Correction d'exercices sur les intégrales.

Exercice 36 P341

$I = \int_3^4 dx = \int_3^4 1dx = [x]_3^4 = 4 - 3 = 1$

Exercice 38P341

$I = \int_1^3 (x-3)dx = \left[\frac{x^2}{2} - 3x\right]_1^3 = (4{,}5 - 9) - (0{,}5 - 3) = -2$

Exercice 40P341

$I = \int_1^3 (x^2 + 3x + 1)dx = \left[\frac{x^3}{3} + 3\frac{x^2}{2} + x\right]_1^3 = \left(\frac{3^3}{3} + 3\frac{3^2}{2} + 3\right) - \left(\frac{1^3}{3} + 3\frac{1^2}{2} + 1\right) = \frac{51}{2} - \frac{17}{6} = \frac{136}{6} = \frac{68}{3}$

Exercice 43P341

$I = \int_0^1 5t(t^2+1)dt = \int_0^1 2{,}5.2t(t^2+1)dt = \left[2{,}5\frac{(t^2+1)^2}{2}\right]_0^1 = 5 - \frac{5}{4} = \frac{15}{4}$

Exercice 45P341

$I = \int_2^3 \frac{2x}{(x^2+1)^2} dx = \left[\frac{-1}{(x^2+1)}\right]_2^3 = -0{,}1 + 0{,}2 = 0{,}1$

Exercice 47P341

$I = \int_1^2 \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+2)^2} dx = \left[\frac{-1}{(x+1)} + \frac{1}{(x+2)}\right]_1^2 = \left(\frac{-1}{3} + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{-1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{12}$

Exercice 49P341

$I = \int_{-2}^1 \sqrt{x+3}\, dx = \int_{-2}^1 1(x+3)^{\frac{1}{2}}\, dx = \left[\frac{(x+3)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_{-2}^1 = \left[\frac{2(x+3)^{\frac{3}{2}}}{3}\right]_{-2}^1 = \frac{2(4)^{\frac{3}{2}}}{3} - \frac{2(1)^{\frac{3}{2}}}{3} = \frac{16-2}{3} = \frac{14}{3}$

Exercice 51P341

$I = \int_0^2 \left(2x + 1 + \frac{3}{x+2}\right) dx = \int_0^2 \left(2x + 1 + 3\frac{1}{x+2}\right) dx = [x^2 + x + 3\ln(x+2)]_0^2$

$= 4 + 2 + 3\ln(4) - 3\ln(2) = 6 + 3 \times 2 \times \ln(2) - 3\ln(2) = 6 + 3\ln(2)$

Exercice 53P341

$I = \int_1^2 \frac{2x+1}{x^2+x+5}\, dx = [\ln(x^2+x+5)]_1^2 = \ln(11) - \ln(7) = \ln\left(\frac{11}{7}\right)$

Exercice 55P341

$I = \int_0^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2}\, dx = \left[\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right]_0^1 = \frac{e^1 + e^{-1}}{2} - 1 = \frac{e^1 - 2 + e^{-1}}{2}$

Exercice 56P341

$I = \int_0^{\ln(2)} (e^x - e^{2x})\, dx = \left[e^x - \frac{e^{2x}}{2}\right]_0^{\ln(2)} = 2 - \frac{4}{2} - \left(1 - \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

Exercice 57P341

$I = \int_0^{\ln(2)} \frac{e^x}{(e^x+1)^2}\,dx = \left[-\frac{1}{(e^x+1)}\right]_0^{\ln(2)} = -\frac{1}{3}+\frac{1}{2} = -\frac{1}{6}$ j'ai reconnu du $\frac{u'(x)}{u^2(x)} \to \frac{-1}{u(x)}$

Exercice 58P341

$I = \int_{\ln(2)}^{\ln(3)} \frac{e^x}{e^x+1}\,dx = [\ln(e^x+1)]_{\ln(2)}^{\ln(3)} = \ln(4)-\ln(3) = \ln\left(\frac{4}{3}\right)$ j'ai reconnu du $\frac{u'(x)}{u(x)} \to \ln\big(u(x)\big)$

