Logique fiche n°2

Exercice 1 : de la logique en français

Une réunion de cosmonautes du monde entier a lieu à Paris. Les cosmonautes américains portent tous une chemise rouge.

1. A l'aéroport on voit quelqu'un qui porte une chemise blanche. Est-il cosmonaute américain ?
2. A côté de la personne précédente, on voit quelqu'un qui porte une chemise rouge. Est-il cosmonaute américain ?
3. Le haut-parleur annonce l'arrivée d'un cosmonaute russe. Porte-t-il une chemise rouge ?
4. Dans le hall, on voit un cosmonaute américain qui porte un manteau. Porte-t-il une chemise rouge ?

Exercice 2 : Expression algébrique et premières notions sur les fonctions (d'après document ressource logique et raisonnement)

1. Résoudre l'équation : $(x-3)^2 = (x+9)^2$
2. Voici quelques propositions, où a et b sont des nombres réels :

(P_1) : $A^2 = B^2$ (P_2) : $A = B$ (P_3) : $A = -B$

(P_4) : $(A+B)(A-B) = 0$ (P_5) : $A = B$ ou $A = -B$ (P_6) : $A = 0$ ou $B = 0$

a. Quelle sont les implications du type $(P_1) \Rightarrow$....... vraies pour tout A,B réels ?

b. Parmi les propositions (P_2)à (P_6) identifier celles qui impliquent la proposition (P_1) (pour tout A,B réels).

c. Quelles sont les propositions équivalentes (pour tout A,B réels) ?

Exercice 3 : Inégalités et carrés. (d'après Hyperbole 2^{nde})

Dans chaque cas dire si l'implication est vraie ou fausse ; expliquer pourquoi. Lorsque l'implication est fausse, on pourra modifier l'énoncé afin d'obtenir une implication vraie.

1. Si $(x-4)^2 \geq 9$ alors $x \geq 7$
2. Si $a \leq 0$ et $b \geq 0$ alors $a^2 + 3 \leq b^2 + 3$
3. Si deux nombres réels a et b de $]-\infty;-1]$ sont tels que $a \leq b$ alors $5-(a+1)^2 \leq 5-(b+1)^2$.

Exercice 4 Géométrie (d'après Hyperbole 2^{nde})

Sur un forum de mathématiques Mathias a posé la question suivante

Pour demain je dois faire un exercice où on me demande de démontrer que ABCD est un parallélogramme. Je ne sais pas comment m'y prendre. »

Albert répond « connais-tu une condition suffisante pour que ABCD soit un parallélogramme ?

Mathias n'en connais aucune et demande à d'autres internautes d'en proposer

Mourad propose : « $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Lucy propose : « AB=CD »

Gretchen propose : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires

Paulo propose : « (AB) et (BC) sont parallèles »

Siohban : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

Saoirse propose : « AC=AB+AD »

1 parmi ces conditions certaines sont effectivement suffisantes. Lesquelles ? en proposer d'autre

2 parmi les conditions ci-dessus certaines ne sont que nécessaires. Lesquelles ? en proposer d'autres.

Exercice 5 : Comprendre la nécessité de quantifier

1. Dans le domaine géométrique :

A et B sont des points donnés du plan, Dans quel cas (conditions sur le point M) ces égalités sont-elles vraies ?

$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$

2. Dans le domaine algébrique, ces égalités et inégalités sont-elles vraies ou fausses ?

$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ $(x+1)^2 = x^2 + 1$ $2x + 3 > 4x - 5$ $x^2 < x + 3$

$x^2 + 1 > 0$ $x^2 \geq 0$ $x^2 > -3$ $x^2 \geq x - 2$

Exercice 6 :

L'énoncé « Si un carré a son aire supérieure à 1 alors la longueur du côté de ce carré est supérieure à 1 ? » est-il vrai ?

L'implication « si $x^2 > 1$ alors $x > 1$ » est-elle vraie ?

Exercice 7 : Egalité impossible : recherche d'antécédents

Montrer que pour tout réel x différent de -2, $\frac{x+1}{x+2}$ est différent de 1.

