Devoir surveillé n°1 Terminale STL

Exercice 1

Donner les limites suivantes : $\lim_{n\to+\infty} -3\times 5^n$ et $\lim_{n\to+\infty} 7+0{,}2^n$

Exercice 2

Soit la suite géométrique de raison 1,3 et de premier terme $u_5=6$

1) Déterminer une expression en fonction de n de u_n
2) En déduire une approximation à 10^{-2} de u_{27}
3) Déterminer une approximation à 10^{-2} de $u_{10}+u_{11}+\cdots+u_{20}$

Exercice 3

Un couple fait un placement au taux annuel de 2 % dont les intérêts sont capitalisés tous les ans. Son objectif est de constituer un capital de 18 000 euros. Le couple a placé le montant de 1 000 euros à l'ouverture le 1er janvier 2010 puis, tous les ans à chaque 1er janvier, verse 2 400 euros.

1. Déterminer le capital présent sur le compte le 1er janvier 2011 après le versement annuel (et les intérêts versés par la banque.
2. On veut déterminer la somme présente sur le compte après un certain nombre d'années. On donne ci-dessous trois algorithmes :

algorithme 1

Variables :
U est un nombre réel
i et *N* sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour *N*
Début traitement
Affecter 1 000 à *U*
Pour *i* de 1 à *N* faire
| Affecter $1{,}02\times U+2400$ à *U*
Fin Pour
Afficher *U*
Fin traitement

algorithme 2

Variables :
U est un nombre réel
i et *N* sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour *N*
Début traitement
Pour *i* de 1 à *N* faire
| Affecter 1 000 à *U*
| Affecter $1{,}02\times U+2400$ à *U*
Fin Pour
Afficher *U*
Fin traitement

algorithme 3

Variables :
U est un nombre réel
i et *N* sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour *N*
Début traitement
Affecter 1 000 à *U*
Pour *i* de 1 à *N* faire
| Affecter $1{,}02\times U+2400$ à *U*
| Affecter $N+1$ à *N*
Fin Pour
Afficher *U*
Fin traitement

a) Pour la valeur 5 de N saisie dans l'algorithme 1, compléter le tableau ci-dessous (arrondir les valeurs calculées au centième).

valeur de i	Sans objet	1	2	3	4	5
Valeur de U	1000					

b) Pour la valeur 5 de N saisie, quel affichage obtient-on en sortie de cet algorithme ? Comment s'interprète cet affichage ?

c) En quoi les algorithmes 2 et 3 ne fournissent pas la réponse attendue ?

Exercice 4

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^4-4x^3-26x^2+60x+1$

1) Dériver f

On admettra que $f'(x)=4(5-x)(1-x)(x+3)$

2) Faire le tableau de variation de la fonction f
3) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f en $a=0$.
4) Bonus : prouver que votre dérivée de la question 1 vaut bien $4(5-x)(1-x)(x+3)$

Devoir surveillé n°1 Terminale STL

Exercice 1

Donner les limites suivantes : $\lim_{n\to+\infty} -3\times 5^n$ et $\lim_{n\to+\infty} 7+0{,}2^n$

Exercice 2

Soit la suite géométrique de raison 1,3 et de premier terme $u_5=6$

1) Déterminer une expression en fonction de n de u_n
2) En déduire une approximation à 10^{-2} de u_{27}
3) Déterminer une approximation à 10^{-2} de $u_{10}+u_{11}+\cdots+u_{20}$

Exercice 3

Un couple fait un placement au taux annuel de 2 % dont les intérêts sont capitalisés tous les ans. Son objectif est de constituer un capital de 18 000 euros. Le couple a placé le montant de 1 000 euros à l'ouverture le 1er janvier 2010 puis, tous les ans à chaque 1er janvier, verse 2 400 euros.

1. Déterminer le capital présent sur le compte le 1er janvier 2011 après le versement annuel (et les intérêts versés par la banque.
2. On veut déterminer la somme présente sur le compte après un certain nombre d'années. On donne ci-dessous trois algorithmes :

algorithme 1

Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour N
Début traitement
Affecter 1 000 à U
Pour i de 1 à N faire
| Affecter $1{,}02\times U+2400$ à U
Fin Pour
Afficher U
Fin traitement

algorithme 2

Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour N
Début traitement
Pour i de 1 à N faire
| Affecter 1 000 à U
| Affecter $1{,}02\times U+2400$ à U
Fin Pour
Afficher U
Fin traitement

algorithme 3

Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour N
Début traitement
Affecter 1 000 à U
Pour i de 1 à N faire
| Affecter $1{,}02\times U+2400$ à U
| Affecter $N+1$ à N
Fin Pour
Afficher U
Fin traitement

a) Pour la valeur 5 de N saisie dans l'algorithme 1, compléter le tableau ci-dessous (arrondir les valeurs calculées au centième).

valeur de i	Sans objet	1	2	3	4	5
Valeur de U	1000					

b) Pour la valeur 5 de N saisie, quel affichage obtient-on en sortie de cet algorithme ? Comment s'interprète cet affichage ?

c) En quoi les algorithmes 2 et 3 ne fournissent pas la réponse attendue ?