Exercice 59P341

$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos(2x)+\sin(3x))\,dx = \left[\frac{\sin(2x)}{2}-\frac{\cos(3x)}{3}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{0}{2}-\frac{0}{3}-\left(\frac{0}{2}-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$

j'ai reconnu du $\cos(ax) \to \frac{\sin(ax)}{a}$ et $\sin(ax) \to \frac{-\cos(ax)}{a}$

Exercice 62P341

$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\sin\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(2\times\frac{1}{2}\cos\left(\frac{x}{2}\right)\sin\left(\frac{x}{2}\right)\right)\,dx = \left[2\frac{\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \left[\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right)-\sin^2(0) = \frac{1}{2}$

j'ai reconnu du $u'(x)u(x) \to \frac{u^2(x)}{2}$

Exercice 64P341

$\cos^2(2x) = \left(\frac{e^{i2x}+e^{-i2x}}{2}\right)^2 = \frac{e^{i4x}+2+e^{-i4x}}{4} = \frac{1}{2}\left(\frac{e^{i4x}+e^{-i4x}}{2}+1\right) = \frac{1}{2}(\cos(4x)+1)$

$\frac{1}{2}(\cos(4x)+1) \to \frac{1}{2}\left(\frac{\sin(4x)}{4}+x\right)$

Donc $I = \left[\frac{1}{2}\left(\frac{\sin(4x)}{4}+x\right)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

Exercice 65P341

$\sin^2(3x) = \left(\frac{e^{i3x}-e^{-i3x}}{2i}\right)^2 = \frac{e^{i6x}-2+e^{-i6x}}{-4} = \frac{1}{2}\left(1-\frac{e^{i6x}+e^{-i6x}}{2}\right) = \frac{1}{2}(1-\cos(6x))$

$\frac{1}{2}(1-\cos(6x)) \to \frac{1}{2}\left(\mathrm{x}-\frac{\sin(6x)}{6}\right)$

Donc $I = \left[\frac{1}{2}\left(\mathrm{x}-\frac{\sin(6x)}{6}\right)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

Exercice 66P341

$\cos(3x)\cos(x) = \left(\frac{e^{i3x}+e^{-i3x}}{2}\right)\left(\frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}\right) = \frac{e^{i4x}+e^{i2x}+e^{-i2x}+e^{-i4x}}{4} = \frac{1}{2}(\cos(4x)+\cos(2x))$

$\frac{1}{2}(\cos(4x)+\cos(2x)) \to \frac{1}{2}\left(\frac{\sin(4x)}{4}+\frac{\sin(2x)}{2}\right)$

Donc $I = \left[\frac{1}{2}\left(\frac{\sin(4x)}{4}+\frac{\sin(2x)}{2}\right)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

Exercice 67P341

$\sin(2x)\sin(4x) = \left(\frac{e^{i2x}-e^{-i2x}}{2i}\right)\left(\frac{e^{i4x}-e^{-i4x}}{2i}\right) = \frac{e^{i6x}-e^{-i2x}-e^{+i2x}+e^{-i6x}}{4} = \frac{1}{2}(\cos(6x)-\cos(2x))$

$\frac{1}{2}(\cos(6x)-\cos(2x)) \to \frac{1}{2}\left(\frac{\sin(6x)}{6}-\frac{\sin(2x)}{2}\right)$

Donc $I = \left[\frac{1}{2}\left(\frac{\sin(6x)}{6}-\frac{\sin(2x)}{2}\right)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

Exercice 68P341

$\cos^3(2x) = \left(\frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}\right)^3 = \frac{e^{i3x}+3e^{ix}+3e^{-ix}+e^{-i3x}}{8} = \frac{1}{4}\left(3\frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}+\frac{e^{i3x}+e^{-i3x}}{2}\right) = \frac{1}{4}(3\cos(x)+\cos(3x))$

$\frac{1}{4}(3\cos(x)+\cos(3x)) \to \frac{1}{4}\left(3\sin(x)+\frac{\cos(3x)}{3}\right)$

Donc $I=\left[\frac{1}{4}\left(3\sin(x)+\frac{\cos(3x)}{3}\right)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