Exercice 8 : raisonner avec l'évènement contraire

1. On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. Ecrire l'évènement contraire de l'évènement suivant : « Obtenir un trèfle » .
2. On tire une main au hasard dans un jeu de 32 cartes. Ecrire l'évènement contraire des évènements suivants : « obtenir au moins un as » ; « obtenir au plus deux as » ; « obtenir plus que deux as » ; « obtenir moins de trois as »
3. On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. Ecrire l'évènement contraire des évènements suivants obtenir « un trèfle et un roi » ; «obtenir un roi ou une dame » ;
4. Quelle est la condition contraire de « tous les murs de la pièce sont blancs »
5. On tire une main au hasard dans un jeu de 32 cartes. L'évènement contraire de l'évènement « toutes les cartes de la main sont des as » est-il « aucune carte n'est un as » ou « au moins une carte n'est pas un as »

Exercice 9 : équations équivalentes

Deux équations ou inéquations équivalentes ont le même ensemble de solutions.

1 . On donne les équations $x^2 = 3x$ et $2x - 6 = 0$.

a) Donner sans calcul l'ensemble des solutions (notés respectivement E et F) de ces équations.

b) Choisir la bonne affirmation : E $\subset$ F ou F $\subset$ E ou E=F ?

2. On donne les inéquations $x \geq 5$ et $-2x \geq -10$.

Trouver un nombre *x* solution de l'une mais pas de l'autre. Ces inéquations sont-elles équivalentes ?

3. a) Peut-on écrire « $x^2 - 3x = x(2x-6)$ » pour tout *x* ? Justifier.

b) Montrer que les équations $x^2 - 3x = 0$ et $x(2x-6) = 0$ sont équivalentes.

Exercice 10 : exercice transversal sur réunion et intersection

1. a) Vrai ou Faux : le nombre $\sqrt{2}$ appartient à l'ensemble L $= (I \cap J) \cup K$
   où I =]1 ;7[J =]4 ; 9,5[et K =] – ∞ ; 2]
   b) Ecrire plus simplement tous les nombres de l'ensemble L.
2. L'univers d'une expérience est constitué des cartes d'un jeu de 32 cartes.
   a) L'issue « roi de trèfle » appartient-elle à l'événement S $= (N \cap R) \cup P$ où N, R et P sont respectivement les événements « la carte est noire », « la carte est un roi » et « la carte est un pique. »
   b) Ecrire toutes les issues de l'ensemble S.

Exercice 11 : Parité de $n^2 + n$ (conseil : utiliser la disjonction des cas)

Question ouverte : Que peut-on dire de la parité de n^2+n pour n nombre entier naturel ?

Exercice 12 : Variations et signe de f(x) (d'après Odyssée 2$^{\text{nde}}$)

Une fonction *f* est définie sur l'intervalle [– 4 ; 4]. Elle est décroissante sur [– 4 ; 1] puis croissante sur [1 ; 4].

On sait de plus que *f*(1) = 0. Démontrer que, $\forall x \in [-4 ; 4]$, $f(x) \geq 0$.

Exercice 13 : Propriétés de triangles

Soit ABC un triangle vérifiant $\widehat{OAC} = 30°$ et $\widehat{OCA} = 35°$ quand on pose O le milieu de [BC]

Si A' est le symétrique de A par rapport à O, le quadrilatère ABA'C est-il rectangle ?

Exercice 14 : Fonctions : tableaux de signes ou de variations

On donne le tableau de signes d'une fonction *f* définie sur l'intervalle [– 8 ; 7] :

x	–8		–3		4		7
$f(x)$		+	0	–	0	+	

a. Donner, sur l'intervalle [– 8 ; 7], l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$.

b. Cédric affirme que l'équation $f(x) = 1$ admet exactement deux solutions. Élodie lui répond qu'on ne peut pas savoir. Qui a raison ? Justifier.

c. Si $x \leq 3$, alors $x^2 \leq 9$ vrai ou faux ?

Correction Logique fiche n°2

Exercice 1 : de la logique en français

Une réunion de cosmonautes du monde entier a lieu à Paris. Les cosmonautes américains portent tous une chemise rouge.

