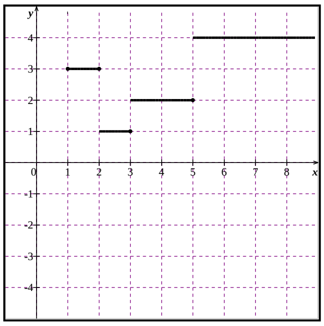
Les fonctions

Les fonctions de référence

1. Les fonctions en escaliers

Une fonction **en escaliers** est une fonction constante par intervalles.

Exemple. la fonction *f* définie sur [1,+∞[



$$\begin{cases} f(x) = 3 & \text{si} \quad 1 \le x \le 2 \\ f(x) = 1 & \text{si} \quad 2 < x \le 3 \\ f(x) = 2 & \text{si} \quad 3 < x < 5 \\ f(x) = 4 & \text{si} \quad 5 \le x \end{cases}$$

2. Les fonctions affines

Une **fonction affine** *f* est définie sur ℝ par $f(t) = at + b$ où a et b sont des réels fixés.
Une fonction affine est dérivable sur ℝ et, pour tout nombre réel *t*, $f'(t) = a$.

Cas $a > 0$

f est strictement croissante sur ℝ

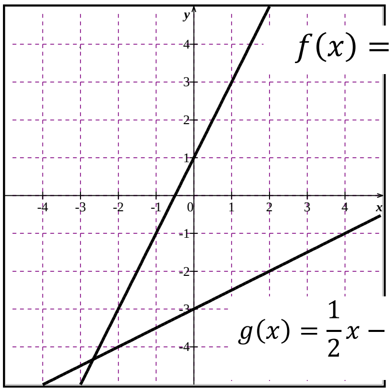
t	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f'(t)$	$+$
$f(t)$	$-\infty$ ↗ $+\infty$

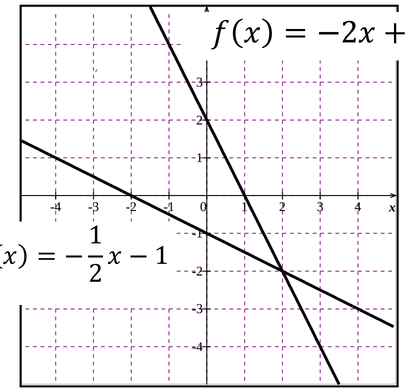
Cas $a < 0$

f est strictement décroissante sur ℝ

t	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f'(t)$	$-$
$f(t)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$

Exemples.

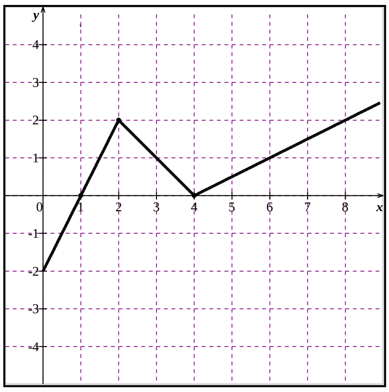




3. fonctions affines par morceaux

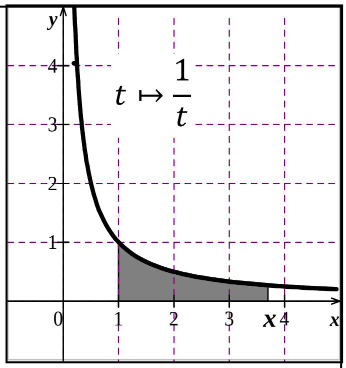
Une fonction **affine par morceaux** est une fonction affine par intervalles.

Exemple. Soit *f* fonction affine par morceaux définie sur [0,+∞[:



$$f(t) = 2t - 2 \quad \text{si} \quad 0 \le t \le 2$$
$$f(t) = -t + 4 \quad \text{si} \quad 2 \le t \le 4$$
$$f(t) = \frac{1}{2}t - 2 \quad \text{si} \quad 4 \le t$$

4. La fonction logarithme népérien



La fonction logarithme népérien notée ln, est la primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur]0,+∞[telle que ln1= 0.

