Contrôle : Recherche d'antécédents

Soit f la fonction définie sur $[-5; 7]$ par $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 24x - 5$
Le but de l'exercice et de trouver une approximation des antécédents de 20 par la fonction f

Partie 1 : Approche graphique
Tracer la courbe représentative de la fonction f sur votre calculatrice dans la fenêtre suivante : $Xmin = -5$, $X_{max} = 7$, $Y_{min} = -40$ et $Y_{\max} = 80$
Tracer la droite d'équation $y = 20$

1) Observer les points d'intersections entre la courbe et la droite, et conjecturer le nombre d'antécédent de 20 par f
2) Donner une approximation de ces antécédents par lecture graphique.

Partie 2 : approche algébrique

1) Donner la dérivée de la fonction f
2) En déduire les variations de f (on attend un tableau complet avec les valeurs au bout des flèches.
3) Prouver la conjecture faite à la question 1 de la partie 1 (vous ferez proprement la rédaction pour la première racine et ne rédigerez les autres qu'après avoir fait pour la ou les autres, vous écrirez « de la même manière » suivie de votre conclusion.)
4) Donner un encadrement à 10^{-2}des trois antécédents.

Contrôle : Recherche d'antécédents

Soit f la fonction définie sur $[-5; 7]$ par $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 24x - 5$
Le but de l'exercice et de trouver une approximation des antécédents de 20 par la fonction f

Partie 1 : Approche graphique
Tracer la courbe représentative de la fonction f sur votre calculatrice dans la fenêtre suivante : $Xmin = -5$, $X_{max} = 7$, $Y_{min} = -40$ et $Y_{\max} = 80$
Tracer la droite d'équation $y = 20$

1) Observer les points d'intersections entre la courbe et la droite, et conjecturer le nombre d'antécédent de 20 par f
2) Donner une approximation de ces antécédents par lecture graphique.

Partie 2 : approche algébrique

1) Donner la dérivée de la fonction f
2) En déduire les variations de f (on attend un tableau complet avec les valeurs au bout des flèches.
3) Prouver la conjecture faite à la question 1 de la partie 1 (vous ferez proprement la rédaction pour la première racine et ne rédigerez les autres qu'après avoir fait pour la ou les autres, vous écrirez « de la même manière » suivie de votre conclusion.)
4) Donner un encadrement à 10^{-2}des trois antécédents.

Contrôle : Recherche d'antécédents

Soit f la fonction définie sur $[-5; 7]$ par $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 24x - 5$
Le but de l'exercice et de trouver une approximation des antécédents de 20 par la fonction f

Partie 1 : Approche graphique
Tracer la courbe représentative de la fonction f sur votre calculatrice dans la fenêtre suivante : $Xmin = -5$, $X_{max} = 7$, $Y_{min} = -40$ et $Y_{\max} = 80$
Tracer la droite d'équation $y = 20$

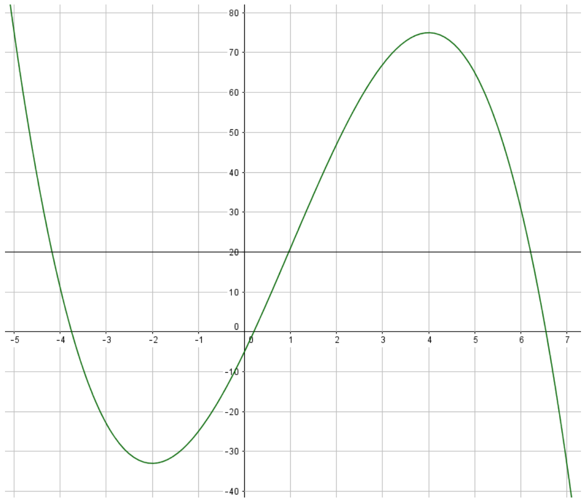
1) Observer les points d'intersections entre la courbe et la droite, et conjecturer le nombre d'antécédent de 20 par f
2) Donner une approximation de ces antécédents par lecture graphique.

Partie 2 : approche algébrique

1) Donner la dérivée de la fonction f
2) En déduire les variations de f (on attend un tableau complet avec les valeurs au bout des flèches.
3) Prouver la conjecture faite à la question 1 de la partie 1 (vous ferez proprement la rédaction pour la première racine et ne rédigerez les autres qu'après avoir fait pour la ou les autres, vous écrirez « de la même manière » suivie de votre conclusion.)
4) Donner un encadrement à 10^{-2}des trois antécédents.

