Correction d'exercices de la fiche d'exercice repérage dans le plan.

Exercice 7 (Math'x 26p251)

Calculer les coordonnées du milieu K de $[AB]$. Contrôler les résultats sur une figure.

a. $A(2;3)$ et $B(4;-1)$

K milieu de $[AB] \Leftrightarrow K\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right) \quad \Leftrightarrow K\left(\frac{2+4}{2};\frac{3+(-1)}{2}\right) \Leftrightarrow K\left(\frac{6}{2};\frac{2}{2}\right) \Leftrightarrow K(3;1)$

b. $A(4;1)$ et $B(-2;3)$

K milieu de $[AB] \Leftrightarrow K\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right) \quad \Leftrightarrow K\left(\frac{4+(-2)}{2};\frac{1+3}{2}\right) \Leftrightarrow K\left(\frac{2}{2};\frac{4}{2}\right) \Leftrightarrow K(1;2)$

Exercice 8 (Math'x 15p250)

Calculer les coordonnées du milieu K de $[AB]$.

a. $A(2;4)$ et $B(0;2)$

K milieu de $[AB] \Leftrightarrow K\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right) \quad \Leftrightarrow K\left(\frac{4+(-2)}{2};\frac{1+3}{2}\right) \Leftrightarrow K\left(\frac{2}{2};\frac{4}{2}\right) \Leftrightarrow K(1;2)$

b. $A(2;8)$ et $B(-4;6)$

K milieu de $[AB] \Leftrightarrow K\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right) \quad \Leftrightarrow K\left(\frac{2+(-4)}{2};\frac{8+6}{2}\right) \Leftrightarrow K\left(\frac{-2}{2};\frac{14}{2}\right) \Leftrightarrow K(-1;7)$

c. $A(-2;1)$ et $B(3;-2)$

K milieu de $[AB] \Leftrightarrow K\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right) \quad \Leftrightarrow K\left(\frac{(-2)+3}{2};\frac{1+(-2)}{2}\right) \Leftrightarrow K\left(\frac{1}{2};\frac{-1}{2}\right)$

d. $A(-4;1)$ et $B(-2;-3)$

K milieu de $[AB] \Leftrightarrow K\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right) \quad \Leftrightarrow K\left(\frac{-4+(-2)}{2};\frac{1+(-3)}{2}\right) \Leftrightarrow K\left(\frac{-6}{2};\frac{-2}{2}\right) \Leftrightarrow$
$K(-3;-1)$

Exercice 9 (Math'x 28p251)

je cherche les coordonnées de I le milieu de $[AC]$ puis celles de J le milieu de $[BD]$ et si ces points sont au même endroit alors les quadrilatère aura ses diagonales qui se couperont en leu milieu et donc ABCD sera un parallèlogramme.

a. $A(-2;5)$, $B(4;3)$, $C(8;-3)$ et $D(2;-1)$

I milieu de $[AC] \Leftrightarrow I\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right) \quad \Leftrightarrow I\left(\frac{-2+8}{2};\frac{5+(-3)}{2}\right) \Leftrightarrow I\left(\frac{6}{2};\frac{2}{2}\right) \Leftrightarrow I(3;1)$

J milieu de $[BD] \Leftrightarrow J\left(\frac{x_B+x_D}{2};\frac{y_B+y_D}{2}\right) \quad \Leftrightarrow J\left(\frac{4+2}{2};\frac{3+(-1)}{2}\right) \Leftrightarrow K\left(\frac{6}{2};\frac{2}{2}\right) \Leftrightarrow K(3;1)$

On se rend compte que I etJ sont confondues et donc le quadrilatère ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et c'est donc un parallélogramme.

b. $A(\frac{9}{2};7)$, $B(8;\frac{11}{2})$, $C(-5;1)$ et $D(-\frac{3}{2};-1)$

I milieu de $[AC] \Leftrightarrow I\left(\frac{\frac{9}{2}+(-5)}{2};\frac{7+1}{2}\right) \quad \Leftrightarrow I\left(\frac{\frac{9}{2}-\frac{10}{2}}{2};\frac{8}{2}\right) \Leftrightarrow I\left(\frac{\frac{1}{2}}{2};\frac{8}{2}\right) \Leftrightarrow I\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2};4\right) \Leftrightarrow I\left(\frac{1}{4};4\right)$