Exercice 69P341

$\sin^4(x)=\left(\frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}\right)^4=\frac{e^{i4x}-4e^{i2x}+6-4e^{-i2x}+e^{-i4x}}{16}=\frac{1}{8}\left(6+\frac{e^{i4x}+e^{-i4x}}{2}-4\frac{e^{i2x}+e^{-i2x}}{2}\right)=\frac{1}{8}(6+\cos(4x)-4\cos(2x))$

$\frac{1}{8}(6+\cos(4x)-4\cos(2x)) \to \frac{1}{8}\left(6\text{x}+\frac{\sin(4x)}{4}-4\frac{\sin(2x)}{2}\right)$

Donc $I=\left[\frac{1}{8}\left(6\text{x}+\frac{\sin(4x)}{4}-4\frac{\sin(2x)}{2}\right)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

Exercice 72P342

1) $\frac{3}{x+1}-\frac{1}{x+2}=\frac{3(x+2)}{(x+1)(x+2)}-\frac{1(x+1)}{(x+2)(x+1)}=\frac{3x+6}{x^2+3x+2}-\frac{x+1}{x^2+3x+2}=\frac{2x+5}{x^2+3x+2}=f(x)$

2) $F(x)=3\ln(x+1)-\ln(x+2)$ on veut une des primitives donc pas besoin d'écrire le « + c »

$\int_0^1 f(x)\,dx=[3\ln(x+1)-\ln(x+2)]_0^1=3\ln(2)-\ln(3)-(3\ln(1)-\ln(2))=4\ln(2)-\ln(3)=\ln\left(\frac{2^4}{3}\right)\approx$ 1,67

Exercice 74P342

1) $f(x)=\frac{1}{2}x^2\ln(x)$ $\qquad f'(x)=\frac{1}{2}2x\ln(x)+\frac{1}{2}x^2\frac{1}{x}=x\ln(x)+\frac{x}{2}$

2) $\int_1^{e^2} x\ln(x)+\frac{x}{2}\,dx=\left[\frac{1}{2}x^2\ln(x)\right]_1^{e^2}=\frac{1}{2}{e^2}^2\ln(e^2)-\frac{1}{2}1^2\ln(1)=e^4$

Exercice 77P343

$f(x)=3\sin(x)-(\sin(x))^3$ $\qquad f'(x)=3\cos(x)-3\cos(x)(\sin(x))^2$

f'(x)=0 ⇔ $3\cos(x)-3\cos(x)(\sin(x))^2=0$ ⇔ $3\cos(x)\,(1-(\sin(x))^2)=0$

⇔ $3\cos(x)\,(1-\sin(x))(1+\sin(x))=0$ ⇔ cos(x) = 0 ou sin(x) = 1 ou sin (x) =-1⇔ $x\in\left\{\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right\}$

Exercice 79p343

$\cos^4(\theta)=\left(\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}\right)^4=\left(\left(\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}\right)^2\right)^2=\left(\frac{e^{i2\theta}+2e^{i\theta}e^{-i\theta}+e^{-i2\theta}}{4}\right)^2$

$=\left(\frac{e^{i4\theta}+2e^{i2\theta}+1+2e^{i2\theta}+4+2e^{-i2\theta}+1+2e^{-i2\theta}+e^{-i4\theta}}{16}\right)=\left(\frac{e^{i4\theta}+e^{-i4\theta}}{16}+4\frac{e^{i2\theta}+e^{-i2\theta}}{16}+\frac{6}{16}\right)$

$=\left(\frac{1}{8}\frac{e^{i4\theta}+e^{-i4\theta}}{2}+\frac{1}{2}\frac{e^{i2\theta}+e^{-i2\theta}}{2}+\frac{6}{16}\right)=\frac{1}{8}\cos(4\theta)+\frac{1}{2}\cos(2\theta)+\frac{3}{8}$

Donc $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^4(x)\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{8}\cos(4x)+\frac{1}{2}\cos(2x)+\frac{3}{8}\,dx=\left[\frac{1}{32}\sin(4x)+\frac{1}{4}\sin(2x)+\frac{3}{8}x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}$

