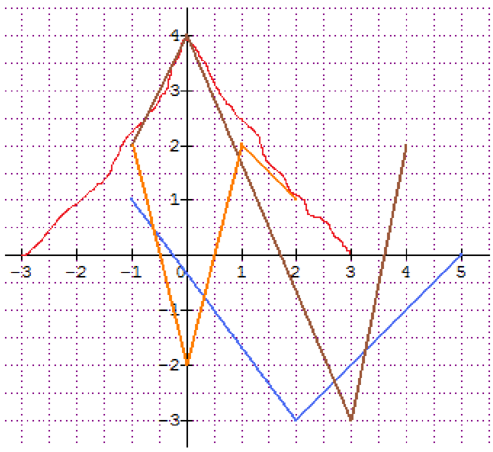
exercice 39P36
a4 b2 c3 d1

exercice 40P36
en rouge

exercice 41P36
en bleu

exercice 42P36
en marron

exercice 43P36
en orange



Exercice 44P37
Attention cet exercice est infaisable , l'information f(3) = 3 est incompatible avec le tableau de variation qui indique un maximum de 1 atteint en 0.

Exercice 45P37

a) le tableau indique que le minimum de la fonction est 1 et qu'il est atteint en 2, donc f(3) ne peut être égal à -1 pas plus que f(-4) ne peut être égal à 0

b) d'après le tableau de variation le maximum est -2 donc on ne peut avoir f(0) = 0

Exercice 46P37
f est croissante sur [-10 ;10] ce qui veut dire qu'elle conserve l'ordre, on a -3 0 et 3 dans cet intervalle et -3<0<3 donc f(-3) < f(0) < f(3)

Exercice 47P37
f est décroissante sur [-4 ;5] ce qui veut dire qu'elle change l'ordre, on a -3 0 et 3 dans cet intervalle -3<0<3 donc f(-3) > f(0) > f(3)

Exercice 48P37
f est croissante sur [-5 ;3] ce qui veut dire qu'elle conserve l'ordre, on a -3 0 et 3 dans cet intervalle -3<0<3 donc f(-3) < f(0) < f(3)

Exercice 49P37
f est décroissante sur [-3 ;0] ce qui veut dire qu'elle change l'ordre, on a -3 et 0 dans cet intervalle -3<0 donc f(-3) > f(0).
f est croissante sur [0 ;3] ce qui veut dire qu'elle conserve l'ordre, on a 0 et 3 dans cet intervalle 0<3 donc f(0) < f(3).
Par contre on n'a pas de moyen pour comparer f(-3) et f(3).

Exercice 52P37

a) vu que les températures diminuaient durant les dix premiers jours de janvier , il faisait moins chaud le dix janvier que le cinq (ou il faisait zéro degrès), ainsi le 10 janvier il faisait moins que zéro.
b) Du 20 au 31 la température a diminuée pour terminer à deux degrès donc le 25 la température était positive.
c) Non , on n'a aucun moyen de savoir. On pourrait avoir 5degrès le 11 et 3 le 29 janvier, ou encore-2 le 11 janvier et 4 le 29. Ou encore : le fait que l'évolution de la température / la fonction n'aille pas toujours dans le même sens / ne soit pas monotone sur une période contenant le 11 et le 29 janvier ne nous aide pas beaucoup !

Exercice 54P37

a) Car f est croissante sur [-3 ;-2] qui contient -2,5 et -2
b) D'après a on sait que f(-2,5) < f(-2) or f(-2) = 0 donc f(-2,5) <0 de plus f(1) = 1 donc f(-2,5)<f(1)
c) f est croissante sur [-3 ;-2], donc tout élément de cet ensemble aura une image plus grande que celle -3 ce qui confirme la proposition de l'exercice.
d) Il n'y a pas moyen de savoir.
e) f est décroissante sur [1 ;4] donc f(3)>f(4) donc f(3)> -1 or f(0) = -1 donc f(3)>f(0)
f) Il n'y a pas moyen de savoir.
g) f est croissante sur [-3 ;-2] donc pour tout x de cet intervalle f(x)≤f(2) , f est décroissante sur [-2 ;0] donc pour tout x de cet intervalle f(x)≤f(2), or f(2) = 0 donc pour tout x de [-3 ;0] f(x)≤f(2)