J milieu de $[BD] \Leftrightarrow J\left(\frac{8+\left(-\frac{3}{2}\right)}{2};\frac{\frac{11}{2}+(-1)}{2}\right) \quad \Leftrightarrow J\left(\frac{\frac{16}{2}-\frac{3}{2}}{2};\frac{\frac{11}{2}-\frac{2}{2}}{2}\right) \Leftrightarrow J\left(\frac{\frac{13}{2}}{2};\frac{\frac{9}{2}}{2}\right) \Leftrightarrow J\left(\frac{13}{2}\times\frac{1}{2};\frac{9}{2}\times\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow J\left(\frac{13}{4};\frac{9}{4}\right)$

On se rend compte que I et J sont distincts et donc le quadrilatère ABCD a ses diagonales qui ne se coupent pas en en leur milieu et ça n'est donc pas un parallélogramme.

Exercice 10 (Math'x 32p252)

Soit $P(2;-6)$,$Q(-3;-\frac{5}{3})$ et $R(-1;-2)$.

1. Calculer les coordonnées du milieu Kde $[QR]$.

K milieu de $[QR] \Leftrightarrow K\left(\frac{x_Q+x_R}{2};\frac{y_Q+y_R}{2}\right) \quad \Leftrightarrow K\left(\frac{-3+(-1)}{2};\frac{-\frac{5}{3}+(-2)}{2}\right) \Leftrightarrow K\left(\frac{-4}{2};\frac{-\frac{5}{3}-\frac{6}{3}}{2}\right)$

$\Leftrightarrow K\left(\frac{-4}{2};\frac{-\frac{11}{3}}{2}\right) \Leftrightarrow K\left(\frac{-4}{2};-\frac{11}{3}\times\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow K\left(-2;-\frac{11}{6}\right)$

2. En déduire les coordonnées de T tel que PQTR soit un parallélogramme.

Si PQTR est un parallélogramme alors K le milieu de $[QR]$ est aussi celui [TP]

Ainsi $K\left(\frac{x_T+x_P}{2};\frac{y_T+y_P}{2}\right) = K\left(-2;-\frac{11}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_T+x_P}{2} = -2 \\ \frac{y_T+y_P}{2} = -\frac{11}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_T+2}{2} = -2 \\ \frac{y_T+(-6)}{2} = -\frac{11}{6} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_T + 2 = -2\times 2 \\ y_T + (-6) = -\frac{11}{6}\times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_T = -4-2 \\ y_T = -\frac{11}{3}+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_T = -6 \\ y_T = -\frac{11}{3}+\frac{6\times 3}{1\times 3} \end{cases}$ donc $T\left(-6;\frac{7}{3}\right)$

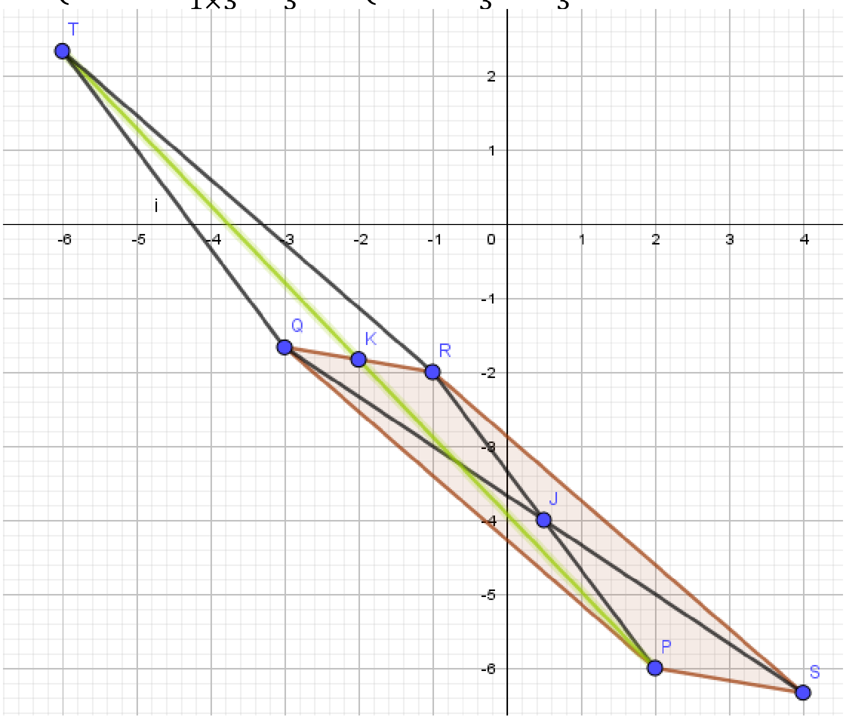
3. Déterminer les coordonnées $(x_S;y_S)$ du point S tel que $PQRS$ soit un parallélogramme.