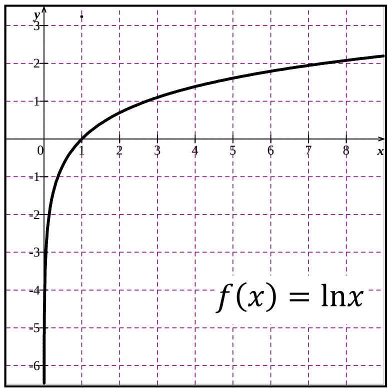
Représentation :
Pour tout $x > 0$, ln x est l'aire de la surface hachurée ci-contre entre les bornes 1 et x avec pour convention que cette aire est négative lorsque $0 < x < 1$.

Propriétés du logarithme népérien.
Pour tous réels a et b tels que $a > 0$, $b > 0$ et pour tout entier relatif n.

$\ln(a\times b) = \ln a + \ln b$ $\quad \ln\frac{1}{a} = -\ln a$ $\quad \ln\frac{a}{b} = \ln a - \ln b$ $\quad \ln\sqrt{a} = \frac{1}{2}\ln a$ $\quad \ln a^n = n \ln a$

Variations du logarithme népérien.
Pour tout $t \in]0,+\infty[$, la dérivée de ln est la fonction : $t \mapsto \frac{1}{t}$.
La fonction ln est strictement croissante sur]0,+∞[.

t	0	1	+∞
$f'(t) = \frac{1}{t}$	‖	+	
$f(t) = \ln t$	‖ −∞	↗ 0	+∞



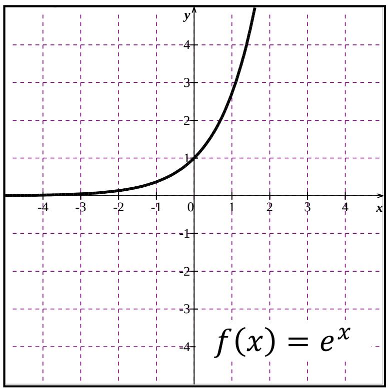
5. La fonction exponentielle

La fonction exponentielle notée exp, est la fonction qui à tout nombre réel t associe le nombre strictement positif unique y tel que $t = \ln y$: $\exp : \mathbb{R} \to]0,+\infty[$, $t \mapsto y = \exp t = e^t$ et on a $t = \ln y$

Propriétés de l'exponentielle.
Pour tous réels a et b tels que $a > 0$, $b > 0$ et pour tout entier relatif n.
$e^{a+b} = e^a \times e^b$, $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$, $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$ et $(e^a)^n = e^{na}$

Variations de l'exponentielle.
Pour tout $t \in \mathbb{R}$, la dérivée de exp est elle-même.
La fonction exp est strictement croissante sur ℝ.

t	−∞	0	+∞
$f'(t) = e^t$		+	
$f(t) = e^t$	0	↗ 1	+∞



6. Les fonctions puissances

Soit $\alpha \in \mathbb{R}$, la fonction puissance f_α d'exposant α est la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f_\alpha(t) = t^\alpha = e^{\alpha \ln t}$

Dérivée de la fonction puissance.

Pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$, la fonction f_α est dérivable sur $]0,+\infty[$ et $f'_\alpha(t) = \alpha t^{\alpha-1}$.

Variations de la fonction puissance.

Lorsque $\alpha=0$, la fonction $f_0(t) = t^0 = 1$ est constante sur $]0,+\infty[$.

Lorsque $\alpha\neq 0$, $f'_\alpha(t) = \alpha t^{\alpha-1}$ est du signe de α sur $]0,+\infty[$.

Cas $\alpha < 0$

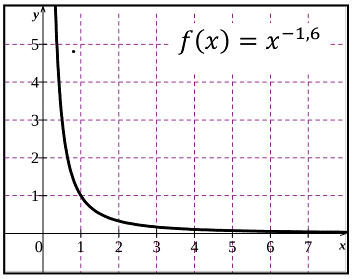
f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

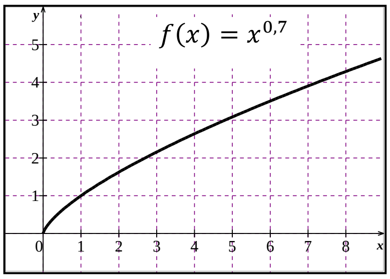
t	0		$+\infty$
$f'_\alpha(t) = \alpha t^{\alpha-1}$	‖	$-$	
$f_\alpha(t) = t^\alpha$	‖ $+\infty$	↘	0