exercice 55P37

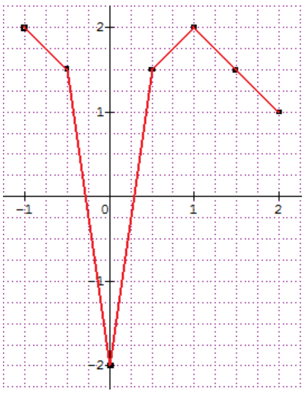
1)
   a. l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leq 10$ est : [-5 ;5]
   b. l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < 10$ est : [-5 ;5]-{0}=$[-5;0[\cup]0;5]$
2) .
   a. l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$ est : [-5 ;5]
   b. l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > 0$ est : [-5 ;5]-{-5 ;5}=]-5 ;5[

Exercice 58P38

a) [-4 ;4]
b) $\{-4\} \cup [3;4]$
c)]-4 ;3[
d) $\emptyset$

Exercice 61P38

a)



b) f est décroissante sur [-1 ;0] or f(-0,5) = 1,5 et $-0{,}5 \in [-1\,;0]$ donc $\forall x \in [-0{,}5\,;0]$ $f(x) < 1{,}5$
f est croissante sur [0 ;1] or f(0,5) = 1,5 et $0{,}5 \in [0;1\,]$ donc $\forall x \in [0;0{,}5\,]$ $f(x) < 1{,}5$
ainsi l'ensemble des x tels que $f(x) < 1{,}5$ est [-0,5 ;0,5]
c) Le maximum de la fonction étant 2 n'importe quel nombre supérieur ou égal à deux fera l'affaire.

Exercice 62P38

Si avec u<v on a : $f(u) < f(v)$ donc on a $f(u) \leq f(v)$ ça veut dire f fonction croissante sur I.
Remarque bonus : Par contre si on a toujours $f(u) \leq f(v)$ des fois on pourrait ne pas avoir $f(u) < f(v)$

Exercice 63P38

La solution proposée est acceptable jusqu'à la dernière ligne ou il y a une erreur.
Un élément a peut à la fois vérifier $a \leq 3$ et $a \geq 3$ (c'est le cas lorsque a=3)
Ici 1 est le seul nombre de [-2 ;5] dont l'image est 3 et les autres éléments de cet intervalle on leurs images qui sont strictement inférieures à 3, donc 1 est l'unique solution de l'inéquation f(x) ≥ 3.

Exercice 64P39

a) $D_f = [-4;5]$
b) f(-4) = -2 f(3) = 1 f(0) = 4 f(5)= -1
c) 4 comme -3/2 ont un seul antécédent alors que 1 en a 2
d) non
e) trivial

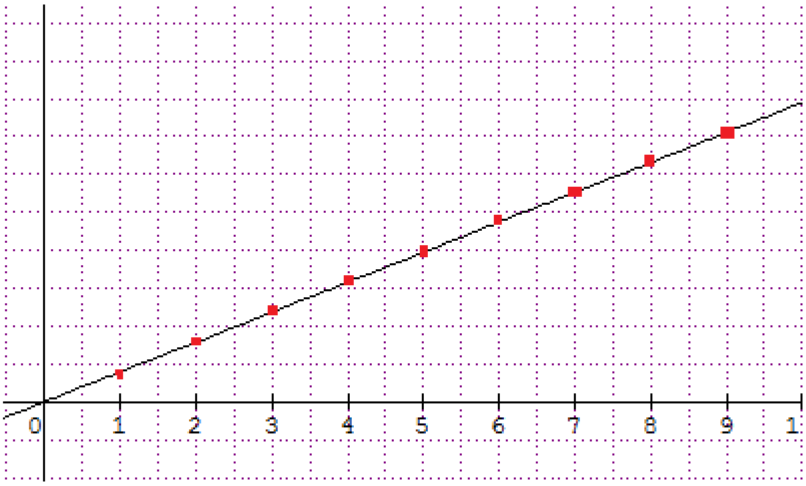
Exercice 66P39

a) pour 0,8m de circonférence le poids est à peu près 500kg
pour 1,6m de circonférence le poids est à peu près 1 900kg
pour 1,4m de circonférence le poids est à peu près 1 400kg
b) un arbre pesant 1000kg a à 1,3 de hauteur une circonférence d'environ 1,2m
c) la biomasse sera de $100 \times 1900 + 500 \times 500 = 190\,000 + 250\,000 = 340\,000$ kg