J milieu de $[PR] \Leftrightarrow J\left(\frac{x_P+x_R}{2};\frac{y_P+y_R}{2}\right) \Leftrightarrow J\left(\frac{2+(-1)}{2};\frac{-6+(-2)}{2}\right) \Leftrightarrow J\left(\frac{1}{2};\frac{-8}{2}\right) \Leftrightarrow J\left(\frac{1}{2};-4\right)$

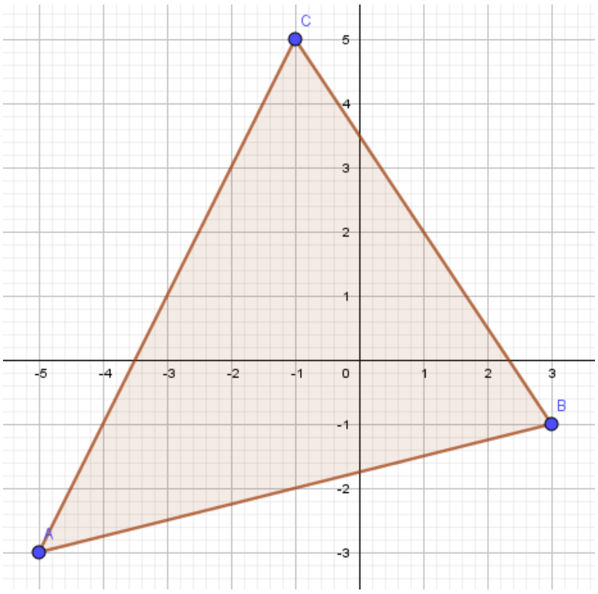
Si PQRS est un parallélogramme alors J le milieu de $[PR]$ est aussi celui [QS]

$J\left(\frac{x_Q+x_S}{2};\frac{y_Q+y_S}{2}\right)=J\left(\frac{1}{2};-4\right) \quad \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_Q+x_S}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{y_Q+y_S}{2} = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-3+x_S}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{-\frac{5}{3}+y_S}{2} = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3+x_S = \frac{1}{2}\times 2 \\ -\frac{5}{3}+y_S = -4\times 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_S = 1+3 \\ y_S = -8+\frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_S = 4 \\ y_S = -\frac{8\times 3}{1\times 3}+\frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_S = 4 \\ y_S = \frac{-24}{3}+\frac{5}{3} \end{cases}$ donc $S\left(4;-\frac{19}{3}\right)$



Exercice 12



1)

$BA = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{\left(3-(-5)\right)^2 + \left(-1-(-3)\right)^2} = \sqrt{(+8)^2 + (+2)^2} = \sqrt{68}$

$BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{\left(3-(-1)\right)^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{(+4)^2 + (-6)^2} = \sqrt{52}$

$CA = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{\left(-1-(-5)\right)^2 + \left(5-(-3)\right)^2} = \sqrt{(+4)^2 + (+8)^2} = \sqrt{80}$