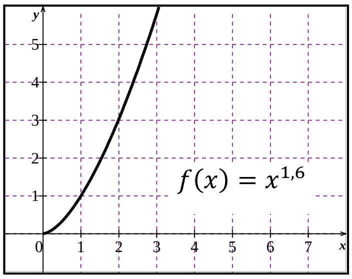
Cas $\alpha > 0$

f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

t	0		$+\infty$
$f'_\alpha(t) = \alpha t^{\alpha-1}$	‖	$+$	
$f_\alpha(t) = t^\alpha$	‖ 0	↗	$+\infty$







7. Les fonctions circulaires

Le plan est muni du repère orthonormal $(0,\vec{i},\vec{j})$. A tout réel t, on associe le point M du cercle trigonométrique tel que l'angle $(\vec{i},\overrightarrow{OM})$ mesure t radians. On pose alors cos t = abscisse de M et sin t = ordonnée de M. Ces deux fonctions sont définies sur $\mathbb{R}$ et sont à valeurs dans $[-1,1]$.

Périodicité et parité des fonctions circulaires.

$\cos(t+2\pi) = \cos t$ et $\sin(t+2\pi) = \sin t$ donc les fonctions sinus et cosinus sont périodiques de période 2π.

$\cos(-t) = \cos t$ et $\sin(-t) = -\sin t$ donc la fonction cosinus est paire et la fonction sinus est impaire.

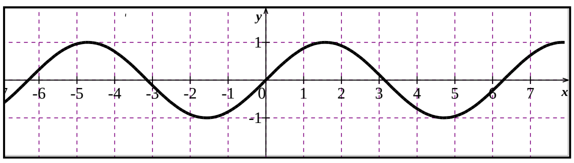
Dérivée des fonctions circulaires.

Les fonctions sinus et cosinus sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et pour tout $t\in\mathbb{R}$, $\sin' t = \cos t$ et $\cos' t = -\sin t$.

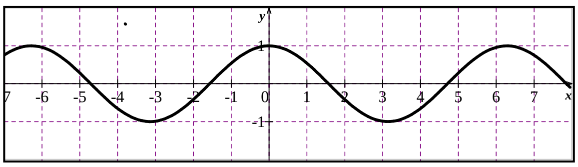
Variations des fonctions circulaires.

t	0		$\pi/2$		π
$f'(t) = \cos t$	1	$+$	0	$-$	-1
$f(t) = \sin t$	0	↗	1	↘	0

t	0	$\pi/2$	π
$f'(t) = -\sin t$	0	$-$	0
$f(t) = \cos t$	1	↘	-1



$f(x) = \sin x$



$f(x) = \cos x$

I. Limites d'une fonction

Dans les tableaux ci-dessous : $a \in \mathbb{R}$ ou $a = +\infty$ ou $a = -\infty$, L$\in \mathbb{R}$

← Somme de fonctions.

Si $\lim\limits_{x\to a} u(x)$	L	L	L	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$
et $\lim\limits_{x\to a} v(x)$	L'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
Alors $\lim\limits_{x\to a}[u(x)+v(x)]$	L+L'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	Forme indéterminée	$-\infty$

↑ Produit de fonctions.

Si $\lim\limits_{x\to a} u(x)$	L	L $\neq 0$	0	$+\infty$ ou $-\infty$
et $\lim\limits_{x\to a} v(x)$	L'	$+\infty$ ou $-\infty$	$+\infty$ ou $-\infty$	$+\infty$ ou $-\infty$
alors $\lim\limits_{x\to a}[u(x) \times vx$	L×L'	$+\infty$ ou $-\infty$ selon la règle des signes	Forme indéterminée	$+\infty$ ou $-\infty$ selon la règle des signes

→ Inverse d'une fonction.

Si $\lim\limits_{x\to a} u(x)$	L$\neq$0	0^-	0^+	$+\infty$	$-\infty$
alors $\lim\limits_{x\to a} \frac{1}{u(x)}$	$\frac{1}{L}$	$-\infty$	$+\infty$	0^+	0^-

↓ Quotient de fonctions.

