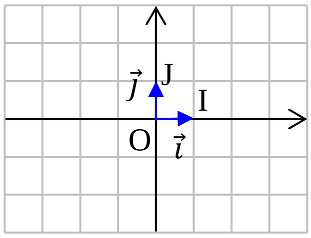
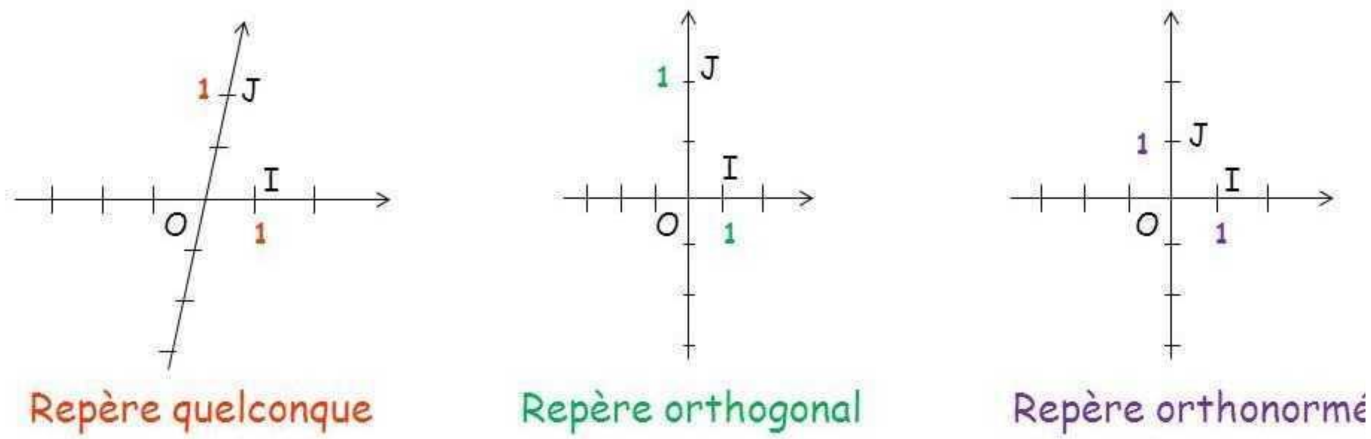
VECTEURS ET REPÉRAGE

I. Repère du plan

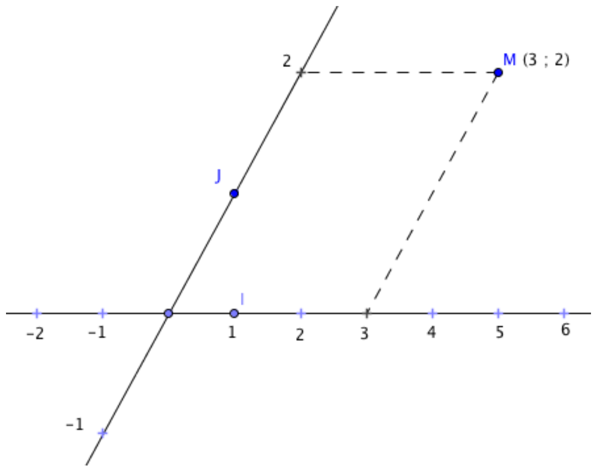
Trois points distincts deux à deux O, I et J du plan forment un repère, que l'on peut noter (O, I, J).
L'origine O et les unités OI et OJ permettent de graduer les axes (OI) et (OJ).
Remarque *(à ignorer pour l'instant)*
Si on pose $\vec{\imath} = \overrightarrow{OI}$ et $\vec{\jmath} = \overrightarrow{OJ}$, alors ce repère se note également (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$).



Définitions :
- On appelle **repère du plan** tout triplet (O, I, J) où O, I et J sont des points non alignés.
- Un repère est dit **orthogonal** si $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ ont des directions perpendiculaires.
- Un repère est dit **orthonormé** s'il est orthogonal et si $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ sont de norme 1.



