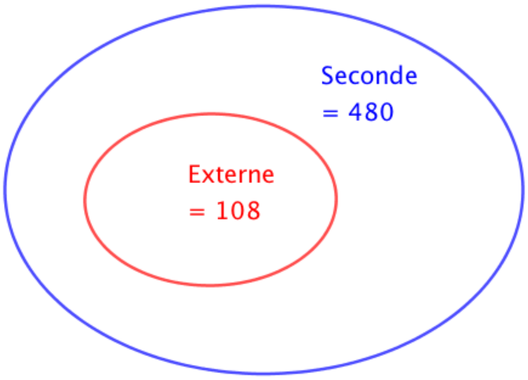
# INFORMATION CHIFFRÉE

## I. Proportion et pourcentage

### 1) Proportion d'une sous-population

Exemple :
Sur les 480 élèves inscrits en classe de 2nde, 108 d'entre eux sont externes.




La **population totale** des élèves de 2nde, notée $N$, est égale à 480. C'est la population de référence.
La **sous-population** des élèves externes, notée $n$, est égale à 108.
La **proportion** d'élèves externes parmi tous les élèves de seconde, notée $p$, est :
$p = \frac{n}{N} = \frac{108}{480} = \frac{9}{40} = 0{,}225$.
Cette proportion peut s'exprimer en **pourcentage** : $p = 22{,}5\ \%$.

### 2) Pourcentage d'un nombre

Exemple :
Parmi les 480 élèves de seconde, 15 % ont choisi l'option grec ou latin.
15 % de 480 ont choisi l'option grec ou latin, soit :
15 % x 480 = $\frac{15}{100}$ x 480 = 72 élèves.

Méthode : Associer effectif, proportion et pourcentage

Une société de 75 employés compte 12 % de cadres et le reste d'ouvriers.
35 employés de cette société sont des femmes et 5 d'entre elles sont cadres.
a) Calculer l'effectif des cadres.
b) Calculer la proportion de femmes dans cette société.
c) Calculer la proportion, en %, de cadres parmi les femmes. Les femmes cadres sont-elles sous ou surreprésentées dans cette société ?

a) 12 % de 75 = $\frac{12}{100}$ x 75 = 9. Cette société compte 9 cadres.

b) $n$ = 35 femmes et $N$ = 75 employés

La proportion de femmes est donc égale à $p = \frac{35}{75} = \frac{7}{15} \approx 0,47$.

c) $n$ = 5 femmes cadres et $N$ = 35 femmes. La population de référence n'est plus la même.

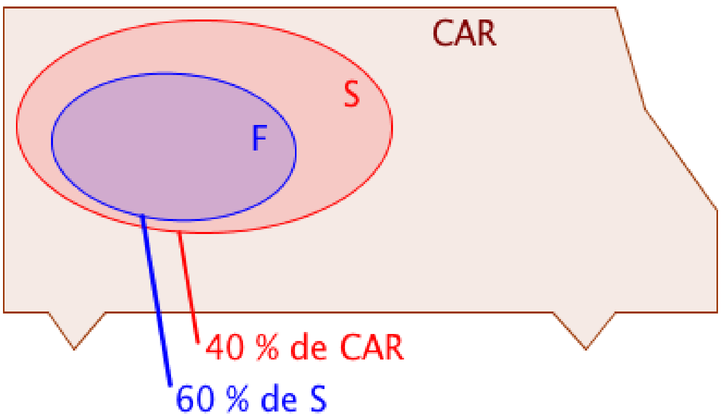
La proportion de cadres parmi les femmes est égale à $p = \frac{5}{35} = \frac{1}{7} \approx 0,14 = 14\%$.

14 % > 12 % donc les femmes cadres sont surreprésentées dans cette société.

## 3) Proportions échelonnées

Exemple :

Dans un car, il y a 40 % de scolaires. Et parmi les scolaires, 60 % sont des filles.




L'ensemble F est inclus dans l'ensemble S et on a : $p_F$ = 60 % de S.

L'ensemble S est inclus dans l'ensemble CAR et on a : $p_S$ = 40 % de CAR.

La proportion de scolaires filles dans le CAR est donc égale à :

60 % de 40 % = 60 % x 40 % = 0,6 x 0,4 = 0,24 = 24 %.

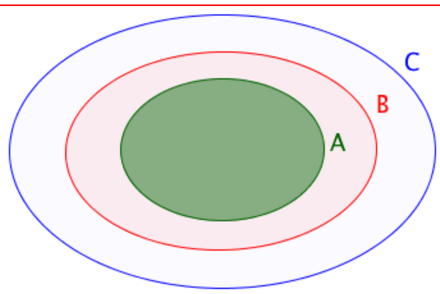
Propriété :

A I B et B I C.

$p_1$ est la proportion de A dans B.

$p_2$ est la proportion de B dans C.

Alors $p = p_1 \times p_2$ est la proportion de A dans C.




Méthode : Calculer des pourcentages de pourcentages

Sur 67 millions d'habitants en France, 66 % de la population est en âge de travailler (15-64 ans).
La population active représente 70 % de la population en âge de travailler.

a) Calculer la proportion de population active par rapport à la population totale.

b) Combien de français compte la population active ?

a) F est la population française.
T est la population en âge de travailler.
A est la population active.

La proportion de A dans T est 70 %.
La proportion de T dans F est 66 %.
La proportion de A dans F est donc égale à :
70 % x 66 % = 0,7 x 0,66 = 0,462 = 46,2 %.
46,2 % des français sont actifs.

b) 46,2 % de 67 = 0,462 x 67 = 30,954.
La France compte environ 31 millions d'actifs.

