

Evaluation : Probabilités

Exercice 1

Soit A et B deux événements tels que $P(A)=0,35$, $P(B) = 0,47$ et $P(A \cup B)=0,82$, calculez $P(A \cap B)$, que peut on en déduire concernant les événements A et B (cf vocabulaire du cours).

Exercice 2

Soit l'expérience aléatoire on lance un dès dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On a A l'événements « tirer un 4 », et B : « tirer un nombre impair ».

1) Décrire sous la forme d'ensemble (par exemple $\{2 ;3\}$) les événements suivants A, B, \bar{A} , $A \cup B$ et $A \cap B$

Le dès est truqué, n'importe quel nombre impair à trois fois plus de chance d'être tiré que n'importe quel nombre pair.

2) Déterminer $P(A)$ et $P(B)$.

Exercice 3

Soit deux urnes U et V, la première contient 3 boules rouges et une bleue. L'urne V contient 5 boules bleues et 3 rouges.

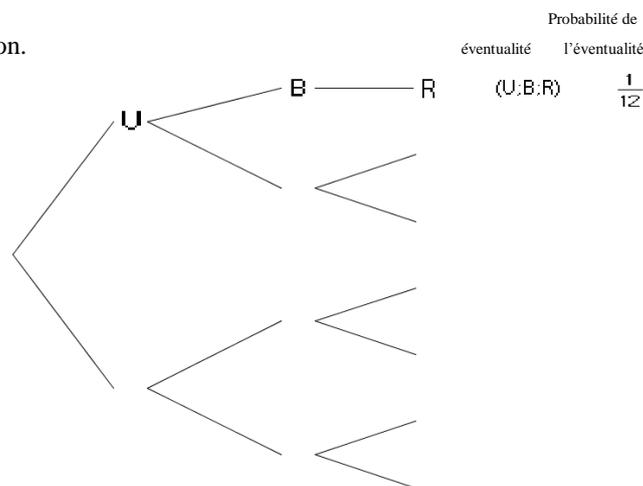
On pose les événements suivants : U : « on choisit l'urne U », R « on tire une boule rouge », B : « on tire une boule bleue ».

Les boules sont indiscernables au toucher.

1) quelle est la conséquence Mathématique de cette dernière information.

2) Au moment de sélectionner les urnes on a $P(U)=\frac{1}{3}$, calculez $P(\bar{U})$.

3) l'expérience aléatoire se déroule de la manière suivante, on choisit au hasard une des deux urnes, on tire une boule, on la met dans notre poche, puis on tire une autre boule. Complétez l'arbre (décrivant l'expérience aléatoire) ci-contre.



4) donnez la probabilité des événements suivants A : « faire deux boules Bleues », C : « faire deux boules rouges », D « faire deux boules de même couleur », E « faire deux boules de couleurs différentes », $(U ;B ;B)$ (quel terme mathématique se sert on pour décrire ce genre d'événement).

Exercice 4

Une usine d'horlogerie fabrique une série de montres. Certaines montres peuvent présenter un défaut x ou un défaut y. Des études statistiques menées sur 10 000 montres ont donné les renseignements suivants :

- 10% des montres présentent le défaut x ;
- Parmi les montres présentant le défaut x, 12% présentent le défaut y ;
- Parmi les montres ne présentant pas le défaut x, 5% présentent le défaut y.

1) Complétez le tableau suivant :

nombre de montres	avec défaut x	sans défaut x	totaux
présentant le défaut y			
sans défaut y			
totaux			10 000

2) On prélève au hasard une de ces 10 000 montres, chacune de ces montres ayant la même probabilité d'être choisie.

- a. Déterminer la probabilité de l'événement A : « la montre choisie présente le défaut x »
- b. Déterminer la probabilité de l'événement B : « la montre choisie présente le défaut y »
- c. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$, intersection des événements A et B, déterminer $P(A \cap B)$
- d. Déterminer la probabilité d'obtenir une montre sans défaut
- e. Déterminer la probabilité de l'événement $A \cup B$

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} , par $f(x)=(x+3)^2 - 9$

Montrer que -9 est un extremum de la fonction f, est ce un minimum ou un maximum ?

Exercice 6

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} , par $g(x) = 5 - 3x$

Dire si g est croissante ou décroissante, prouver votre réponse.