Methode de lecture (et de placement)
On trace les parallèles aux deux axes passant par le point dont on veut déterminer les coordonnées et on regarde ou ces droites coupent les axes, il ne nous reste qu'à lire les valeurs sur les axes et à les arranger de la manière suivante $(x; y)$ ou $(abscisse; ordonnée)$



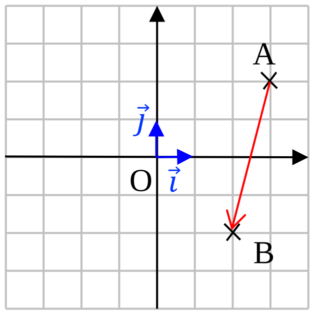
II. Distance dans un repère orthonormé

Propriété :
Soit A et B deux points de coordonnées $\binom{x_A}{y_A}$ et $\binom{x_B}{y_B}$ dans un repère ***orthonormé*** (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$), alors : AB = $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

(Cette propriété est une conséquence du théorème de Pythagore)

Méthode : Calculer une distance dans un repère orthonormé

Soit A$\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ et B$\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$ deux points dans un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$).



La distance AB (ou norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$) est égale à :

AB = $\sqrt{(2-3)^2+(-2-2)^2}$

= $\sqrt{1+16}$

= $\sqrt{17}$

III. Coordonnées du milieu d'un segment

Propriété :

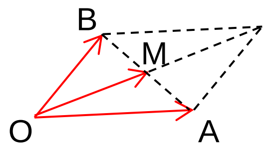
Soit A et B deux points de coordonnées $\begin{pmatrix}x_A\\y_A\end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix}x_B\\y_B\end{pmatrix}$ dans un repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$).

Le milieu M du segment [AB] a pour coordonnées : $\begin{pmatrix}\frac{1}{2}(x_A+x_B)\\\frac{1}{2}(y_A+y_B)\end{pmatrix}$

Démonstration :

Considérons le parallélogramme construit à partir de O, A et B.

Soit M son centre.



Alors $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$.

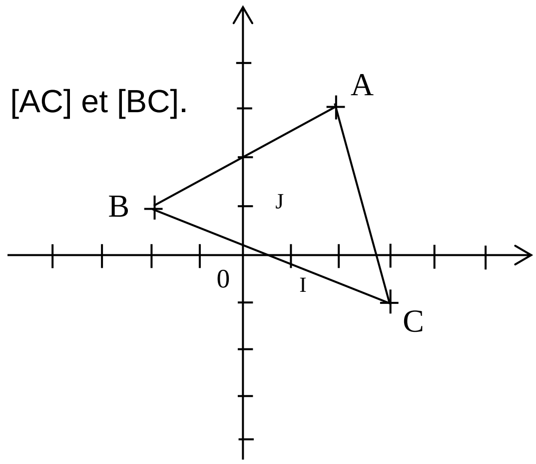
$\overrightarrow{OM}$ (ou M) a donc les mêmes coordonnées que celles du vecteur $\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ soit : $\begin{pmatrix}\frac{1}{2}(x_A+x_B)\\\frac{1}{2}(y_A+y_B)\end{pmatrix}$

Méthode : Calculer les coordonnées d'un milieu

On considère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) un repère du plan.

Soit A$\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$, B$\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$ et C$\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$.

Calculer les coordonnées de M, N et P milieux respectifs de [AB], [AC] et [BC].



M $\left(\frac{2+(-2)}{2} ; \frac{3+1}{2}\right)$ = (0 ; 2) N $\left(\frac{2+3}{2} ; \frac{3+(-1)}{2}\right)$ = (2,5 ; 1)

P $\left(\frac{-2+3}{2} ; \frac{1+(-1)}{2}\right)$ = (0,5 ; 0)