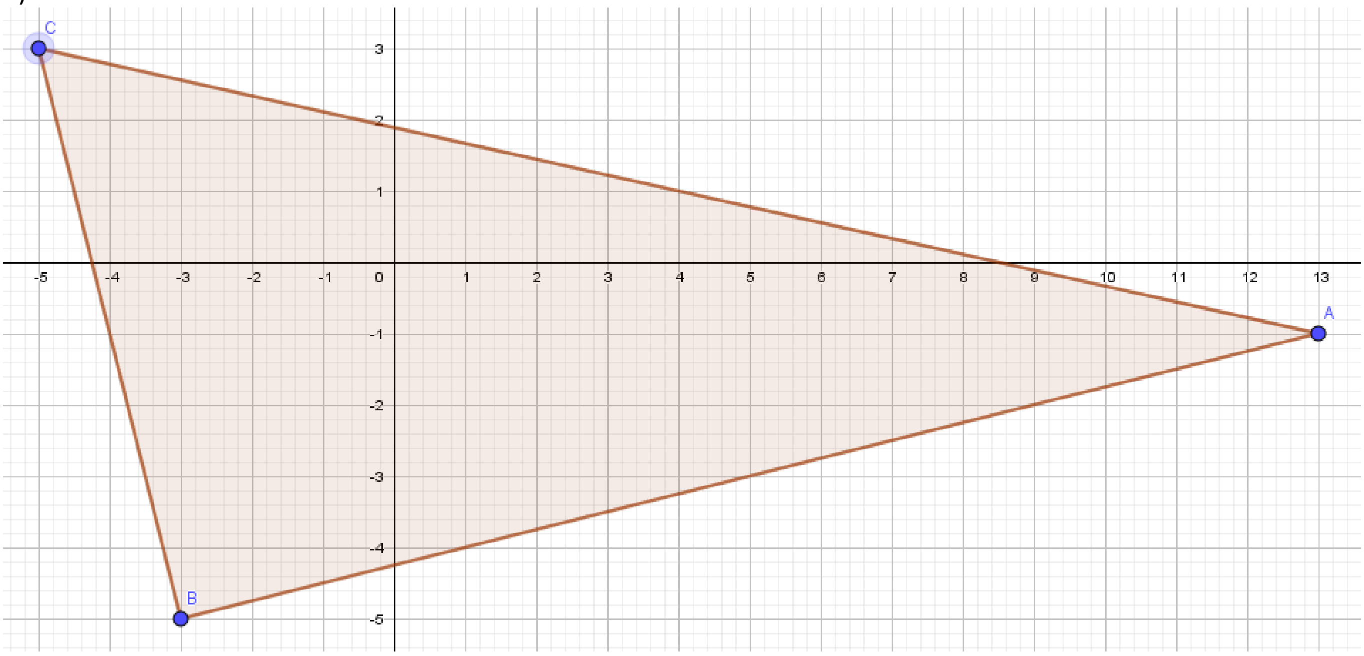
Il n'y a pas deux côtés de même mesure donc le triangle est ni isocèle ni équilatéral.

Le plus grand côté est CA or

$CA^2 = 80$ et $BA^2 + BC^2 = 68 + 52 = 12$

donc $CA^2 \neq BA^2 + BC^2$ et donc d'après **la contraposée du théorème de Pythagore** le triangle n'est pas rectangle

2)



$BA = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-3-13)^2 + \left(-5-(-1)\right)^2} = \sqrt{(-16)^2 + (-4)^2} = \sqrt{272}$

$BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{\left(-3-(-5)\right)^2 + (-5-3)^2} = \sqrt{(+2)^2 + (-8)^2} = \sqrt{68}$

$CA = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-5-13)^2 + \left(3-(-1)\right)^2} = \sqrt{(-18)^2 + (+4)^2} = \sqrt{340}$

AC est le plus grand des trois côtés or

$AC^2 = 340$ et $BA^2 + BC^2 = 272 + 68 = 340$ donc $AC^2 = BA^2 + BC^2$ et donc la réciproque du théorème de pythagore on a ABC rectangle en B.

Exercice 13

La question posée revient à se demander si $\Omega A = \Omega B$

Il nous faut donc calculer les longueurs des deux segments $[\Omega A]$ et $[\Omega B]$.

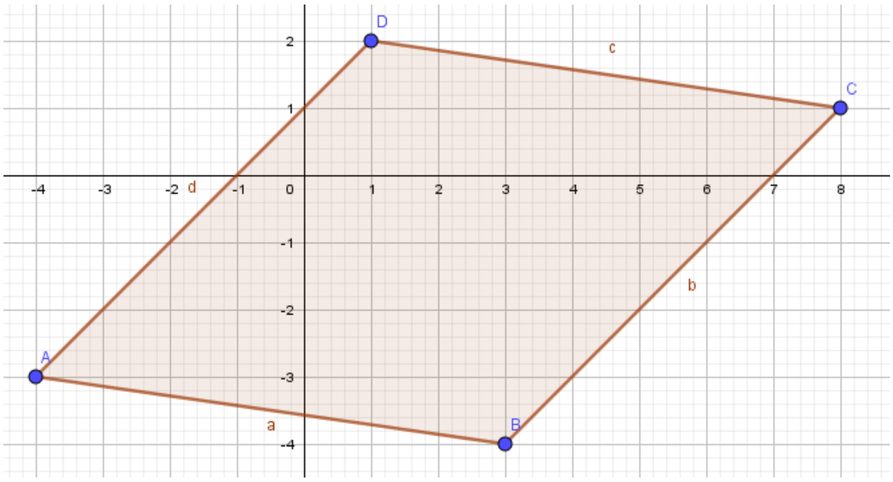
$\Omega A = \sqrt{(x_\Omega - x_A)^2 + (y_\Omega - y_A)^2} = \sqrt{(3-6{,}5)^2 + (2-10)^2} = \sqrt{(-3{,}5)^2 + (-8)^2} = \sqrt{76{,}25} \approx 8{,}73$