Correction

Exercice 1

On sait que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, donc $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,35 + 0,47 - 0,82 = 0$ on peut donc dire que les événements A et B sont incompatibles.

Exercice 2

1) $A = \{4\}$, $B = \{1; 3; 5\}$, $\bar{A} = \{1; 2; 3; 5; 6\}$, $A \cup B = \{1; 3; 4; 5\}$, et $A \cap B = \{\emptyset\}$

2) On pose $x = P(\{2\}) = P(\{4\}) = P(\{6\})$ on a donc $3x = P(\{1\}) = P(\{3\}) = P(\{5\})$ or :

$1 = P(\{1\}) + P(\{2\}) + P(\{3\}) + P(\{4\}) + P(\{5\}) + P(\{6\})$ et donc $1 = 3x + x + 3x + x + 3x + x$ et donc $1 = 12x$ et donc $x = \frac{1}{12}$.

Ainsi $P(A) = x = \frac{1}{12}$ et $P(B) = P(\{1; 3; 5\}) = 3 \times \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$

Exercice 3

1) pour le tirage des boules nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.

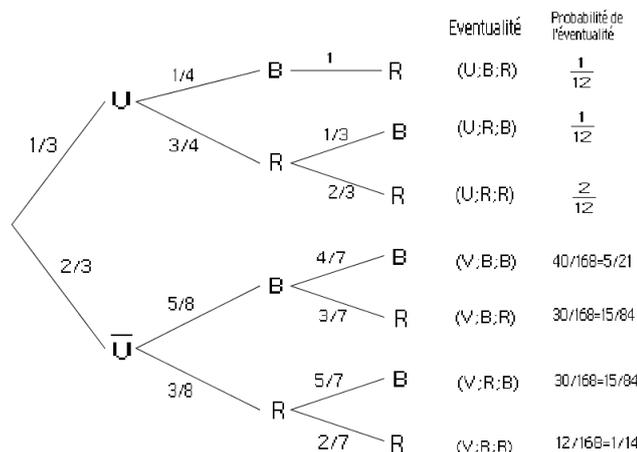
2) $P(U) = \frac{1}{3}$, calculez $P(\bar{U}) = 1 - P(U) = \frac{2}{3}$.

3)

4) $P(A) = \frac{5}{21}$; $P(C) = \frac{2}{12} + \frac{1}{14} = \frac{14}{84} + \frac{6}{84} = \frac{20}{84} = \frac{5}{21}$

$P(D) = P(A) + P(C) = \frac{5}{21} + \frac{5}{21} = \frac{10}{21}$; $P(E) = P(\bar{D}) = 1 - P(D) = \frac{11}{21}$

$P(U; B; B) = 0$ c'est un événement impossible



Exercice 4

nombre de montres	avec défaut x	sans défaut x	totaux
présentant le défaut y	120	450	570
sans défaut y	880	8 550	9 430
totaux	1 000	9 000	10 000

$P(A) = 1000/10000 = 1/10 = 0,1$

$P(B) = 570/10000 = 57/1000 = 0,057$

$P(A \cap B) = 120/10000 = 3/250 = 0,012$

Je note C = « la montre prélevée est sans défaut » $P(C) = 8 550 / 10 000 = 0,855$

$A \cup B = \bar{C}$ donc $P(A \cup B) = P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0,855 = 0,145$

Autre approche : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,1 + 0,057 - 0,012 = 0,145$

Exercice 5

D'abord on montre que -9 est bien atteint : visiblement c'est le cas en -3. Vérifions $f(-3) = (-3+3)^2 - 9 = -9$ yay !

Etudions le signe de la différence entre -9 et $f(x)$: $f(x) - (-9) = (x+3)^2 - 9 + 9 = (x+3)^2$ or un carré est toujours positif donc

$\forall x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) - (-9) \geq 0$ et donc $f(x) \geq -9$ ainsi -9 est le minimum de la fonction f

Exercice 6

Soit a et b deux réels tels que $a < b \Leftrightarrow -3a > -3b \Leftrightarrow 5-3a > 5-3b \Leftrightarrow g(a) > g(b)$ la fonction g change donc l'ordre, elle est donc décroissante sur \mathbb{R}