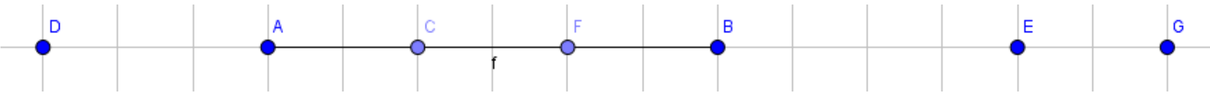
Préparation au contrôle

Exercices à faire pour le 10/12

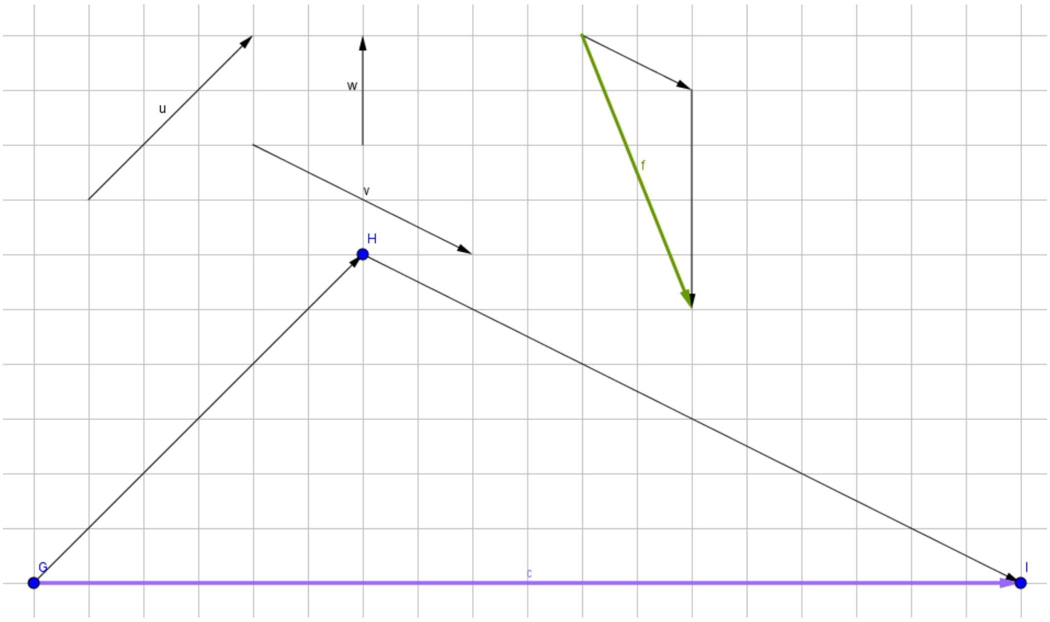
+ Bonus

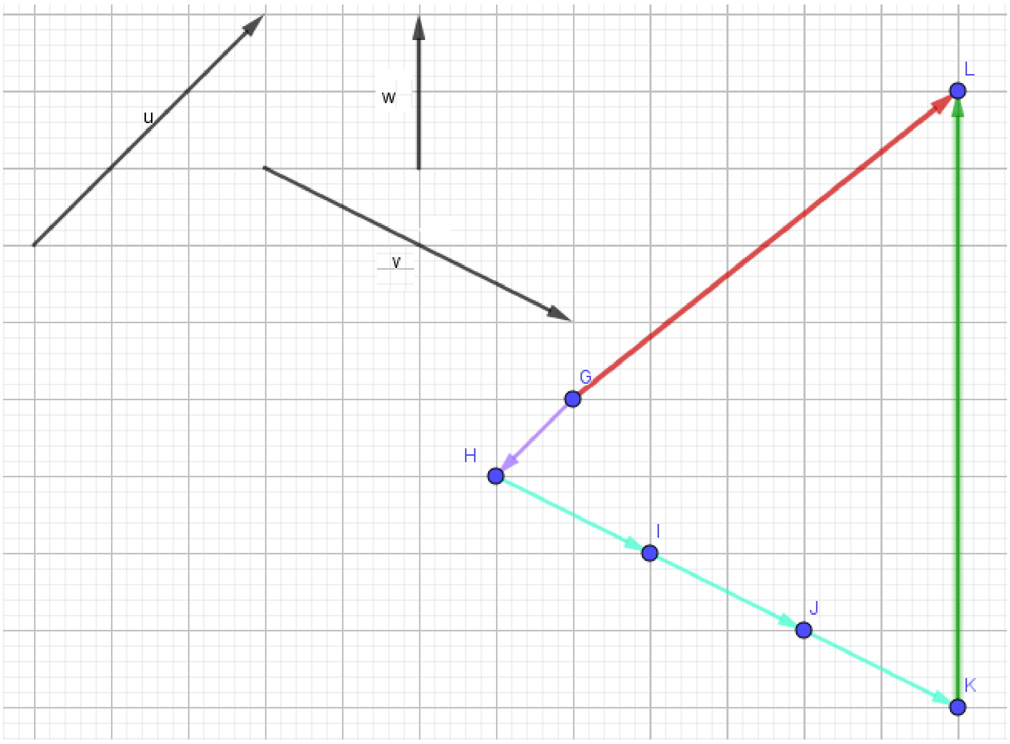
106P148



6) H est à $\frac{7}{2}4 = 14$ carreaux à gauche de D

Exercice 107P148 a. et b.





c.

pour tracer $-\frac{1}{3}\vec{u} + \frac{3}{2}\vec{v} + 4\vec{w}$

D'abord je pose mon point de départ G

Et à partir de lui je me déplace selon $-\frac{1}{3}\vec{u}$