Si $\lim\limits_{x\to a} u(x)$	L	L$\neq$0	L	0	$+\infty$ ou $-\infty$	$+\infty$ ou $-\infty$
et $\lim\limits_{x\to a} v(x)$	L'$\neq$0	0^+ ou 0^-	$+\infty$ ou $-\infty$	0	$+\infty$ ou $-\infty$	L'
alors $\lim\limits_{x\to a} \frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{L}{L'}$	$+\infty$ ou $-\infty$ selon la règle des signes	0	Forme indéterminée		$+\infty$ ou $-\infty$ selon la règle des signes

Exemples.

▶1. $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 + \frac{1}{x} = +\infty$

▶2. $f(x) = (-x+7)\sqrt{x}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} -x+7 = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x} = +\infty$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} (-x+7)\sqrt{x} = -\infty$

▶3. $f(x) = x^2 + 4x$ sur $\mathbb{R}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} 4x = -\infty$, la forme est donc indéterminée.

Lorsqu'on a une forme indéterminée, on transforme l'écriture de la fonction pour lever l'indétermination.

$f(x) = x^2\left(1+\frac{4}{x}\right)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(1+\frac{4}{x}\right) = 1$ donc $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 + 4x = +\infty$

▶4. $g(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ sur $]-\infty,-1[\cup]-1,+\infty[$, $\lim\limits_{x\to+\infty} 2x-3 = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} x+1 = +\infty$, la forme est donc indéterminée.

$g(x) = \frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{x\left(1+\frac{1}{x}\right)} = \frac{2-\frac{3}{x}}{1+\frac{1}{x}}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} 2-\frac{3}{x} = 2$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} 1+\frac{1}{x} = 1$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x-3}{x+1} = \frac{2}{1} = 2$

Théorème de Composition des fonctions.

Soit g, f et u trois fonctions telles que $f(x) = g \circ u(x) = g\big(u(x)\big)$ pour tout x.

Si $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to a} u(x) = b}$ et $\boldsymbol{\lim\limits_{t\to b} g(t) = c}$ alors $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(u(x)) = c}$

Exemple.

$f(x) = (\ln x)^2$ sur $]0,+\infty[$. La fonction f est composée de $x \overset{u}{\mapsto} \ln x \overset{g}{\mapsto} (\ln x^2)$ où $u\ :\ x \mapsto \ln x$ et $g\ :\ t \mapsto t^2$.

$\lim\limits_{x\to0^+} u(x) = \lim\limits_{x\to0^+} \ln x = -\infty$ et $\lim\limits_{t\to-\infty} g(t) = \lim\limits_{t\to-\infty} t^2 = +\infty$ donc $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to0^+} g(u(x)) = +\infty$

Théorème des gendarmes.

Si $\boldsymbol{u(x) \le f(x) \le v(x)}$ et $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to+\infty} u(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} v(x) = \mathrm{L}}$ alors $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \mathrm{L}}$.

Théorème.
Si $\boldsymbol{u(x) \leq f(x)}$ et si $\lim\limits_{x\to+\infty} \boldsymbol{u(x)} = +\infty$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

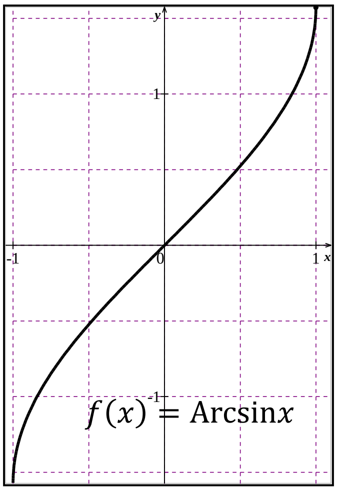
Exemple.
$f(x) = \frac{\cos x}{x^2}$ sur]0,+∞[, pour tout x $-1 \leq \cos x \leq 1$ donc $\frac{-1}{x^2} \leq \frac{\cos x}{x^2} \leq \frac{1}{x^2}$
or $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-1}{x^2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x^2} = 0$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\cos x}{x^2} = 0$.