1. A l'aéroport on voit quelqu'un qui porte une chemise blanche. Est-il cosmonaute américain ?

On peut être sûr que non, car sinon il aurait une chemise rouge

2. A côté de la personne précédente, on voit quelqu'un qui porte une chemise rouge. Est-il cosmonaute américain ?

Peut-être, peut-être pas, on n'a pas interdit aux cosmonautes non américains présents de porter de chemise rouge.

3. Le haut-parleur annonce l'arrivée d'un cosmonaute russe. Porte-t-il une chemise rouge ?

Peut-être, peut-être pas, on n'a pas interdit aux cosmonautes non américains présents de porter de chemise rouge.

4. Dans le hall, on voit un cosmonaute américain qui porte un manteau. Porte-t-il une chemise rouge ?

Bien sûr que oui ! Voir l'énoncé.

Exercice 2 : Expression algébrique et premières notions sur les fonctions (d'après document ressource logique et raisonnement)

1. Résoudre l'équation : $(x-3)^2=(x+9)^2$

$\Leftrightarrow x^2-6x+9=x^2+18x+81 \quad \Leftrightarrow x^2-6x-x^2-18x=81-9 \quad \Leftrightarrow -24x=72 \Leftrightarrow x=-3$

2. Voici quelques propositions, où a et b sont des nombres réels :

$(P_1)\ :\ A^2=B^2 \quad (P_2): A=B \quad (P_3): A=-B$

$(P_4): (A+B)(A-B)=0 \quad (P_5): A=B$ ou $A=-B \quad (P_6): A=0$ ou $B=0$

a. Quelle sont les implications du type $(P_1) \Rightarrow$....... vraies pour tout A,B réels ?

pas P_2 : contre-exemple : A=5 et B=-5 , on a P_1 vraie et P_2 fausse donc pas d'implication

pas P_3 : contre-exemple : A=5 et B=5 , on a P_1 vraie et P_2 fausse donc pas d'implication

$A^2=B^2 \Leftrightarrow A^2-B^2=0 \Leftrightarrow (A-B)(A+B)=0 \Leftrightarrow A-B=0$ ou $A+B=0 \Leftrightarrow A=B$ ou $A=-B$

Ainsi $(P_1)\Leftrightarrow(P_4)\Leftrightarrow(P_5)$ donc $(P_1) => (P_4) => (P_5)$ (qui peut le plus peut le moins)

b. Parmi les propositions (P_2)à (P_6) identifier celles qui impliquent la proposition (P_1) (pour tout A,B réels).

Elles impliquent toutes (P_1)

c. Quelles sont les propositions équivalentes (pour tout A,B réels) ?

vu les réponses a) et b) on peut dire que les propositions (P_4)et(P_5) sont équivalentes à (P_1)

Exercice 3 : Inégalités et carrés. (d'après Hyperbole 2nde)

Dans chaque cas dire si l'implication est vraie ou fausse ; expliquer pourquoi. Lorsque l'implication est fausse, on pourra modifier l'énoncé afin d'obtenir une implication vraie.

1. Si $(x-4)^2 \geq 9$ alors $x \geq 7$ affirmation complètement fausse si on prend $x=-6$ on aura $(x-4)^2=100$ ce qui est bin plus grand que neuf mais on n'a pas $x \geq 7$.

2. Si $a \leq 0$ et $b \geq 0$ alors $a^2+3 \leq b^2+3$ ridicule pour les même raison, un simple contre-exemple bien placé et c'est réglé. Prenons $a=-10$ et $b=2$. L'hypothèse est vraie mais pas la conclusion, donc l'implication est fausse.

3. Si deux nombres réels a et b de $]-\infty;-1]$ sont tels que $a \leq b$ alors $5-(a+1)^2 \leq 5-(b+1)^2$.

Ah … pas nécessairement évident , donc on va y aller de manière propre :

Prenons a et b de $]-\infty;-1]$ alors $a \leq b => 0 \leq a-1 \leq b-1 => (a-1)^2 \leq (b-1)^2$

$=> -(b-1)^2 \leq -(a-1)^2 => 5-(a+1)^2 \leq 5-(b+1)^2$

Exercice 4 Géométrie

Sur un forum de mathématiques Mathias a posé la question suivante

Pour demain je dois faire un exercice où on me demande de démontrer que ABCD est un parallélogramme. Je ne sais pas comment m'y prendre. »

Albert répond « connais-tu une condition suffisante pour que ABCD soit un parallélogramme ?