Autrement dit par rapport à $\vec{u}$ je change de sens, et je divise ma taille par 3.

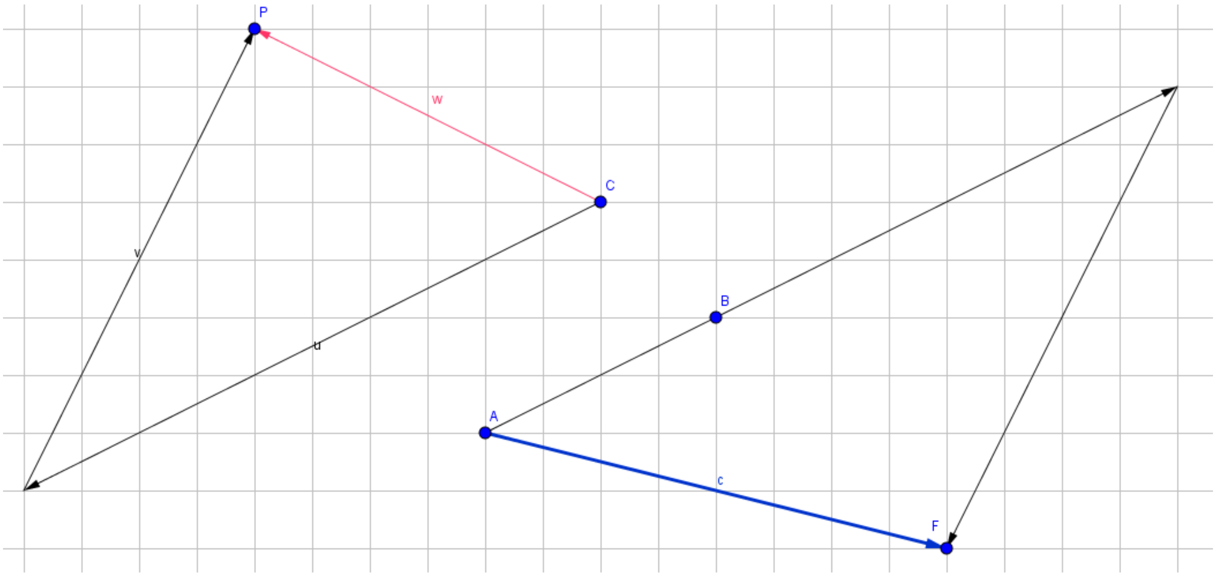
J'obtiens le point H.

De là pour faire $\frac{3}{2}\vec{v}$, je pourrais tracer la parlléle à $\vec{v}$ passant par H, et à partir de ce point me déplacer dans le sens de $\vec{v}$ de $\frac{3}{2} = 1{,}5$ fois la norme de $\vec{v}$.

J'ai préféré faire trois déplacement de $\frac{1}{2}\vec{v}$, qui m'amènent en I , J et finalement en K.