Théorème. Voir fomulaire.
- Pour tout nombre réel α > 0, $\lim\limits_{t\to+\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$, $\lim\limits_{t\to+\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$
- Pour tout nombre réel α > 0, $\lim\limits_{t\to0} t^\alpha \ln t = 0$

Exemples.
▶1. Sur]0,+∞[$f(x) = \frac{\ln(0{,}3x)}{5x} = \frac{\ln(0{,}3x)}{0{,}3x} \times \frac{0{,}3}{5}$
$\lim\limits_{x\to+\infty} 0{,}3x = +\infty$ et $\lim\limits_{t\to+\infty} \frac{\ln t}{t} = 0$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$
▶2. $f(x) = xe^{-2x} = \frac{x}{e^{2x}} = \frac{x}{e^x} \times \frac{1}{e^x}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x}{e^x} = 0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{e^x} = 0$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$

II. Les fonctions circulaires réciproques

Définition de la fonction arc sinus.
La fonction réciproque de la fonction sinus restreinte à l'intervalle de définition $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ est appelée Arc sinus. On la note Arc sin ou $\sin^{-1}$.

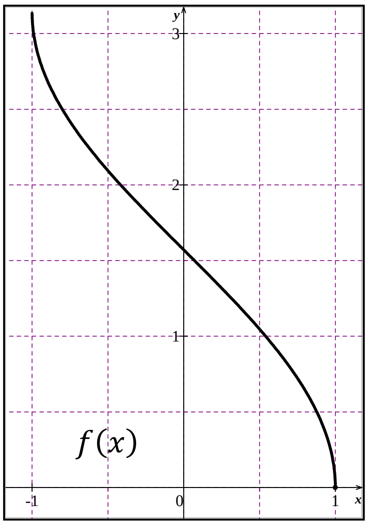


$$\mathrm{Arcsin} : [-1\,;1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$
$$x \mapsto \mathrm{Arcsin}x = y \quad \Leftrightarrow \quad x = \sin y$$

Exemple.
$\mathrm{Arcsin}1 = \frac{\pi}{2}$, $\mathrm{Arcsin}(-1) = -\frac{\pi}{2}$, $\mathrm{Arcsin}(0) = 0$
$\mathrm{Arcsin}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$, $\mathrm{Arcsin}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$, $\mathrm{Arcsin}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$, $\mathrm{Arcsin}\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$.

Propriété.
La fonction Arc sinus est dérivable sur]–1,1[et $\mathrm{Arcsin}'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Définition de la fonction arc cosinus.
La fonction réciproque de la fonction cosinus restreinte à l'intervalle de définition $[0, \pi]$ est appelée Arc cosinus. On la note Arc cos ou $\cos^{-1}$.

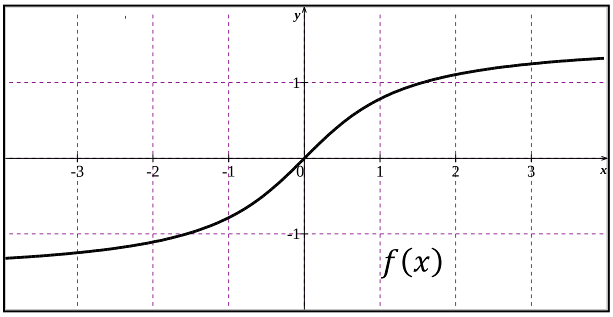


$$\mathrm{Arccos} : [-1; 1] \to [0, \pi]$$
$$x \mapsto \mathrm{Arccos}(x) = y \quad \Leftrightarrow \quad x = \cos y$$

Exemple.
$\mathrm{Arccos}\ 1 = 0$, $\mathrm{Arccos}(-1) = \pi$, $\mathrm{Arccos}\ 0 = \frac{\pi}{2}$
$\mathrm{Arccos}\ \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$, $\mathrm{Arccos}\ \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$, $\mathrm{Arccos}\ \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6}$
$\mathrm{Arccos}\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$.

Propriété.
La fonction Arc cosinus est dérivable sur]–1,1[et $\text{Arccos}'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Définition de la fonction arc tangente.
La fonction réciproque de la fonction tangente restreinte à l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ est appelée Arc tangente. On la note Arc tan ou $\tan^{-1}$.



$$\text{Arctan} : \mathbb{R} \to \left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$$
$$x \mapsto \text{Arctan}(x) = y \quad \Leftrightarrow \quad x = \tan y$$

Exemple.
$\text{Arctan } 0 = 0$, $\text{Arctan}(1) = \frac{\pi}{4}$, $\text{Arctan}(-1) = -\frac{\pi}{4}$

Propriété.
La fonction Arc tangente est dérivable sur P et $\text{Arctan}'(x) = \frac{1}{x^2+1}$.

