

Corrections d'exercices de probabilité

TP 1 P 100

Sous l'hypothèse d'équiprobabilité, la probabilité d'un évènement est égale au quotient du nombre de cas favorables par le nombre total de cas.

$$A = \{5\}; \quad B = \{1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19\}; \quad C = \{5; 10; 15; 20\};$$

$$D = \{5; 15\}; \quad E = \{1; 3; 5; 7; 9; 10; 11; 13; 15; 17; 19; 20\}$$

$$P(A) = \frac{\text{nbr de cas favorables à } A}{\text{nbr total de cas}} = \frac{1}{20} \quad P(B) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \quad P(C) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \quad P(D) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

$$P(E) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

TP 2 P100

1°)

1 correspond aux comprimés dont la masse ne convient pas et dont la teneur en potassium est satisfaisante : $M \cap \bar{K}$ ou encore $M \setminus (M \cap K)$ $28 - 20 = 8$

2 correspond aux comprimés dont la masse convient et dont la teneur en potassium n'est pas suffisante : $K \cap \bar{M}$ ou encore $K \setminus (M \cap K)$ $44 - 20 = 24$

3 correspond aux comprimés qui sont deux fois non-conformes $M \cap K$ 20

4 correspond aux comprimés qui n'ont aucun problème : $400 - 44 = 356$

2°)

3°)

$$P(A) = 356/400 = 89/100$$

$$P(B) = 24/400 = 3/50$$

$$P(C) = 348/400 = 87/100$$

$$P(D) = (24+8)/400 = 2/25$$

	K	\bar{K}	Total
M	20	8	28
\bar{M}	24	348	372
Total	44	356	400

Exercice 1 P104

$$P(A) = \frac{\text{nbr de cas favorables à } A}{\text{nbr total de cas}} = \frac{1}{32}$$

$$P(B) = 8/32 = 1/4$$

$$P(C) = (8+3)/32 = 11/32$$

$$P(D) = P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 11/32$$

$$P(F) = 3/8$$

Exercice 2 P 104

$$1) P(\{1\}) = P(\{3\}) = P(\{5\}) = x$$

$$P(\{2\}) = P(\{4\}) = P(\{6\}) = y$$

$$\text{On sait que } P(\{1\}) + P(\{3\}) + P(\{5\}) + P(\{2\}) + P(\{4\}) + P(\{6\}) = 1$$

$$\text{Donc } 3x + 3y = 1$$

$$\text{De plus on sait que } x = 2y \text{ donc } 3 \times 2y + 3y = 1 \text{ donc } 9y = 1$$

$$\text{Ainsi } y = 1/9 \text{ et } x = 2/9$$

$$2) P(\text{« chiffre impair »})$$

$$= P(\{1; 3; 5\})$$

$$= P(\{1\}) + P(\{3\}) + P(\{5\})$$

car les trois ensembles sont disjoints

$$= 6/9 = 2/3$$

$$P(\text{« chiffre pair »})$$

$$= P(\{2; 4; 6\})$$

$$= P(\{2\}) + P(\{4\}) + P(\{6\})$$

car les trois ensembles sont disjoints

$$= 3/9 = 1/3$$

Exercice 3 P 104

2°)

$$P(A) = 2/28 = 1/14$$

$$P(B) = (11+2+10)/28 = 23/28$$

$$P(C) = (11+10+5) / 28 = 26/28 = 13/14$$

3°)

Réponse à la deuxième question

Réponse à la première question

	OUI	NON	Total
OUI	2	10	12
NON	11	5	16
Total	13	15	28

La population de référence pour cette question est différente de celle des questions précédentes : on veut que la personne ai répondu non à la première question, on se place dans la colonne de droite , l'effectif total est de 15. La probabilité que la personne interrogée ai répondu non à la deuxième question sera de $5/15 = 1/3$.

Exercice 5 P 105

1°) c'est long est fastidieux, vous devez le faire, moi pas ^^

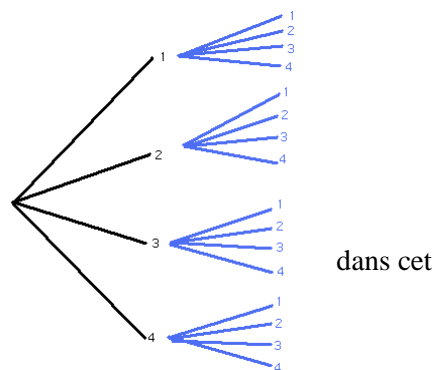
2°) il y a $6 \times 5 = 30$ tirages possibles (V1, V2), (V1, J1) ... (N2, J3)

$P(A) = 8/30 = 4/15$ il y avait 8 éventualités (couples, tirages) favorables : (V1, V2), (V2, V1), (J1, J2), (J1, J3), (J2, J1), (J2, J3), (J3, J1), (J3, J2)

$P(B) = 8/30 = 4/15$ il y avait 8 éventualités (couples, tirages) favorables : (V1, J1), (V1, N1), (V2, J2), (J1, V1), (J1, N1), (J2, V2), (N1, V1), (N1, J1)