$\Omega B = \sqrt{(x_\Omega - x_B)^2 + (y_\Omega - y_B)^2} = \sqrt{\left(3-(-4{,}5)\right)^2 + \left(2-(-2{,}5)\right)^2} = \sqrt{7{,}5^2 + 4{,}5^2} = \sqrt{76{,}5} \approx 8{,}75$

Les deux longueurs sont très proches mais pas égales donc si on faisait la figure on aurait vraiment l'impression que les deux points A et B sont sur le cercle C mais ça n'est pas le cas.

Exercice 14

a. Conjecturer, c'est deviner. En regardant la figure obtenue on a l'impression que le quadrilatère est un parallélogramme.



$BA = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$= \sqrt{\left(3-(-4)\right)^2 + \left(-4-(-3)\right)^2}$

$= \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{50}$

$BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2}$

$= \sqrt{(3-8)^2 + (-4-1)^2}$

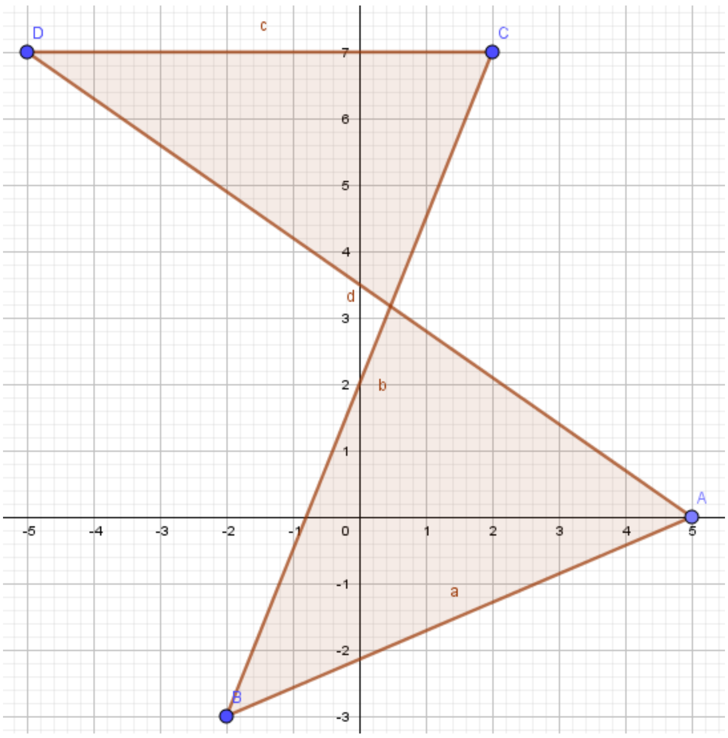
$= \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{50}$

$DC = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2}$

$= \sqrt{(1-8)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 1^2} = \sqrt{50}$

$DA = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{\left(1-(-4)\right)^2 + \left(2-(-3)\right)^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50}$

Ainsi on a AB=BC=CD=DA et donc ABCD est plus qu'un parallélogramme c'est un losange.



b. Le quadrilatère est croisé, et il ne semble pas avoir d'autre particularité.

