Méthode pour intégrer (par l'exemple)

1er exemple : intégrer $\boldsymbol{i(x) = 30x\left(x^2-5\right)^{17}}$ sur $\mathbb{R}$

1 : Je cherche la formule à utiliser — Ici, je reconnais $u'u^n \to \frac{u^{n+1}}{n+1}$

2 : J'identifie u — Ici, $u = (x^2-5)$

3 : j'en déduis u' — Ici, $u' = 2x$

4 : je cherche le coefficient d'ajustement λ

$i(x) = \lambda u'u^{17} = \lambda 2x(x^2-5)^{17}$, je cherche donc λtel que $\lambda 2x = 30x$ donc $\lambda = 15$

5 : je réécris la fonction en isolant la constante d'ajustement et la forme correspondant à ma formule

$i(x) = 15 \times 2x(x^2-5)^{17}$

6 : j'intègre — $I(x) = 15 \times \frac{\left(x^2-5\right)^{18}}{18} = \frac{5\left(x^2-5\right)^{18}}{6}$

2ème exemple : intégrer $\boldsymbol{j(x) = \frac{21x-35}{(3x^2-10x+13)^8}}$ sur $\mathbb{R}$

1 : Je cherche la formule à utiliser — Ici je reconnais $\frac{u'}{u^n} \to \frac{-1}{(n-1)u^{n-1}}$

2 : J'identifie u — Ici $u = 3x^2 - 10x + 13$

3 : j'en déduis u' — Ici $u' = 6x - 10$

4 : je cherche le coefficient d'ajustement λ — $j(x) = \lambda \frac{u'}{u^n} = \lambda \frac{6x-10}{(3x^2-10x+13)^8}$,

je cherche donc λtel que $\lambda(6x-10) = 21x - 35$ donc $\lambda = \frac{21}{6} = \frac{-35}{-10} = \frac{7}{2}$

5 : je réécris la fonction en isolant la constante d'ajustement et la forme correspondant à ma formule

$j(x) = \frac{7}{2} \times \frac{6x-10}{(3x^2-10x+13)^8}$

6 : j'intègre — $J(x) = \frac{7}{2} \times \frac{-1}{7(3x^2-10x+13)^7} = \frac{-1}{2(3x^2-10x+13)^7}$

3ème exemple : intégrer $\boldsymbol{k(x) = \frac{3\sin x}{\cos^9 x}}$ sur $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$

1 : Je cherche la formule à utiliser — Ici je reconnais $\frac{u'}{u^n} \to \frac{-1}{(n-1)u^{n-1}}$

2 : J'identifie u — Ici $u = \cos x$

3 : j'en déduis u' — Ici $u' = -\sin x$

4 : je cherche le coefficient d'ajustement λ — $k(x) = \lambda \frac{u'}{u^n} = \lambda \frac{-\sin x}{\cos^9 x}$,

je cherche donc λtel que $\lambda(-\sin x) = 3\sin x$ donc $\lambda = -3$

5 : je réécris la fonction en isolant la constante d'ajustement et la forme correspondant à ma formule

$k(x) = -3 \times \frac{-\sin x}{\cos^9 x}$

6 : j'intègre — $K(x) = -3 \times \frac{-1}{8\cos^8 x} = \frac{3}{8\cos^8 x}$