$=\frac{1}{32}\sin\left(4\frac{\pi}{4}\right)+\frac{1}{4}\sin\left(2\frac{\pi}{4}\right)+\frac{3}{8}\times\frac{\pi}{4}-\left(\frac{1}{32}\sin(0)+\frac{1}{4}\sin(0)+\frac{3}{8}0\right)=\frac{1}{32}0+\frac{1}{4}1+\frac{3}{8}\times\frac{\pi}{4}=\frac{1}{4}+\frac{3\pi}{32}$

Exercice 81P343

1) $A+\frac{Be^x}{1+e^x}=\frac{A(1+e^x)}{1+e^x}+\frac{Be^x}{1+e^x}=\frac{A+(A+B)e^x}{1+e^x}$ donc $f(x)=A+\frac{Be^x}{1+e^x}$ ⇔ $\frac{A+(A+B)e^x}{1+e^x}=\frac{e^x-1}{1+e^x}$ ⇔ $A+(A+B)e^x=e^x-1$

⇔ A = -1 et A+B= 1 ⇔ A = -1 et B = 2

Ainsi $f(x)=-1+\frac{2e^x}{1+e^x}$ donc F(x) $=-1x+2\ln(1+e^x)+c$

$\int_0^2 -1+\frac{2e^x}{1+e^x}\,dx=[-1x+2\ln(1+e^x)]_0^2=-1\times2+2\ln(1+e^2)-(-1\times0+2\ln(1+e^0))$

$=-2+2\ln(1+e^2)$

Exercice 82P343

On utilisera la formule :

y=$\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}(x-x_A)+y_A$ est l'équation de la droite passant par A et B

(MB) : y=-x+4 valable sur [0 ;5]

(BD) : y = $\frac{1}{2}$x $-$ $\frac{7}{2}$ valable sur [5 ;9]

(DC) : y = $-\frac{1}{2}$x + $\frac{11}{2}$

N(4 ;0) et A(7 ;0)

I=$\int_7^{11} f(x)\,dx = \int_7^9 f(x)\,dx + \int_9^{11} f(x)\,dx = \int_7^9 \frac{1}{2}\mathrm{x} - \frac{7}{2}dx + \int_9^{11} -\frac{1}{2}\mathrm{x} + \frac{11}{2}dx$

$=\left[\frac{1}{4}\mathrm{x}^2 - \frac{7}{2}x\right]_7^9 + \left[-\frac{1}{4}\mathrm{x}^2 + \frac{11}{2}x\right]_9^{11} = \left(\frac{1}{4}9^2 - \frac{7}{2}9\right) - \left(\frac{1}{4}7^2 - \frac{7}{2}7\right) + \left(-\frac{1}{4}11^2 + \frac{11}{2}11\right) - \left(-\frac{1}{4}9^2 + \frac{11}{2}9\right)$

$\frac{1}{4}(81 - 126 - (49 - 98) - 121 + 242 + 81 - 198) = \frac{8}{4} = 2$

J=$\int_0^5 |f(x)|\,dx = \int_0^4 f(x)\,dx + \int_4^5 -f(x)\,dx = \int_0^4 -\mathrm{x} + 4\ dx + \int_4^5 \mathrm{x} - 4\ dx = \left[-\frac{1}{2}\mathrm{x}^2 + 4\mathrm{x}\right]_0^4 + \left[\frac{1}{2}\mathrm{x}^2 - 4\mathrm{x}\right]_4^5$

$\left(-\frac{1}{2}4^2 + 4\times 4\right) - \left(-\frac{1}{2}0^2 + 4\times 0\right) + \left(\frac{1}{2}5^2 - 4\times 5\right) - \left(\frac{1}{2}4^2 - 4\times 4\right) = -8 + 16 + 12{,}5 - 20 - 8 + 16 = 8{,}5$

K=$\int_0^7 e^{f(x)}\,dx = \int_0^5 e^{f(x)}\,dx + \int_5^7 e^{f(x)}\,dx = \int_0^5 e^{-\mathrm{x}+4}\,dx + \int_5^7 e^{\frac{1}{2}\mathrm{x}-\frac{7}{2}}\,dx = \left[-e^{-\mathrm{x}+4}\right]_0^5 + \left[2e^{\frac{1}{2}\mathrm{x}-\frac{7}{2}}\right]_5^7$