Mathias n'en connais aucune et demande à d'autres internautes d'en proposer

Mourad propose : « $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ »

Gretchen propose : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires

Siohban : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

Lucy propose : « AB=CD »

Paulo propose : « (AB) et (BC) sont parallèles »

Saoirse propose : « AC=AB+AD »

1 parmi ces conditions certaines sont effectivement suffisantes. Lesquelles ? en proposer d'autre.

Mourad, Siohban ont donné des conditions suffisantes (ce qui veut dire que si la condition qu'il propose est réalisée alors on est sûr que l'on a à faire à un parallélogramme.
Autres conditions suffisante : ABCD est un carré, ABCD est un losange, ABCD est un rectangle, ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu (cette condition est aussi nécessaire).
2 parmi les conditions ci-dessus certaines ne sont que nécessaires. Lesquelles ? en proposer d'autres.
Mourad, Lucy, Siohban et Gretchen ont des conditions nécessaires (ça veut dire que si on sait que ABCD est un parallélogramme alors toutes les propositions de ces personnes seront vraies)
Autre conditions nécessaires : ABCD est un quadrilatère, ABCD est un trapèze, ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu (cette condition est aussi suffisante), ABCD a deux côtés opposés paralléles, ABCD a ses côtés deux à deux parallèles (cette condition est aussi suffisante).

Exercice 5 : Comprendre la nécessité de quantifier

1. Dans le domaine géométrique :

A et B sont des points donnés du plan, Dans quel cas (conditions sur le point M) ces égalités sont-elles vraies ?

$\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{AB}$ est vraie quelque soit le point M, c'est la relation de chasles

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{MA} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AM}$

cette égalité n'est vraie que si Mest au milieu de [AB]

$\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\vec{0}$ donc si A et B sont confondus cette égalité est tout le temps vraie, par contre si A et B sont distincts l'égalité n'est jamais vraie.

2. Dans le domaine algébrique, ces égalités et inégalités sont-elles vraies ou fausses ?

$(x+1)^2=x^2+2x+1$ est tout le temps vraie, c'est l'identité remarquable.

$(x+1)^2=x^2+1$ $\Leftrightarrow x^2+2x+1=x^2+1 \Leftrightarrow 2x=0 \Leftrightarrow x=0$ donc cette égalité n'est vraie que si $x=0$

$2x+3>4x-5$ $\Leftrightarrow 8>2x$ $\frac{8}{2}>x$ $4>x$ cette inégalité n'est vraie que sur $]-\infty;4[$

$x^2<x+3$ $\Leftrightarrow x^2-x-3<0$ $\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{13}{4}<0$ (mise sous forme canonique)

$\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2<0 \Leftrightarrow \left[\left(x-\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)\right]\left[\left(x-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)\right]<0$ et après tableau de signe

$S=]\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{13}}{2};\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{13}}{2}[$

$x^2+1>0$ $\Leftrightarrow x^2>-1$ ce qui est vrai tout le temps

$x^2\geq 0$ ce qui est vrai tout le temps

$x^2>-3$ ce qui est vrai tout le temps

$x^2\geq x-2$ même méthode que pour $x^2<x+3$,

$x^2\geq x-2 \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\geq 0$ $\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\geq 0 \Leftrightarrow \left[\left(x-\frac{1}{2}\right)-\frac{3}{2}\right]\left[\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{2}\right]\geq 0$

$S=]-\infty;-1]\cup[2;+\infty[$

Exercice 6 :

L'énoncé « Si un carré a son aire supérieure à 1 alors la longueur du côté de ce carré est supérieure à 1 ? » est-il vrai ?
Par contraposé : supposons que c le côté soit strictement plus petit que 1 (ie. $0<c<1$), alors la fonction carré étant strictement croissante sur $[0;+\infty[$ on aura : $0^2<c^2<1^2$ donc le carré aura son aire strictement inférieure à 1. On vient de montrer la contraposée et donc la proposition elle même.
L'implication « si $x^2>1$ alors $x>1$ » est-elle vraie ?
Un contre-exemple suffira : prenons $x=-2$ on a bien $x^2>1$ sans avoir $x>1$, l'implication est donc fausse.