III. Exemples de fonctions à valeurs complexes

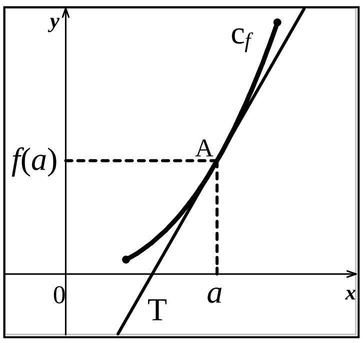
← Fonction $t \mapsto e^{it}$
Pour tout nombre réel t, on associe le nombre complexe $e^{it} = \cos t + i\sin t$. C'est le nombre complexe de module 1 et dont un argument est t.

Propriété. Pour tous nombres réels t et t', $e^{it} \times e^{it'} = e^{i(t+t')}$
Démonstration :
$$e^{it} \times e^{it'} = (\cos t + i\sin t)(\cos t' + i\sin t') = \cos t\cos t' + i\cos t\sin t' + i\sin t\cos t' - \sin t\sin t'$$
$$e^{it} \times e^{it'} = \cos t\cos t' - \sin t\sin t' + i(\cos t\sin t' + \sin t\cos t')$$
$$e^{it} \times e^{it'} = \cos(t+t') + i\sin(t+t') = e^{i(t+t')}$$
↑ Fonction $t \mapsto e^{at}$ avec $a \in \mathbb{C}$

IV. Dérivation d'une fonction

1. Interprétation géométrique
Soit f une fonction définie sur un intervalle I et c_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.
Soit a un nombre réel de l'intervalle I, le point A est le point de la courbe c_f d'abscisse a.
On suppose que la courbe c_f admet en A une tangente T non parallèle à l'axe des ordonnées :

> On appelle **nombre dérivé** de f en a le **coefficient directeur de la tangente** T à la courbe c_f au point A $(a, f(a))$.
> Ce nombre dérivé est noté $f'(a)$ et on dit que f est dérivable en a.



2. dérivées des fonctions usuelles :

Fonction f	**Dérivée f'**
$f(t) = a$ un nombre réel constant	$f'(t) = 0$
$f(t) = \dfrac{1}{t}$	$f'(t) = \dfrac{-1}{t^2}$
$f(t) = \sqrt{t}$	$f'(t) = \dfrac{1}{2\sqrt{t}}$
$f(t) = t^{\alpha}$	$f'(t) = \alpha t^{\alpha-1}$
$f(t) = \ln t$	$f'(t) = \dfrac{1}{t}$
$f(t) = e^t$	$f'(t) = e^t$

Fonction f	**Dérivée f'**
$f(t) = \sin t$	$f'(t) = \cos t$
$f(t) = \cos t$	$f'(t) = -\sin t$
$f(t) = \tan\ t$	$f'(t) = 1 + \tan^2 t = \dfrac{1}{\cos^2 t}$
$f(t) = \text{Arcsin}\ t$	$f'(t) = \dfrac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
$f(t) = \text{Arctan}\ t$	$f'(t) = \dfrac{1}{1+t^2}$
$f(t) = e^{at}$ où $a \in \mathbb{C}$	$f'(t) = ae^{at}$

3. Règles de dérivation :

u et *v* désignent deux fonctions dérivables sur un intervalle I, *k* est une constante et α un réel.

Dérivée d'une somme :

$$(u+v)' = u' + v'$$

Dérivée du produit par une constante :

$$(ku)' = k \times u'$$

Dérivée d'un produit :

$$(uv)' = u'v + uv'$$

Dérivée de l'inverse :

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$$

Dérivée d'un quotient :

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Dérivée d'une fonction composée :

$$(v \circ u)' = v' \circ u \times u'$$

Avec un logarithme :

$$(e^u)' = e^u \times u'$$

Avec une exponentielle :

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

Avec une puissance

$$(u^{\alpha})' = \alpha u^{\alpha-1} u'$$

4. Application de la dérivée.

Théorème.
Soit *f* une fonction dérivable sur un intervalle I et f'sa fonction dérivée.