De là je me déplace de $4\vec{w}$ autrement dit de quatre fois 2 carreaux vers le haut et j'arrive à destination, un point que je vais nommer L et on aura ainsi $\overrightarrow{GL} = -\frac{1}{3}\vec{u} + \frac{3}{2}\vec{v} + 4\vec{w}$

Exercice 108P148 a et c



Exercice 110P148

Quand on vous demande d'exprimer un objet x en fonction d'un objet y on attend de votre part une égalité de la forme $x = \ \dots\ y \dots$

Dans le cadre des vecteurs quand on vous demande d'exprimer $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$ il faut faire en sorte de n'avoir que ces deux vecteurs dans l'égalité puis mettre tous les $\overrightarrow{AB}$ d'un côté et le reste de l'autre. C'est un peu comme si on vous demandait de résoudre une équation dont l'inconnue est $\overrightarrow{AB}$.

1) $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{BC}$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = 3\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right)$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{AC}$
$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BA} = 3\overrightarrow{AC}$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$ $\Leftrightarrow 4\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$
$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
2) $3\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CA} = \vec{0}$ $\Leftrightarrow -3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} = \vec{0}$ $\Leftrightarrow -3\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}$
$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{2}{-3}\overrightarrow{AC}$

Exercice 111P148

2) $3\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{AB}$ $\Leftrightarrow 3\left(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}\right) = 2\overrightarrow{AB}$ $\Leftrightarrow 3\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AB}$
$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AB}$ $\Leftrightarrow -3\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AB}$ $\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$
$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$

Exercice 112P148

2) $-5\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{BA}$ $\Leftrightarrow -5\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right) + \overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{BA}$
$\Leftrightarrow -5\overrightarrow{BA} - 5\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{BA}$ $\Leftrightarrow 5\overrightarrow{AB} - 5\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} = -4\overrightarrow{AB}$
$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AB} = 5\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}$ $\Leftrightarrow 9\overrightarrow{AB} = 6\overrightarrow{AC}$
$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{6}{9}\overrightarrow{AC}$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Exercice 117P148

1) ABCD est un parallélogramme, donc ses diagonales se coupent en leur milieu et donc O est le milieu de $[AC]$
donc $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$
2) $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ or ABCD étant un parallélogramme on aura $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
donc $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
3) ABCD est un parallélogramme, donc ses diagonales se coupent en leur milieu et donc O est le milieu de $[DB]$
donc $\overrightarrow{DO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$ or ABCD étant un parallélogramme on aura $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$
donc $\overrightarrow{DO} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$.
De plus ABCD étant un parallélogramme on aura $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$
donc $\overrightarrow{DO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Exercices : simplifications de racines

$A = \frac{7}{3-\sqrt{7}}$ $\qquad B = \frac{\sqrt{55}-\sqrt{65}}{\sqrt{11}-\sqrt{13}}$ $\qquad C = \frac{\sqrt{1078}}{\sqrt{3993}}$

Correction

$A = \frac{7}{3-\sqrt{7}} = \frac{7(3+\sqrt{7})}{(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})} = \frac{7\times3+7\times\sqrt{7}}{3^2-\sqrt{7}^2} = \frac{21+7\sqrt{7}}{9-7} = \frac{21+7\sqrt{7}}{2}$

$B = \frac{\sqrt{55}-\sqrt{65}}{\sqrt{11}-\sqrt{13}} = \frac{(\sqrt{55}-\sqrt{65})(\sqrt{11}+\sqrt{13})}{(\sqrt{11}-\sqrt{13})(\sqrt{11}+\sqrt{13})} = \frac{\sqrt{55}\sqrt{11}+\sqrt{55}\sqrt{13}-\sqrt{65}\sqrt{11}-\sqrt{65}\sqrt{13}}{\sqrt{11}^2-\sqrt{13}^2}$

$= \frac{\sqrt{5\times11^2}+\sqrt{5\times11\times13}-\sqrt{5\times13\times11}-\sqrt{5\times13^2}}{11-13} = \frac{11\sqrt{5}+\sqrt{715}-\sqrt{715}-13\sqrt{5}}{-2} = \frac{(11-13)\sqrt{5}}{-2} = \frac{(-2)\sqrt{5}}{-2} = \sqrt{5}$

$C = \frac{\sqrt{1078}}{\sqrt{3993}} = \sqrt{\frac{1078}{3993}} = \sqrt{\frac{7^2\times2\times11}{3\times11\times11^2}} = \sqrt{\frac{7^2\times2}{3\times11^2}} = \frac{\sqrt{7^2\times2}}{\sqrt{3\times11^2}} = \frac{7\sqrt{2}}{11\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{2}\sqrt{3}}{11\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{6}}{11\times3} = \frac{7\sqrt{6}}{33}$