$=-e^{-5+4} + e^{-0+4} + 2e^{\frac{1}{2}7-\frac{7}{2}} - 2e^{\frac{1}{2}5-\frac{7}{2}} = -e^{-1} + e^4 + 2e^0 - 2e^{-1} = 2 - 3e^{-1} + e^4$

J=$\int_9^{10} \frac{1}{f(x)}\,dx = \int_9^{10} \frac{1}{-\frac{1}{2}\mathrm{x}+\frac{11}{2}}\,dx = \int_9^{10} \frac{2}{-1\mathrm{x}+11}\,dx = [-2\ln(11-\mathrm{x})]_9^{10} = -2\ln(11-10) + 2\ln(11-9) = 2\ln(2)$

Exercice 83P344

1) La droite (AB) n'est pas verticale donc elle a une équation de la forme y =ax+b

De plus elle coupe l'axe des ordonnées en A(0 ;2) , donc b = 2. Enfin pour passer de A à B j'avance d'une unité et je descend de 3 donc a = 1/(-3) = -1/3

Ainsi $y = \frac{-1}{3}x + 2$

2) Sachant que Δ a pour équation y = 2, on aura $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{-1}{3}x + 2 = +\infty$ de plus $\forall x \in \mathbb{R}\ f(x) \geq \frac{-1}{3}x + 2$ donc $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

3) La courbe passe par A(0 ;2) donc f(0) = 2, de plus la tangente à la courbe en (1 ;1) est horizontale donc f'(1)=0

4) I=$\int_0^3 f(x)\,dx$ correspond à l'aire entre la courbe représentative de f , l'axe des abscisses et les deux verticales d'équation y = 0 et y =3

Comme la courbe est au-dessus de T et en-dessous de Δ sur [0 ;3] on aura $\int_0^3 1dx \leq \int_0^3 f(x)dx \leq \int_0^3 2\,dx$

Donc $3 \leq I \leq 6$ ce qui nous permet d'éliminer les réponses 1, 2 et 4

Exercice 86P345

1) A a pour coordonnées : (a ;a²) , la droite (OA) passe par O donc son équation est de la forme y=mx

Et on aura $m = \frac{a^2-0}{a-0} = a$ ainsi y=ax

2) $\mathcal{B} = A_{OAS} = A_{OAC} - A_{OBS} - A_{BSAC} = \frac{a^2\times a}{2} - \frac{\frac{a}{2}\times\left(\frac{a}{2}\right)^2}{2} - \frac{a}{2}\times\frac{\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2\right)}{2} = \frac{a^3}{2} - \frac{a^3}{16} - \frac{5a^3}{16} = \frac{2a^3}{16} = \frac{a^3}{8}$

3) $\mathcal{A} = \int_0^a x^2\,dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^a = \frac{a^3}{3}$

4) Ainsi $\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}} = \frac{\frac{a^3}{3}}{\frac{a^3}{8}} = \frac{8}{3}$, donc on a bien un rapport qui ne dépend pas de a (il est constant)

Exercice 89P346

1) a)

$(x-1)^2(2x+3) = (x^2-2x+1)(2x+3) = 2x^3+3x^2-4x^2-6x+2x+3 = 2x^3-x^2-4x+3 = P(x)$ cqfd

b)

P(x)=0 ⇔ $(x-1)^2(2x+3) = 0$ ⇔ x = 1 ou x = -1,5

2)a)

f(x) = g(x) ⇔ $2x^3+3x^2+6 = 4x^2+4x+3$ ⇔ $2x^3-x^2-4x+3 = 0$ ⇔ $P(x) = 0$

or P(x)=0 ⇔ x = 1 ou x = -1,5 donc f(x) = g(x) ⇔ x = 1 ou x = -1,5 donc $C_1 = -1{,}5$ et $C_2 = 1$

b)

