Devoirs Surveillé n°2

Exercice 1

Un jeux consiste à lancer une pièce équilibrée quatre fois de suite, chaque lancer donne soit pile(P) soit face(F) , l'issue d'une telle série de lancer sera notée sous la forme d'une quadruplet de lettres P ou F. Par exemple si l'on tire deux piles puis deux faces, on notera cette action : (P,P,F,F).

1) Faire un arbre représentant l'expérience aléatoire, et à la fin de chaque branche indiquez le quadruplet correspondant.
2) En ne donnant que le calcul (aucune justification n'est demandée) déterminer les probabilités des événements suivants : A= (P,F,F,P), B = « tirer trois fois Face », C = « tirer au plus deux Piles ». Quelle est la probabilité de chaque quadruplet.
3) Soit X la variable aléatoire qui à chaque événement associe le nombre de Piles. Ecrire la loi de la variable aléatoire X
4) Représenter graphiquement la fonction de répartition (les unités des abscisses et des ordonnées sont respectivement 2 carreaux et 8 carreaux)
5) Soit Y la variable aléatoire qui associe à chaque tirage un gain : 4 piles fait gagner 50€, 3 piles 5€, 2 piles 0€ , une ou zéro piles fait perdre 8€. Ecrire la loi de probabilité de la variable aléatoire Y.
6) Calculez l'espérance, la variance et l'écart type de Y. (je veux voir apparaître les formules, l'application des formules et les résultats.)
7) Le jeux est il équitable ?

Exercice 2

Soit A,B,C et D des points d'affixes respectives z_A, z_B, z_C, z_D avec :

$z_A = -2i, z_B = 6e^{i\frac{4\pi}{3}}, z_C = -3+3i, z_D = 4e^{-i\frac{\pi}{6}}$

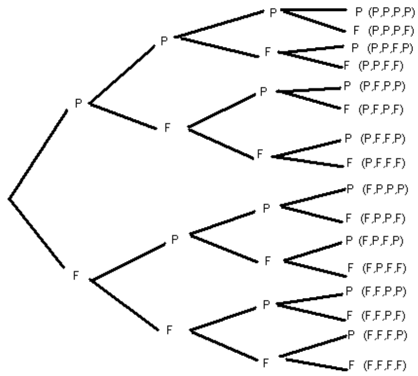
1) Déterminer les affixes de A',B',C' et D' les images des quatre points par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{6}$ (l'écriture exponentielle est souhaitable mais non obligatoire)
2) Déterminer les affixes de A'',B'',C'' et D'' les images des quatre points par la translation de vecteur $\vec{w}$ d'affixe $z_{\vec{w}}$ = 2i – 3

Exercice 3

Dérivez les fonctions suivantes, en indiquant à chaque fois l'ensemble de définition de la fonction et de dérivation de la fonction.

1) f(x) = $7x^2 - 2x + 3$
2) g(x) = $(2x - 4)(3x + 5)^2$ si vous pouvez donner une version factorisée de la dérivée c'est encore mieux.
3) h(x) = $\frac{2}{3}x^3 + 2x - 4 + \frac{5}{x} - \frac{7}{x^3}$
4) i(x)= $\frac{-x+3}{2x+5}$

Exercice 1



1) voir dessin à droite

2) P(A) = $\frac{1}{16}$ P(B) = $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ P(C) = $\frac{11}{16}$

Chaque quadruplet est atteint après être passé sur quatre branches de probabilité $\frac{1}{2}$ donc tout quadruplet aura la probabilité $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ d'être obtenu.

3)

x_i	0	1	2	3	4
$p_i = P(X = x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

4)

5)

y_i	-8	0	5	50
$p'_i = P(Y = y_i)$	$\frac{5}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

6)

$E(X) = \frac{1}{16} \times 50 + \frac{1}{4} \times 5 + \frac{3}{8} \times 0 + \frac{5}{16} \times (-8) = 1{,}875$

$V(X) = \frac{1}{16} \times (1{,}875 - 50)^2 + \frac{1}{4} \times (1{,}875 - 5)^2 + \frac{3}{8} \times (1{,}875 - 0)^2 + \frac{5}{16} \times (1{,}875 + 8)^2$ =179

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \approx 13{,}38$

7)

Le jeu n'est pas équitable car l'espérance n'est pas nulle, il est avantageux pour le joueur.

Exercice 2

Soit A,B,C et D des points d'affixes respectives z_A, z_B, z_C, z_D avec :

$z_A = -2i = 2e^{-i\frac{\pi}{2}}$, $z_B = 6e^{i\frac{4\pi}{3}} = 6\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right) = 6\left(-\frac{1}{2} - i\frac{C\sqrt{3}}{2}\right) = -3 - i3\sqrt{3}$,

$z_C = -3 + 3i = 3\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$, $z_D = 4e^{-i\frac{\pi}{6}} = 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}\right) = 2\sqrt{3} - 2i$

1) $z_{A'} = z_A e^{i\frac{\pi}{6}} = 2e^{-i\frac{\pi}{2}} e^{i\frac{\pi}{6}} = \mathbf{2e^{-i\frac{\pi}{3}}}$ $z_{B'} = z_B e^{i\frac{\pi}{6}} = 6e^{i\frac{4\pi}{3}} e^{i\frac{\pi}{6}} = 6e^{i\frac{9\pi}{6}} = \mathbf{6e^{i\frac{3\pi}{2}}}$

$z_{C'} = z_C e^{i\frac{\pi}{6}} = 3\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}} e^{i\frac{\pi}{6}} = \mathbf{3\sqrt{2}e^{i\frac{11\pi}{12}}}$ $z_{D'} = z_D e^{i\frac{\pi}{6}} = 4e^{-i\frac{\pi}{6}} e^{i\frac{\pi}{6}} = \mathbf{4}$

2) $z_{A''} = z_A + 2\mathrm{i} - 3 = -2i + 2\mathrm{i} - 3 = \mathbf{-3}$

$z_{B''} = z_B + 2\mathrm{i} - 3 = -3 - i3\sqrt{3} + 2\mathrm{i} - 3 = \mathbf{-6 + i(2 - 3\sqrt{3})}$

$z_{C''} = z_C + 2\mathrm{i} - 3 = -3 + 3i + 2\mathrm{i} - 3 = \mathbf{-6 + 5i}$

$z_{D''} = z_C + 2\mathrm{i} - 3 = 2\sqrt{3} - 2i + 2\mathrm{i} - 3 = \mathbf{2\sqrt{3} - 3}$

Exercice 3

f(x) = 7x² - 2x + 3 f'(x) = 14x-2

g(x) = (2x -4)(3x + 5)² en posant u(x) = (2x-4) et v(x) = (3x+5)² on aura u'(x) = 2 et v'(x) = 6(3x+5) et

donc g'(x) = (2x-4)6(3x+5) + 2(3x+5)² = (3x+5)[(2x -4)6+2(3x+5)]

= (3x+5)[12x-24+6x+10] = (3x+5)[18x-14]

h(x) = $\frac{2}{3}x^3 + 2x - 4 + \frac{5}{x} - \frac{7}{x^3}$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}^*$ 2x²+2-$\frac{5}{x^2} + \frac{21}{x^4}$

i(x)= $\frac{-x+3}{2x+5}$ est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ \{-2,5}

en posant u(x) = –x + 3 et v(x) = 2x + 5 on aura u'(x) = -1 et v'(x) = 2

donc comme $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ on aura : i'(x) = $\frac{-1(2x+5)-(-x+3)2}{(2x+5)^2} = \frac{-2x-5+2x-6}{(2x+5)^2} = \frac{-11}{(2x+5)^2}$