$BA = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

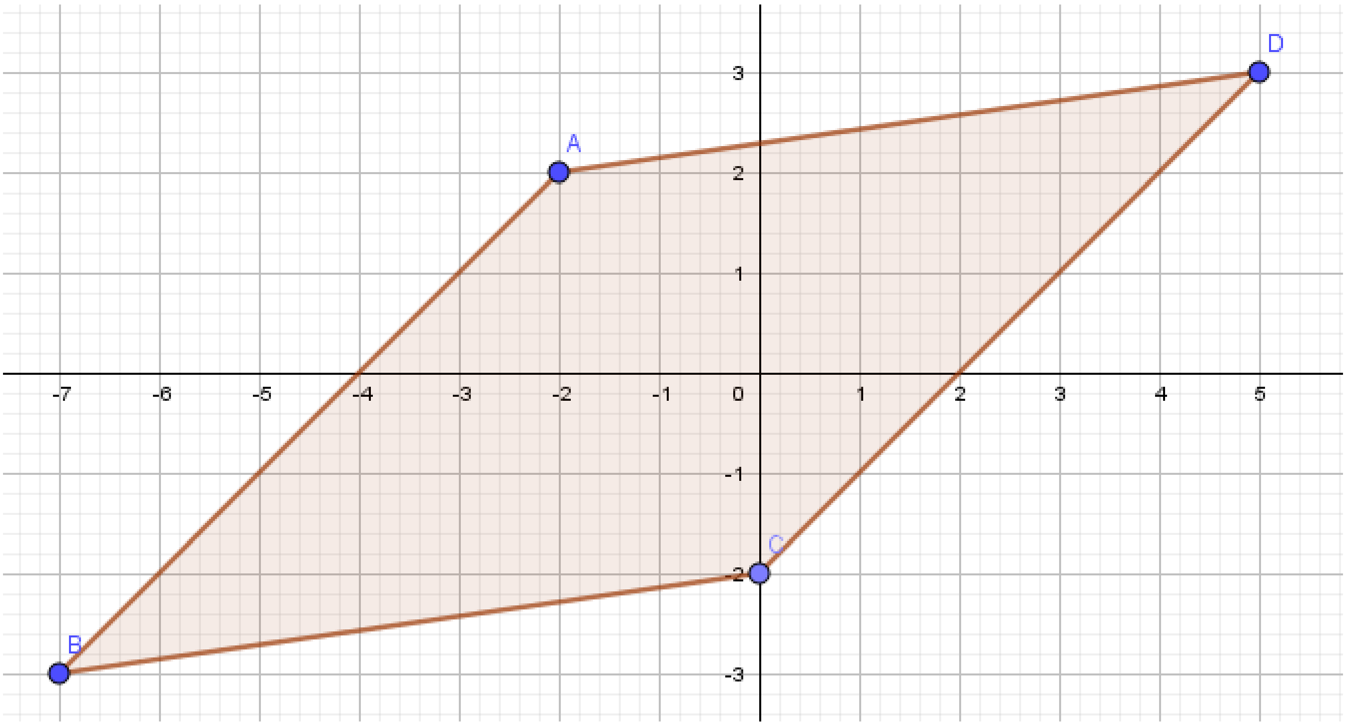
$= \sqrt{(-2-5)^2 + (-3-0)^2}$

$= \sqrt{(-7)^2 + (-3)^2} = \sqrt{58}$

$CD = 7$ donc on a deux côtés opposés qui ne sont pas de même mesure , ça exclue la possibilité que le quadrilatère soit un parallélogramme.

Exercice 15

1)



2)

$$BA = \sqrt{(x_{\mathrm{B}} - x_A)^2 + (y_{\mathrm{B}} - y_A)^2} = \sqrt{\left(-7-(-2)\right)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{50}$$

$$BC = \sqrt{(x_{\mathrm{B}} - x_C)^2 + (y_{\mathrm{B}} - y_C)^2} = \sqrt{(-7-0)^2 + (-3-(-2))^2} = \sqrt{(-7)^2 + (-1)^2} = \sqrt{50}$$

$$DC = \sqrt{(x_{\mathrm{D}} - x_C)^2 + (y_{\mathrm{D}} - y_C)^2} = \sqrt{(5-0)^2 + \left(3-(-2)\right)^2} = \sqrt{(+5)^2 + 5^2} = \sqrt{50}$$

$$DA = \sqrt{(x_{\mathrm{D}} - x_A)^2 + (y_{\mathrm{D}} - y_A)^2} = \sqrt{\left(5-(-2)\right)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50}$$

Comme on a AB=CD et AD=BC on a un quadrilatère avec ses côtés deux à deux de même mesure donc ABCD est un parallèlogramme.

3) on a CB=CD donc BCD est isocèle en C

4) Nous avons donc ABCD qui est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même mesure et donc c'est un losange.