Exercice 68P40

a) Le volume de la boite est obtenue par la soustraction des aires des 4 pavés droits retirés au cube
$f(a) = 20 \times 20 \times 20 + 4 \times 20 \times a \times a = 8\,000 - 80a^2$
b) a ne pouvant être négatif ni plus grand que 10 (car sinon il n'y a plus de boite, on aura $D_f = [0; 10]$)
c) j'ai du louper un épisode car chez moi le volume est clairement décroissant tout du long.

Exercice 70P40

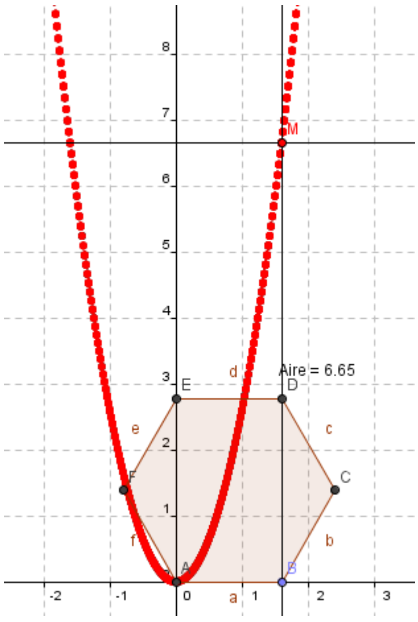


1) a) on peut imaginer que la tension peut varier entre 0 et 9 au moins, donc $D_f = [0; 9]$
b) f(6) = 0,238 f(0) = 0 et f(9) = 0,355
c) 0,160 a pour antécédent 4 ; 0,277 a pour antécédent 7 et 0 a pour antécédent 0
2) a) b) les points on l'air d'être situé sur la droite d'équation y = 0,039x
On a ainsi $I \approx 0{,}039U$ ou encore $U \approx 25{,}35I$ ainsi $R \approx 25{,}35\Omega$

Exercice 71P41
1) le 3 avril 2007 il a fait environ 17°C ; le 4 avril 2007 il a fait environ 9°C et le 10 avril 2007 il a fait environ 21°C
le 3 avril 2009 il a fait 20°C ; le 4 avril 2009 il a fait environ 20,5°C et le 10 avril 2009 il a fait environ 24°C
2) le 2 et le 8 avril des deux années ont vu leur température coïncider.
3) le plus grand écart a été enregistré le 4 avril , il était de 11,5

Exercice 79P43
Eléments de réponse :
Dans le triangle équilatéral OAB, l'ordinateur a posé AB = a
Soit H le pied de la hauteur issue de O
Dans AOH rectangle en O on a $\sin\left(\widehat{HAO}\right) = \frac{opp}{hyp} = \frac{OH}{AO}$ or $\widehat{HAO} = 60°$,
donc $\frac{\sin(60°)}{1} = \frac{OH}{a}$ et donc OH = sin(60) a = $\frac{\sqrt{3}}{2}a$
L'aire de OAB est donc $\frac{AB \times OH}{2} = \frac{a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$
L'hexagone est constitué de 6 triangles identiques donc son aire est de $6\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$
au lieu d'écrire y=poly1 dans la barre de commande on aurait pu écrire : y = 3×sqrt(3) ×a²/2

Remarque : même quand on fait glisser le point B à gauche de l'axe des ordonnées l'ordinateur
associe à « a » une valeur positive, donc **on ne peut dire** que tous les points de la courbe aient
comme coordonnées $\left(a; \mathcal{A}(a)\right)$, si par contre on pose x la distance algébrique de B par rapport
à A, on a : x² = a² donc le point M a pour coordonnées $\left(x; \mathcal{A}(x)\right)$.



On doit dessiner un hexagone ABCDEF dont A est l'origine du repère et B un point de l'axe des abscisses.
On doit placer M point d'intersection entre la verticale passant par B et l'horizontale d'équation y = $\mathcal{A}$ ou $\mathcal{A}$ est l'aire de l'hexagone.