

Devoir surveillé (sujet A)

Exercice 1

Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-3}{3x+7} = \frac{5}{3}$ en déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{5x-3}{3x+7}}$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5x-3}{3x+7}\right)^4$

Bonus : déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{5x+3}$

Exercice 2

Simplifiez les expressions suivantes :

$$A = \frac{e^5 e^{13}}{e^7} \quad B = \ln(8) + 2\ln(3)$$

$$E = e^{\ln(8)} \quad F = e^{3\ln 5}$$

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

$$\text{a) } \ln(x) - 7 = 0 \quad \text{b) } e^{2t} + 2e^t - 80 = 0$$

$$\text{c) } \ln(x-8) + \ln(14-2x) = \ln(8)$$

Devoir surveillé (sujet B)

Exercice 1

Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3}{3x^2+7} = -\infty$ en déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{-x^3}{3x^2+7}}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-x^3}{3x^2+7}\right)^4$

Bonus : déterminer $\lim_{x \rightarrow 7^+} e^{\frac{5}{7-x}}$

Exercice 2

Simplifiez les expressions suivantes :

$$A = \frac{e^5 e^{13}}{e^7} \quad C = 2\ln(9) - 4\ln(3)$$

$$D = \ln(e^5) \quad G = e^{3\ln 5 - 2\ln 7}$$

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

$$\text{a) } e^{5x} + 4 = 13 \quad \text{c) } e^{2t} - 2e^t - 80 = 0$$

$$\text{d) } \ln(x-8) + \ln(14-2x) = \ln(8)$$

Devoir surveillé (sujet A)

Exercice 1

Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-3}{3x+7} = \frac{5}{3}$ en déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{5x-3}{3x+7}}$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5x-3}{3x+7}\right)^4$

Bonus : déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{5x+3}$

Exercice 2

Simplifiez les expressions suivantes :

$$A = \frac{e^5 e^{13}}{e^7} \quad B = \ln(8) + 2\ln(3)$$

$$E = e^{\ln(8)} \quad F = e^{3\ln 5}$$

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

$$\text{a) } \ln(x) - 7 = 0 \quad \text{b) } e^{2t} + 2e^t - 80 = 0$$

$$\text{c) } \ln(x-8) + \ln(14-2x) = \ln(8)$$

Devoir surveillé (sujet B)

Exercice 1

Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3}{3x^2+7} = -\infty$ en déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{-x^3}{3x^2+7}}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-x^3}{3x^2+7}\right)^4$

Bonus : déterminer $\lim_{x \rightarrow 7^+} e^{\frac{5}{7-x}}$

Exercice 2

Simplifiez les expressions suivantes :

$$A = \frac{e^5 e^{13}}{e^7} \quad C = 2\ln(9) - 4\ln(3)$$

$$D = \ln(e^5) \quad G = e^{3\ln 5 - 2\ln 7}$$

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

$$\text{a) } e^{5x} + 4 = 13 \quad \text{c) } e^{2t} - 2e^t - 80 = 0$$

$$\text{d) } \ln(x-8) + \ln(14-2x) = \ln(8)$$

Correction Devoir surveillé (sujet A)

Exercice 1

$$\frac{5x-3}{3x+7} = \frac{5-\frac{3}{x}}{3+\frac{7}{x}} \text{ or } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5-\frac{3}{x}}{3+\frac{7}{x}} = \frac{5}{3} \text{ de plus } \lim_{y \rightarrow \frac{5}{3}} \sqrt{y} = \sqrt{\frac{5}{3}} \text{ donc } \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{5x-3}{3x+7}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$\text{De la même manière : } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5-\frac{3}{x}}{3+\frac{7}{x}} = \frac{5}{3} \text{ et } \lim_{y \rightarrow \frac{5}{3}} y^4 = \left(\frac{5}{3}\right)^4 \text{ donc } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5x-3}{3x+7}\right)^4 = \frac{5^4}{3^4}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 5x + 3 = +\infty \text{ de plus } \lim_{y \rightarrow +\infty} \sqrt{y} = +\infty \text{ donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{5x+3} = +\infty$$