3°) les deux évènements sont incompatibles car le tirage ne peut être constitué de deux éléments de même couleur et de même chiffre (le tirage est fait sans remise)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{15} + \frac{4}{15} - 0 = \frac{8}{15}$$



Exercice 6 P106

1) Il y a 16 éventualités possibles :

(1 ; 1) , (1 ; 2) ; (1 ; 3) ; (1 ; 4) ; (2 ; 1) , (2 ; 2) ; (2 ; 3) ; (2 ; 4) ; (3 ; 1) , (3 ; 2) ; (3 ; 3) ; (3 ; 4) ; (4 ; 1) , (4 ; 2) ; (4 ; 3) ; (4 ; 4) ;

2) sur les 16 éventualités seules 3 correspondent à l'évènement « a et b pris ordre sont consécutifs », évènement noté A

$$P(A) = \frac{3}{16}$$

Exercice 7 P106

a) au niveau du premier nœud partent 32 branches, de chacune des 32 extrémités part 32 branches, et maintenant de chacune des $32 \times 32 = 1024$ partira encore 32 branches, je vais donc avoir $1024 \times 32 = 32768$ extrémités, donc 32 768 tirages possibles.

b) au niveau du premier nœud partent 32 branches, de chacune des 32 extrémités part $32-1=31$ branches, et maintenant de chacune des $32 \times 31 = 992$ partira $31-1=30$ branches, je vais donc avoir $992 \times 30 = 29760$ extrémités, donc 29 760 tirages possibles.

Exercice 8 P106

1°) $P(\text{« épaisseur de 3 mm »}) = (9+11+3+5) / 100 = 28/100 = 7/25$

$P(\text{« diamètre de 10 mm »}) = (5+10+11+4)/100 = 30/100 = 3/10$

$P(\text{« épaisseur de 2 mm ET diamètre de 12 mm »}) = 15/100 = 3/20$

$P(\text{« diamètre supérieur à 11 mm »}) = P(\text{« diamètre de 12 ou 15 mm »}) = (6+15+3+2+7+6+5+6)/100 = 50/100 = 1/2$

2°) a) $P(X = 3) = P(\text{« épaisseur de 3 mm »}) = (9+11+3+5) / 100 = 28/100 = 7/25$

b)

épaisseur xi	1	2	3	4
$P(X=xi)$	0,23	0,37	0,28	0,12

c) $E(X) = 1 \times 0,23 + 2 \times 0,37 + 3 \times 0,28 + 4 \times 0,12 = 2,29$

d) $V(X) = 0,23(1-2,29)^2 + 0,37(2-2,29)^2 + 0,28(3-2,29)^2 + 0,12(4-2,29)^2 = 0,9059 \approx 0,91$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{0,9059} \approx 0,95$

Exercice 26 P 110

Pour calculer $P(A \cup B)$ on utilisera la formule : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,63 + 0,21 - 0 = 0,84$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,63 + 0,14 - 0 = 0,7$

Exercice 31 P 110

$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$
 $4p_3 + 4p_3 + p_3 + p_3 = 1$
 $10 p_3 = 1$
 Donc $p_3 = 0,1$ et donc $p_1 = p_2 = 0,4$ et $p_4 = 0,1$

Exercice 32 P 110

$p_A = 2p_B$ et $p_B = 3p_C$ donc $p_A = 6p_C$
 de plus $p_A + p_B + p_C = 1$
 donc $6p_C + 3p_C + p_C = 1$
 donc $10p_C = 1$ donc $p_C = 0,1$ et $p_B = 0,3$ et $p_A = 0,6$

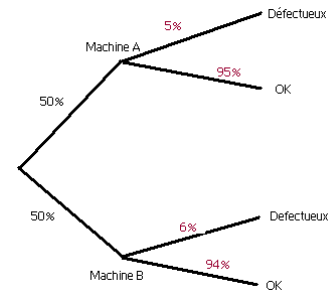
Exercice 34 P110

nombre de montres	avec défaut x	sans défaut x	totaux
présentant le défaut y	120	450	570
sans défaut y	880	8 550	9 430
totaux	1 000	9 000	10 000

$P(A) = 1000/10000 = 1/10 = 0,1$
 $P(B) = 570/10000 = 57/1000 = 0,057$
 $P(A \cap B) = 120/10000 = 3/250 = 0,012$
 Je note C = « la montre prélevée est sans défaut » $P(C) = 8 550 / 10 000 = 0,855$
 $A \cup B = \bar{C}$ donc $P(A \cup B) = P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0,855 = 0,145$
 Autre approche : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,1 + 0,057 - 0,012 = 0,145$

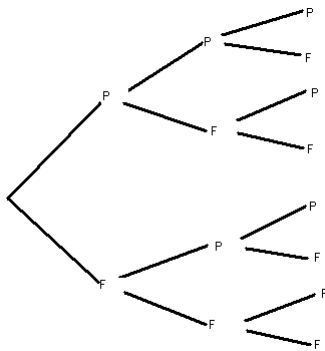
Exercice 37 P112

$P(\text{« défectueux »})$
 $= P(\text{« défectueux et machine A »}) + P(\text{« défectueux et machine B »})$
 $= (50/100)(5/100) + (50/100)(6/100)$
 $= 0,055 = 5,5\%$