Exercice 7 : Egalité impossible : recherche d'antécédents

Montrer que pour tout réel x différent de -2,$\frac{x+1}{x+2}$ est différent de 1.
Par l'absurde, soit x un réel différent de -2 supposons que $\frac{x+1}{x+2}=1 \Leftrightarrow x+1=x+2 \Leftrightarrow 1=2$ ce qui est absurde donc on ne peut avoir $\frac{x+1}{x+2}=1$ CQFD

Exercice 8 : raisonner avec l'évènement contraire

1) l'évènement contraire de « Obtenir un trèfle » : « la carte tirée n'est pas un trèfle ».
2) « Obtenir au moins un as » a pour événement contraire « ne pas obtenir d'as »;
« obtenir au plus deux as » a pour événement contraire « obtenir au plus un as »;
« obtenir plus que deux as » a pour événement contraire « obtenir deux as ou moins »;
« obtenir moins de trois as » a pour événement contraire « obtenir trois ou quatre as »;
3) On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. Ecrire l'évènement contraire des évènements suivants obtenir « un trèfle et un roi » a pour événement contraire « obtenir une carte qui soit non trèfle ou non roi »;
«obtenir un roi ou une dame » a pour événement contraire « obtenir une carte qui soit non roi et non dame» autrement dit « une carte qui ne soit ni un roi ni une dame. »;
4) « tous les murs de la pièce sont blancs » a pour événement contraire « au moins un mur de la pièce n'est pas blanc »
5) « toutes les cartes de la main sont des as » a pour événement contraire « au moins une carte de la main n'est pas un as »

Exercice 9 : équations équivalentes

Deux équations ou inéquations équivalentes ont le même ensemble de solutions.

1 . On donne les équations $x^2 = 3x$ et $2x - 6 = 0$.

a) Donner sans calcul l'ensemble des solutions (notés respectivement E et F) de ces équations.

$x^2 = 3x \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 3$ donc $E = \{0; 3\}$

$2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{6}{2}$ donc $F = \{3\}$

b) Choisir la bonne affirmation : F⊂E

2. On donne les inéquations $x \geq 5$ et $-2x \geq -10$.

Trouver un nombre x solution de l'une mais pas de l'autre. Ces inéquations sont-elles équivalentes ?

$-2x \geq -10 \Leftrightarrow x \leq \frac{-10}{-2} \Leftrightarrow x \leq 5$

Les deux équations n'auront comme solution commune que 5, donc pour répondre à la question toute autre valeur fera l'affaire : 3 ; -7 ; 10

3. a) Peut-on écrire « $x^2 - 3x = x(2x-6)$ » pour tout x ? Justifier.

$x^2 - 3x = x(2x-6) \Leftrightarrow x^2 - 3x = 2x^2 - 6x \Leftrightarrow 0 = 2x^2 - x^2 - 6x + 3x \Leftrightarrow 0 = x^2 - 3x$ équation qui comme on a pu le voir à la question 1) n'a que deux solutions 0 et 3. Donc l'égalité est loin d'être vraie pour tout x.

b) Montrer que les équations $x^2 - 3x = 0$ et $x(2x-6) = 0$ sont équivalentes.

$x(2x-6) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 2(x^2 - 3x) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 3x) = 0$

Exercice 10 : exercice transversal sur réunion et intersection

1. a) Vrai ou Faux : le nombre $\sqrt{2}$ appartient à l'ensemble L $= (I \cap J) \cup K$

où I =]1 ;7[J =]4 ; 9,5[et K =]$-\infty$; 2]

$I \cap J =]4; 7[$ donc $L = (I \cap J) \cup K =]4; 7[\cup]-\infty; 2]$ or $\sqrt{2} \approx 1,41$ donc on a bien $\sqrt{2} \in L$

b) Ecrire plus simplement tous les nombres de l'ensemble L.