- Si, pour tout nombre réel *x* de I, on a $f'(x) > 0$ alors *f* est **strictement croissante** sur I.
- Si, pour tout nombre réel *x* de I, on a $f'(x) < 0$ alors *f* est **strictement décroissante** sur I.
- Si, pour tout nombre réel *x* de I, on a $f'(x) = 0$ alors *f* est **constante** sur I.

Théorème.
Soit *f* une fonction dérivable sur un intervalle I et f'sa fonction dérivée.

- Si, pour la valeur *a* de I, la dérivée s'annule en changeant de signe alors la fonction *f* admet un **maximum local** ou un **minimum local**.

Théorème.
Soit *f* une fonction dérivable sur un intervalle $[a,b]$ et *k* un réel tel que $f(a) \leq k \leq f(b)$.

- Si, pour tout *x* de $]a,b[$, on a $f'(x) > 0$ ou $f'(x) < 0$ alors l'équation $f(x) = k$ admet une solution unique dans l'intervalle $[a,b]$.

V. Primitive d'une fonction

1. Définition et propriété.

Soit *f* une fonction définie sur un intervalle I de ℝ.
On appelle **primitive** de *f* sur I toute fonction F dérivable sur I et dont la dérivée F' est égale à *f*. Pour tout *x* de I, $\mathrm{F}'(x) = f(x)$.

Théorème.
← Toute fonction dérivable sur un intervalle I admet des primitives sur I.
↑ Si F est une primitive de *f* sur l'intervalle I alors toutes les primitives de *f* sur I sont les fonctions G définies sur I par $\mathrm{G}(x) = \mathrm{F}(x) + k$ où k est une constante.
→ Si *f* admet des primitives sur l'intervalle I, alors il existe une et une seule primitive G de *f* telle que $\mathrm{G}(x_0) = y_0$ où x_0 et y_0 sont donnés.

Exemple.
Soit la fonction $f(x) = x^2 + 2x - 4$.
Une primitive de f est $\mathrm{F}(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 4x + k$ où k est une constante.

Propriétés.
F et G sont des primitives respectives de *f* et *g* sur un intervalle I, *k* est une constante
F+G est une primitive de *f*+*g* sur I et *k*×F est une primitive de *k*×*f* sur I.

Attention. F×G n'est généralement pas une primitive de *f*×*g*. De même, $\frac{1}{\mathrm{F}}$ et $\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{G}}$ ne sont généralement pas des primitives de $\frac{1}{f}$ et $\frac{f}{g}$.

2. Primitives usuelles.

k est une constante

Fonction *f*	Primitives F	Fonction *f*	Primitives F
$f(x) = a$ un réel	$\mathrm{F}(x) = ax + k$	$f(x) = e^x$	$\mathrm{F}(x) = e^x + k$
$f(x) = \frac{1}{x}, \quad x > 0$	$\mathrm{F}(x) = \ln x + k$	$f(x) = \sin x$	$\mathrm{F}(x) = -\cos x + k$
$f(x) = \frac{1}{x^2}$	$\mathrm{F}(x) = \frac{-1}{x} + k$	$f(x) = \cos x$	$\mathrm{F}(x) = \sin x + k$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad x > 0$	$\mathrm{F}(x) = 2\sqrt{x} + k$	$f(x) = \sin(ax+b)$ $a \neq 0$	$\mathrm{F}(x) = \frac{-1}{a}\cos(ax+b) + k$
$f(x) = x^n$ $n \neq 0, \quad n \neq -1$	$\mathrm{F}(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + k$	$f(x) = \cos(ax+b)$ $a \neq 0$	$\mathrm{F}(x) = \frac{1}{a}\sin(ax+b) + k$

Fonction *f*	Primitives F	Fonction *f*	Primitives F
$f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ $f(x) = 1 + \tan^2 x$	$\mathrm{F}(x) = \tan x + k$	$f(x) = [u(x)]^n \times u'(x)$ $n \neq 0, \quad n \neq -1$	$\mathrm{F}(x) = \frac{[u(x)]^{n+1}}{n+1} + k$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\mathrm{F}(x) = \mathrm{Arcsin}\ x + k$	$f(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}, \quad u(x) > 0$	$\mathrm{F}(x) = \ln[u(x)] + k$
$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$	$\mathrm{F}(x) = \mathrm{Arctan}\ x + k$	$f(x) = e^{u(x)} \times u'(x)$	$\mathrm{F}(x) = e^{u(x)} + k$