L'aire comprise entre les deux courbes correspond à $\mathcal{A} = \int_{-1,5}^{1} f(x) - g(x)\, dx = \int_{-1,5}^{1} P(x)\, dx$

$= \left[2\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 4\frac{x^2}{2} + 3x\right]_{-1,5}^{1} = 2\frac{1^4}{4} - \frac{1^3}{3} - 4\frac{1^2}{2} + 3 - \left(2\frac{(-1{,}5)^4}{4} - \frac{(-1{,}5)^3}{3} - 4\frac{(-1{,}5)^2}{2} + 3(-1{,}5)\right)$

$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - 2 + 3 - \left(\frac{81}{32} + \frac{9}{8} - \frac{9}{2} - \frac{9}{2}\right) = \frac{7}{6} - \left(\frac{-171}{32}\right) = \frac{625}{96}$ l'aire est donc d'environ 6,51unités d'aire

Au vu des unités des deux axes l'unité d'aire est de 0,5cm^2 (1×0,5) donc l'aire sera d'environ 3,3 cm^2

Exercice 90P346

1) une parabole dont l'équation est de la forme y=ax^2 passe par l'origine du repère donc on prendra comme repère celui dont le centre est le point culminant de l'arche et dont l'unité est 1m.

On sait donc que f(-12) = f(12) = -6

Ainsi a12^2=-6 donc $a = \frac{-1}{24}$

2)

L'aire blanche $\mathcal{A}_1$ correspond à la l'aire du rectangle de longueur AB (24m)et de hauteur 6m, auquel on retranche l'aire de la zone comprise entre la parabole, l'axe des abscisses et les deux verticales d'équation y=-12 et y = 12

Aire qui est donnée par l'opposé de l'intégrale de y=$\frac{-1}{24}x^2$ de -12 à 12 ,

$\mathcal{A}_1 = 24 \times 6 - \left(-\int_{-12}^{12} \frac{-1}{24}x^2\, dx\right) = 144 + \int_{-12}^{12} \frac{-1}{24}x^2\, dx = 144 + \left[\frac{-1}{24} \times \frac{x^3}{3}\right]_{-12}^{12} = 144 + \left(\frac{(-12)^3}{24\times 3}\right) - \left(\frac{+12^3}{24\times 3}\right)$

$= 144 + (-24) - (+24) = 96$

Donc l'aire de la zone bleue sera l'aire du grand rectangle (24+1+1)(6+1) moins l'aire de la zone blanche 96

182-96 = 86m^2

Exercice 91P346

F est une primitive de f , donc f est la dérivée de F, on sait que f est négative pour les x entre -2 et -1, positive le reste du temps donc F doit être décroissante entre -2 et -1 croissante le reste du temps, ce qui élimine les figures 60 et 62.

la figure 59 propose une courbe définie avant -3 ce qui est impossible vu que f n'est pas définie avant -3, donc la courbe sur la figure 61 semble plus indiquée.

(bonus : la courbe de f est presque verticale avant -2 donc il devrait en être de même pour la courbe de F si la dérivée est très grande , le coefficient de la tangente doit être très grand donc la courbe doit être presque verticale ce qui n'est pas le cas de la courbe dessinée à la figure 59).

2)

$F(x) = ax^2 + b\ln(x+3) - 10$ donc $F'(x) = 2ax + \frac{b}{x+3}$

On sait que F'(-2) = 0 et F'(-1) = 0 et F'(0)=4 grace à la courbe de f

$\begin{cases} F'(0) = 4 \\ F'(-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 + \frac{b}{0+3} = 4 \\ -4a + \frac{b}{1} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 12 \\ -4a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 12 \\ \frac{b}{4} = a \end{cases}$ donc a = 3 et b = 12

3)

$\mathcal{A} = \int_{-1}^{0} f(x)\, dx = [F(x)]_{-1}^{0} = [3x^2 + 12\ln(x+3) - 10]_{-1}^{0}$

$= 12\ln(3) - 10 - (3 + 12\ln(2) - 10) = 12\ln\left(\frac{3}{2}\right) - 3 \approx 1{,}866ua$

L'unité d'aire étant de 2cm^2 l'aire sera d'environ 3,73 cm^2