2. L'univers d'une expérience est constitué des cartes d'un jeu de 32 cartes.

a) L'issue « roi de trèfle » appartient-elle à l'événement $S = (N \cap R) \cup P$ où N, R et P sont respectivement les événements « la carte est noire », « la carte est un roi » et « la carte est un pique. »

le roi de trèfle est un roi et il est noir donc l'événement « roi de trèfle » appartient bien à $(N \cap R)$ et donc à $(N \cap R) \cup P$

b) Ecrire toutes les issues de l'ensemble S= « roi trèfle, roi pique, reine pique, valet pique, as pique, 10 pique, 9 pique, 8 pique et 7 pique ».

Exercice 11 : Parité de $n^2 + n$ (conseil : utiliser la disjonction des cas)

Question ouverte : Que peut-on dire de la parité de n^2+n pour n nombre entier naturel ?

Déjà , jouons avec l'expression $n^2 + n$ pour se faire une idée de ce qui se passe

n	0	1	2	3	4	5	6	7
$n^2 + n$	0	2	6	12	20	30	42	56

On voit que $n^2 + n$ semble être toujours paire

On nous demande d'utiliser la disjonction des cas, autrement dit de faire plusieurs petites démonstrations avec les différents cas possibles.
Que se passe-t-il si n est pair ?
Déjà il existe un entier p tel que $n = 2p$ et donc $n^2 + n = (2p)^2 + 2p = 4p^2 + 2p = 2(2p^2 + p)$ donc le résultat est pair.
Si n est impair ?
Il existe un entier p tel que $n = 2p + 1$ et alors $n^2 + n = (2p + 1)^2 + 2p + 1 = 4p^2 + 4p + 1 + 2p + 1$
$= 2(2p^2 + 3p + 1)$ donc le résultat est aussi pair.
Donc dans tous les cas on a un résultat pair

Exercice 12 : Variations et signe de f(x) (d'après Odyssée 2nde)
Une fonction f est définie sur l'intervalle $[-4\,;\,4]$. Elle est décroissante sur $[-4\,;\,1]$ puis croissante sur $[1\,;\,4]$.
On sait de plus que $f(1) = 0$. Démontrer que, $\forall x \in [-4\,;\,4]$, $f(x) \geq 0$.
Sur $[-4\,;\,1]$ on a : $x \leq 1$ et la fonction étant décroissante sur cet intervalle on aura : $f(x) \geq f(1)$ et donc $f(x) \geq 0$
Sur $[1\,;\,4]$ on a : $x \geq 1$ et la fonction étant croissante sur cet intervalle on aura : $f(x) \geq f(1)$ et donc $f(x) \geq 0$
Ainsi sur $[-4\,;\,1]$ et sur $[1\,;\,4]$ on a $f(x) \geq 0$ et donc sur $[-4\,;\,4]$. On aura $f(x) \geq 0$

Exercice 13 : Propriétés de triangles
Soit ABC un triangle vérifiant $\widehat{OAC} = 30°$ et $\widehat{OCA} = 35°$ quand on pose O le milieu de [BC]
Si A' est le symétrique de A par rapport à O, le quadrilatère ABA'C est-il rectangle ?
Dans AOC on a $\widehat{OAC} = 30°$ et $\widehat{OCA} = 35°$ donc ce triangle n'est pas isocèle en O et donc OA≠OC et donc AA'≠BC les diagonales de ABA'C ne sont pas de même longueur et donc le quadrilatère n'est pas rectangle.

Exercice 14 : Fonctions : tableaux de signes ou de variations
On donne le tableau de signes d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-8\,;\,7]$:

x	-8		-3		4		7
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

a. Donner, sur l'intervalle $[-8\,;\,7]$, l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$.
$S = [-8; -3] \cup [4; 7]$
b. Cédric affirme que l'équation $f(x) = 1$ admet exactement deux solutions. Élodie lui répond qu'on ne peut pas savoir. Qui a raison ? Justifier.
Elodie a raison car sur $[-8; -3] \cup [4; 7]$ on sait qu'on est positif mais c'est tout, peut être qu'on reste toujours sous 1, peut être que ça papillonne et coupe l'horizontale d'équation y=1 plein de fois
c. Si $x \leq 3$, alors $x^2 \leq 9$ vrai ou faux ?
Prenons $x = -7$ et on a bien $x \leq 3$ sans avoir $x^2 \leq 9$ l'implication est donc fausse.