Exercice 4

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^4-4x^3-26x^2+60x+1$

1) Dériver f

On admettra que $f'(x)=4(5-x)(1-x)(x+3)$

2) Faire le tableau de variation de la fonction f
3) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f en $a=0$.
4) Bonus : prouver que votre dérivée de la question 1 vaut bien $4(5-x)(1-x)(x+3)$

Nom & Prénom : ………………………………. www.dimension-k.com

Exercice 1 Donner les limites suivantes : $\lim\limits_{n\to+\infty} -3\times 5^n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 7+0{,}2^n$

5^n est une suite géométrique de raison plus grande que 1 valant ici 5 et de premier terme positif valant 1 donc $\lim\limits_{n\to+\infty} 5^n = +\infty$ et donc par produit on aura $\lim\limits_{n\to+\infty} -3\times 5^n = -\infty$

$0{,}2^n$ est une suite géométrique de raison comprise strictement entre -1 et 1 valant ici 0,2 et de premier terme positif valant 1 donc $\lim\limits_{n\to+\infty} 0{,}2^n = 0$ et donc par somme on aura $\lim\limits_{n\to+\infty} 7+0{,}2^n = 7$

Exercice 2 Soit la suite géométrique de raison 1,3 et de premier terme $u_5 = 6$

1) $u_n = u_5 \times q^{n-5} = 6\times 1{,}3^{n-5}$
2) $u_{27} = 6\times 1{,}3^{27-5} \approx 1927{,}10$
3) $u_{10}+u_{11}+\cdots+u_{20} = u_{10}\frac{1-1{,}3^{20-10+1}}{1-1{,}3} = u_5\times 1{,}3^5\,\frac{1-1{,}3^{11}}{-0{,}3} \approx 1256{,}57$

Exercice 3

1. Les 1 000 euros placés en 2010 à 2 % produisent $1000\times\frac{2}{100} = 20$ euros d'intérêt.
Le capital au 1er janvier 2011 après le versement annuel est $1000+20+2400 = 3420$ euros.

2. On veut déterminer la somme présente sur le compte après un certain nombre d'années.
On donne ci-dessous trois algorithmes :

algorithme 1

```
Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour N
Début traitement
Affecter 1 000 à U
Pour i de 1 à N faire
  | Affecter 1,02 × U + 2400 à U
Fin Pour
Afficher U
Fin traitement
```

algorithme 2

```
Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour N
Début traitement
Pour i de 1 à N faire
  | Affecter 1 000 à U
  | Affecter 1,02 × U + 2400 à U
Fin Pour
Afficher U
Fin traitement
```

algorithme 3

```
Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour N
Début traitement
Affecter 1 000 à U
Pour i de 1 à N faire
  | Affecter 1,02 × U + 2400 à U
  | Affecter N + 1 à N
Fin Pour
Afficher U
Fin traitement
```

a. Pour $N = 5$, on remplit le tableau avec les valeurs données par l'algorithme 1 :

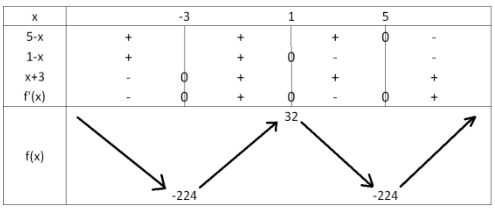
valeur de i	xxx	1	2	3	4	5
valeur de U	1 000	3 420	5 888,40	8 406,17	10 974,29	13 593,78

b. La valeur affichée par l'algorithme 1 pour $N = 5$ est 13 593,78 ; c'est le montant du capital obtenu après versement annuel le 1er janvier 2010 + 5 soit 2015.

c.
- Dans l'algorithme 2, on affecte 1 000 à U à l'intérieur de la boucle « pour » ; l'algorithme donnera donc toujours comme résultat $1{,}02\times 1000+2400 = 3420$, quelle que soit la valeur de N entrée.
- Dans l'algorithme 3, on modifie la valeur de N à chaque tour de boucle ; cet algorithme ne s'arrêtera jamais.

Exercice 4

1) $f'(x) = 4x^3 - 12x^2 - 52x + 60$
2) $6(2x+3)(x-5)(x+1) = 6(2x^2-10x+3x-15)(x+1)$
$= 6(2x^2-7x-15+2x^3-7x^2-15x) = 6(2x^3-5x^2-22x-15)$
$= 12x^3-30x^2-132x-90$
On a des extremums en -3, 1 et 5 car la dérivée s'annule pour changer de signe en ces valeurs.



3) La dérivée s'annule en $-\frac{3}{2}$, 5 et -1
4) $4(5-x)(1-x)(x+3) = 4[x^2-6x+5](x+3)$
$= 4[x^3-6x^2+5x+3x^2-18x+15]$
$= 4[x^3-3x^2-13x+15] = 4x^3-12x^2-52x+60 = f'(x)$ CQFD