# II. Évolution exprimée en pourcentage

## 1) Calculer une évolution

Propriétés et définition :

- Augmenter une valeur de $t$ % revient à la multiplier par 1 + $\frac{t}{100}$.
- Diminuer une valeur de $t$ % revient à la multiplier par 1 – $\frac{t}{100}$.
- 1 + $\frac{t}{100}$ et 1 – $\frac{t}{100}$ sont appelés les **coefficients multiplicateurs**.

Démonstration pour l'augmentation :
Si on augmente une valeur $V_0$ de $t$ % alors sa valeur $V_1$ après augmentation est égale à :
$V_1 = V_0 + V_0 \times \frac{t}{100} = V_0\left(1+\frac{t}{100}\right)$.

Exemples :
- Le prix d'un survêtement est de 49€. Il augmente de 8%.
Son nouveau prix est égal à $\left(1+\frac{8}{100}\right) \times 49 = 1{,}08 \times 49 = 52{,}25€$ .
- Le prix d'un polo est de 21€. Il diminue de 12%.
Son nouveau prix est égal à $\left(1-\frac{12}{100}\right) \times 21 = 0{,}88 \times 21 = 18{,}48€$.

Schéma :

49 augmenté de 8% → 52,92
x1,08
$\times\left(1+\frac{8}{100}\right)$

21 diminué de 12% → 18,48
x0,88
$\times\left(1-\frac{12}{100}\right)$

## 2) Calculer un taux d'évolution

Définition : On considère une valeur $V_0$ qui subit une évolution pour arriver à une valeur $V_1$.
Le **taux d'évolution** est égal à : $t = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$.
En pourcentage, le taux d'évolution est égal à : $t(\%) = 100 \times \frac{V_1 - V_0}{V_0}$.

Remarque :

Si $t > 0$, l'évolution est une augmentation.
Si $t < 0$, l'évolution est une diminution.

Exemple :

La population d'un village est passé de 8500 à 10400 entre 2008 et 2012.
Calculer le taux d'évolution de la population en %.
$t = \frac{10400-8500}{8500} \approx 0{,}224$ soit 22,4%.

### 3) Évolutions successives

Remarque préliminaire :
Une hausse de $t$ % suivie d'une baisse de $t$ % ne se compensent pas.
Par exemple, si une grandeur N subit une augmentation de 10% suivie d'une diminution de 10% alors elle subit une diminution de 1%.
En effet, N x $\left(1+\frac{10}{100}\right)$ x $\left(1-\frac{10}{100}\right)$ = N x 1,1 x 0,9 = N x 0,99 = N x $\left(1-\frac{1}{100}\right)$.

Propriété : Si une grandeur subit des évolutions successives alors le coefficient multiplicateur global est égal aux produits des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

Méthode : Déterminer un taux d'évolution global

En 2010, la boulangerie-pâtisserie *Aux délices* a augmenté ses ventes de 10%. En 2011, elle a diminué ses ventes de 5%.
Calculer le taux d'évolution des ventes sur les deux années.

Le coefficient multiplicateur correspondant à l'augmentation en 2010 est égal à : $1+\frac{10}{100}$.
Le coefficient multiplicateur correspondant à la diminution en 2011 est égal à : $1-\frac{5}{100}$.
Le coefficient multiplicateur sur les deux années est égal à :
$\left(1+\frac{10}{100}\right)$ x $\left(1-\frac{5}{100}\right)$ =1,1 x 0,95 = 1,045 = $1+\frac{4{,}5}{100}$.

Le taux d'évolution des ventes sur les deux années est donc égal à 4,5 %.

### 4) Évolution réciproque

Définition : On considère le taux $t$ d'évolution de la valeur $V_0$ à la valeur $V_1$.
On appelle **évolution réciproque** le taux $t'$ d'évolution de la valeur $V_1$ à la valeur $V_0$.

Propriété : On considère le taux $t$ d'évolution de la valeur $V_0$ à la valeur $V_1$.
L'évolution réciproque possède un coefficient multiplicateur inverse de l'évolution directe.

Démonstration :
Si on augmente une valeur $V_0$ de $t$ % alors sa valeur $V_1$ après augmentation est égale à :

$V_1 = V_0\left(1+\frac{t}{100}\right)$ et donc : $V_0 = V_1 \frac{1}{1+\frac{t}{100}}$.

L'évolution réciproque a donc pour coefficient multiplicateur $\frac{1}{1+\frac{t}{100}} = \frac{100}{100+t}$.

Méthode : Déterminer un taux d'évolution réciproque

1) Un magasin a des ventes en diminution de 8% sur l'année 2011.
Quel devrait être le pourcentage d'évolution sur l'année 2012 pour que les ventes retrouvent leur valeur initiale ?

2) La population d'un village a augmenté de 3% sur une année puis retrouve sa valeur initiale l'année suivante.
Quel est le pourcentage de baisse sur la 2$^e$ année ?

1) Le coefficient multiplicateur correspondant à la diminution de 8 % est égal à : $1-\frac{8}{100}=0{,}92$.
Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est égal à : $\frac{1}{0{,}92} \approx 1{,}087 = 1+\frac{8{,}7}{100}$.
Pour que les ventes retrouvent leur valeur initiale, il faudrait qu'elles augmentent d'environ 8,7 % sur l'année 2012.

2) Le coefficient multiplicateur est égal à $1+\frac{3}{100} = 1{,}03$.
Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est égal à: $\frac{1}{1{,}03} \approx 0{,}971 = 1-0{,}029 = 1-\frac{2{,}9}{100}$.
Sur la 2$^e$ année, la population diminue d'environ 2,9%.