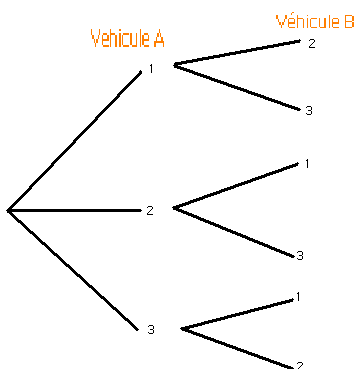
Exercice 41 P 112

$A = \{(P,P,P); (F;F;F)\}$
 $P(A) = 2 / 8 = 0,25$
 $B = \{(P;F;F); (F;P;F); (F;F;P)\}$
 $P(B) = 3 / 8 = 0,375$
 $C = \{(P;F;F); (P;F;P); (F;P;F); (P;P;F)\}$
 $P(C) = 4 / 8 = 0,5$



Exercice 43 P112

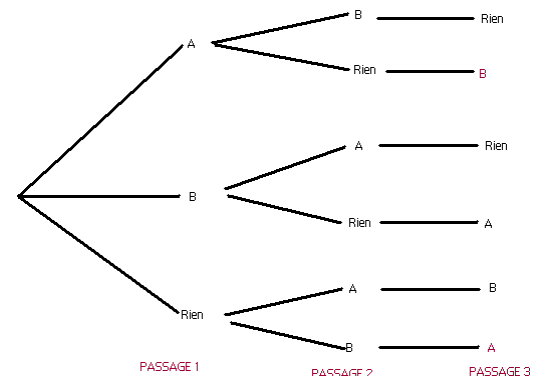
Deux approches :



la deuxième est carrément plus lisible, on l'utilisera donc.

$P(\text{« côte à côte »}) = 4/6 = 2/3$
 $P(\text{« pas côte à côte »}) = 1 - 2/3 = 1/3$
 $P(\text{« la voie trois reste libre »}) = 2/6 = 1/3$
 $P(\text{« à gauche du véhicule »}) = 2/6 = 1/3$

Remarque : vu le peu de combinaisons possibles le plus rapide était d'écrire les 6 possibilités.



Exercice 49 P114

1°)

 $\{\{1;2\}; \{1;3\}; \{1;4\}; \{1;5\}; \{1;6\}; \{2;3\}; \{2;4\}; \{2;5\}; \{2;6\}; \{3;4\}; \{3;5\}; \{3;6\}; \{4;5\}; \{4;6\}; \{5;6\}\}$

$$P(A) = 5/15 = 1/3$$

$$P(B) = 12/15 = 4/5$$

$$P(C) = 2/15$$

2°)

$$P(A \cap B) = 3/15 = 1/5$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1/3 + 4/5 - 1/5 = 14/15$$

Exercice 50 P114

1)

a) Il y en tout 1 952 employés administratif dont 83% sont des femmes ($1952 \times 83/100$) ce qui fait a peu près 1620 femmes et donc il y a aussi 332 hommes.

b) il y a en tout 730 employés de commerce, dont 77,2% de femme ($730 \times 77,2/100$) soit environ 564 femmes, le reste : 166 hommes.

2)

$$P(\text{« employés administratif femme »}) = 1620 / 6128 \approx 0,26$$

$$P(\text{« femme employée de commerce »}) = 1 - P(\text{« femme employée de commerce »}) = 1 - 564/6128 \approx 0,91$$

Une femme ne pouvant pas être à la fois employée de commerce et employée administratif d'entreprise, les évènement A = « la femme choisie est employée de commerce » et B = « la femme choisie est employée administratif d'entreprise » sont disjoint donc $P(A \cap B) = 0$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) = 1620 / 6128 + 564/6128 = 2184 / 6128 \approx 0,36$$

Exercice 53 P115

A 1 $E(X) = 0 \times 0,920 + 1 \times 0,060 + 2 \times 0,016 + 3 \times 0,004 = 0,104$

2 $V(X) = (0-0,104)^2 \times 0,920 + (1-0,104)^2 \times 0,060 + (2-0,104)^2 \times 0,016 + (3-0,104)^2 \times 0,004 = 0,149184$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{0,149184} \approx 0,39$$

B 1

yi Prix de vente en francs	5	15	20	30
P(Y=yi)	0,004	0,016	0,06	0,92

2 $E(Y) = 30 \times 0,920 + 20 \times 0,060 + 15 \times 0,016 + 5 \times 0,004 = 29,6$

$E(Y)$ correspond au prix auquel on peut espérer vendre les pièces quand on en écoule une bonne quantité.

Exercice 54 P 115

yi : gain	-1	0	5
P(Y=yi)	$\frac{10}{32}$	$\frac{20}{32}$	$\frac{2}{32}$

$$E(Y) = \frac{2}{32} \cdot 5 + \frac{20}{32} \cdot 0 + \frac{10}{32} \cdot (-1) = 0$$

Le jeux est donc équitable.