Exercice 2

$$A = \frac{e^5 e^{13}}{e^7} = \frac{e^{18}}{e^7} = e^{11}$$

$$B = \ln(8) + 2\ln(3) = \ln(8) + \ln(3^2) = \ln(8 \times 9) = \ln(72)$$

$$E = e^{\ln(8)} = 8 \quad F = e^{3\ln 5} = e^{\ln 5^3} = 125$$

Exercice 3

$$\text{a) } \ln(x) - 7 = 0 \quad \Leftrightarrow \ln(x) = 7 \Leftrightarrow x = e^7$$

$$\text{b) } e^{2t} + 2e^t - 80 = 0 \quad \text{En posant } e^t = X \text{ on aura : } X^2 + 2X - 80 = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-80) = 324 = 18^2 \text{ donc l'équation a deux racines :}$$

$$X_1 = \frac{-2 - \sqrt{324}}{2} = -10 \text{ et } X_2 = \frac{-2 + \sqrt{324}}{2} = 8 \text{ or } e^t = X \text{ donc seule } X_2 \text{ nous}$$

$$\text{donnera une solution : } t_2 = \ln(8)$$

$$\text{c) } \ln(x-8) + \ln(14-2x) = \ln(8)$$

domaine d'étude : on veut : $x-8 > 0$ et $14-2x > 0$ donc que $x > 8$ et $7 > x$

donc $D_e = \{\emptyset\}$ car on ne peut être plus petit que 7 et plus grand que 8.

Vu que le domaine d'étude est vide il ne pourra y avoir de solution.

Correction Devoir surveillé (sujet B)

Exercice 1

$$\text{Montrer que } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3}{3x^2+7} = -\infty \text{ en déduire } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{-x^3}{3x^2+7}}$$

$$\frac{-x^3}{3x^2+7} = \frac{x^3(-1)}{x^2(3+\frac{7}{x^2})} = x \frac{-1}{3+\frac{7}{x^2}} \text{ or } \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{3+\frac{7}{x^2}} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3}{3x^2+7} = -\infty$$

$$\text{or } \lim_{y \rightarrow -\infty} e^y = 0 \text{ donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{-x^3}{3x^2+7}} = 0$$

$$\text{de la même manière : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3}{3x^2+7} = -\infty \text{ et } \lim_{y \rightarrow -\infty} y^4 = +\infty$$

$$\text{donc } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5x-3}{3x+7}\right)^4 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{5}{7-x} = -\infty \text{ or } \lim_{y \rightarrow -\infty} e^y = 0 \text{ donc } \lim_{x \rightarrow 7^+} e^{\frac{5}{7-x}} = 0$$

Exercice 2

Simplifiez les expressions suivantes :

$$A = \frac{e^5 e^{13}}{e^7} = \frac{e^{18}}{e^7} = e^{11}$$

$$C = 2\ln(9) - 4\ln(3) = \ln(9^2) - \ln(3^4) = \ln\left(\frac{9^2}{3^4}\right) = \ln(1) = 0$$

$$D = \ln(e^5) = 5 \quad G = e^{3\ln 5 - 2\ln 7} = e^{\ln 5^3 - \ln 7^2} = e^{\ln \frac{5^3}{7^2}} = \frac{5^3}{7^2} = \frac{125}{49}$$

Exercice 3

$$\text{a) } e^{5x} + 4 = 13 \Leftrightarrow e^{5x} = 9 \Leftrightarrow 5x = \ln 9 \Leftrightarrow x = \frac{\ln 9}{5}$$

$$\text{c) } e^{2t} - 2e^t - 80 = 0$$

$$\text{En posant } e^t = X \text{ on aura : } X^2 - 2X - 80 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-80) = 324 = 18^2 \text{ donc l'équation a deux racines :}$$

$$X_1 = \frac{2 - \sqrt{324}}{2} = -8 \text{ et } X_2 = \frac{2 + \sqrt{324}}{2} = 10 \text{ or } e^t = X \text{ donc seule } X_2 \text{ nous}$$

$$\text{donnera une solution : } t_2 = \ln(10)$$

$$\text{d) } \ln(x-8) + \ln(14-2x) = \ln(8)$$

domaine d'étude : on veut : $x-8 > 0$ et $14-2x > 0$ donc que $x > 8$ et $7 > x$

donc $D_e = \{\emptyset\}$ car on ne peut être plus petit que 7 et plus grand que 8.

Vu que le domaine d'étude est vide il ne pourra y avoir de solution.