Correction

x	-5		-2		4		7
f'(x)		-	0	+	0	-	
f(x)	75	↘	-33	↗	75	↘	-33



Partie 1

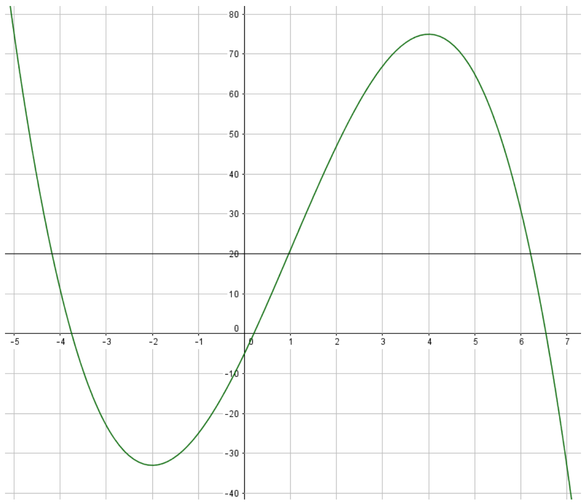
1) On a l'impression que 20 a trois antécédents par la fonction f sur $[-5;7]$
2) On a l'impression que ces antécédents valent approximativement : -4,2 ; -1 et 6,2

Partie 2

1) $f'(x) = -3x^2 + 6x + 24$
2) Etude du signe de $f'(x)$: $\Delta = 6^2 - 4 \times (-3)24 = 324$, ici $\Delta > 0$ donc la dérivée aura deux racines :
$x_1 = \frac{-6-\sqrt{324}}{2\times(-3)} = 4$ et $x_2 = \frac{-6+\sqrt{324}}{2\times(-3)} = -2$
3) . f est continue et strictement décroissante sur [-5 ;-2], de plus $f(-5) > 20 > f(-2)$ donc d'après le corollaire du TVI 20 a exactement un antécédent sur [-5 ;-2] par la fonction f
f est continue et strictment croissante sur [- 2;4], de plus $f(-2) < 20 < f(4)$ donc d'après le corollaire du TVI 20 a exactement un antécédent sur $[-2;4]$ par la fonction f
f est continue et strictement décroissante sur [4 ;7], de plus $f(4) > 20 > f(7)$ donc d'après le corollaire du TVI 20 a exactement un antécédent sur [4 ;7] par la fonction f
Ainsi 20 a exactement 3 antécédents sur $[-5;7]$
4) $f(-4{,}2) < 20 < f(-4{,}1)$ donc $[-4{,}2;-4{,}1]$ est un bon encadrement à 10^{-1} du premier antécédent de la même manière $[-4{,}18;-4{,}17]$ en est un à 10^{-2}
De la même manière $[0{,}96;0{,}97]$ est un encadrement du second antécédent et $[6{,}21;6{,}22]$ en est un de la dernière.

Correction

x	-5		-2		4		7
f'(x)		-	0	+	0	-	
f(x)	75	↘	-33	↗	75	↘	-33



Partie 1

1) On a l'impression que 20 a trois antécédents par la fonction f sur $[-5;7]$
2) On a l'impression que ces antécédents valent approximativement : -4,2 ; -1 et 6,2

Partie 2

1) $f'(x) = -3x^2 + 6x + 24$
2) Etude du signe de $f'(x)$: $\Delta = 6^2 - 4 \times (-3)24 = 324$, ici $\Delta > 0$ donc la dérivée aura deux racines :
$x_1 = \frac{-6-\sqrt{324}}{2\times(-3)} = 4$ et $x_2 = \frac{-6+\sqrt{324}}{2\times(-3)} = -2$
3) . f est continue et strictement décroissante sur [-5 ;-2], de plus $f(-5) > 20 > f(-2)$ donc d'après le corollaire du TVI 20 a exactement un antécédent sur [-5 ;-2] par la fonction f
f est continue et strictment croissante sur [- 2;4], de plus $f(-2) < 20 < f(4)$ donc d'après le corollaire du TVI 20 a exactement un antécédent sur $[-2;4]$ par la fonction f
f est continue et strictement décroissante sur [4 ;7], de plus $f(4) > 20 > f(7)$ donc d'après le corollaire du TVI 20 a exactement un antécédent sur [4 ;7] par la fonction f
Ainsi 20 a exactement 3 antécédents sur $[-5;7]$
4) $f(-4{,}2) < 20 < f(-4{,}1)$ donc $[-4{,}2;-4{,}1]$ est un bon encadrement à 10^{-1} du premier antécédent de la même manière $[-4{,}18;-4{,}17]$ en est un à 10^{-2}
De la même manière $[0{,}96;0{,}97]$ est un encadrement du second antécédent et $[6{,}21;6{,}22]$ en est un de la dernière.