Correction des exercices sur les primitives

Exercices 46P 226
$f(x) = 3x^2 - 4x + 7$ f est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc les primitives de f sont définie sur $\mathbb{R}$ par
F(x) = $\frac{3x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 7x + c = x^3 - 2x^2 + 7x + c$

Exercice 47P226
$f(t) = -5t^3 + 3t^2 + 8$ f est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc les primitives de f sont définie sur $\mathbb{R}$ par
$$F(t) = \frac{-5t^4}{4} + \frac{3t^3}{3} + 8t + c$$

Exercice 48P226
$f(x) = x^2 - \frac{1}{x^2}$ f est dérivable sur $I =]-\infty; O[$ donc les primitives de f sont définie sur I par
$$F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + c$$

Exercice 49P226
$f(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$ f est dérivable sur $I =]0; +\infty[$ donc les primitives de f sont définie sur I par
$$F(x) = x + \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + c$$

Exercice 50P226
$f(x) = (x-2)^2$ f est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc les primitives de f existent sur $\mathbb{R}$
Je reconnais une fonction de la forme f(x) = $u'.u^n$ avec n=2, u(x) = x-2 donc u'(x) = 1
$$F(x) = \frac{(x-2)^3}{3} + c$$

Exercice 51P226
$f(x) = 2(2x-3)^3$, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc les primitives de f existent sur $\mathbb{R}$
Je reconnais une fonction de la forme f(x) = $u'.u^n$ avec n=3, u(x) = 2x-3 donc u'(x) = 2
$F(x) = \frac{(2x-3)^4}{4} + c$

Exercice 52P226
$f(x) = -\frac{1}{(x-3)^2}$, f est dérivable sur $I =]-\infty; 3[$ donc les primitives de f existent sur I
Je reconnais une fonction de la forme f(x) = $\alpha.u'.u^n$ avec $\alpha = -1$ n=-2, u(x) = x-3 donc u'(x) = 1
$F(x) = \frac{1}{(x-3)} + c$

Exercice 53P226
$f(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc les primitives de f existent sur $\mathbb{R}$
Je reconnais une fonction de la forme f(x) = $u'.u^n$ avec n=-2, u(x) = x^2+1 donc u'(x) = 2x
$F(x) = \frac{-1}{(x^2+1)} + c$

Exercice 54P226
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$, f est dérivable sur $I =]2; +\infty[$ donc les primitives de f existent sur I
Je reconnais une fonction de la forme f(x) = $\frac{u'}{\sqrt{u}}$ avec u(x) = x-2 donc u'(x) = 1
$F(x) = 2\sqrt{x-2} + c$

Exercice 55P226

$f(t) = -3\sin\left(3t + \frac{\pi}{12}\right)$ f est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc les primitives de f sont définie sur $\mathbb{R}$ par

$F(t) = -3\frac{-\cos\left(3t+\frac{\pi}{12}\right)}{3} + c = \cos\left(3t + \frac{\pi}{12}\right) + c$

J'ai reconnu une fonction de la forme f(t) = $\alpha\sin(at + b)$ avec a=3 et b =$\frac{\pi}{12}$ et $\alpha = -3$

Exercice 57P226

$f(x) = (2x-1)^3$, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc les primitives de f existent sur $\mathbb{R}$

Je reconnais une fonction de la forme f(x) = $\alpha\, u'.u^n$ avec n=3, u(x) = 2x-3 donc u'(x) = 2 et $\alpha = \frac{1}{2}$

$F(x) = \frac{1}{2}\times\frac{(2x-3)^4}{4} + c = \frac{(2x-3)^4}{8} + c$

Exercice 60P226

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4x+5}}$, f est dérivable sur $I =]\frac{-5}{4}; +\infty[$ donc les primitives de f existent sur I

Je reconnais une fonction de la forme f(x) = $\frac{u'}{\sqrt{u}}$ avec u(x) = x-2 donc u'(x) = 4 et $\alpha = \frac{1}{4}$

$F(x) = \frac{1}{4}2\sqrt{4x-5} + c = \frac{1}{2}\sqrt{4x-5} + c$

Exercice 57P226

$f(x) = \sin x(\cos x)^2$, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc les primitives de f existent sur $\mathbb{R}$

Je reconnais une fonction de la forme f(x) = $\alpha\, u'.u^n$ avec n=2, u(x) = cos x donc u'(x) = -sin x et $\alpha = -1$

$F(x) = -1\times\frac{(\cos x)^3}{3} + c = \frac{-1}{3}(\cos x)^3 + c$

Exercice 60P226

$f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$, f est dérivable sur $I = [0; \frac{\pi}{2}[$ donc les primitives de f existent sur I

Je reconnais une fonction de la forme f(x) = $\frac{u'}{\sqrt{u}}$ avec u(x) = cos x donc u'(x) = -sin x et $\alpha = -1$

$F(x) = -2\sqrt{\cos x} + c$

Exercice 50P226

$f(x) = (-3x+1)^2$, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc les primitives de f existent sur $\mathbb{R}$

Je reconnais une fonction de la forme f(x) = $u'.u^n$ avec n=2, u(x) = -3x+1 donc u'(x) = -3 et $\alpha = \frac{1}{-3}$

$$F(x) = \frac{1}{-3}\times\frac{(-3x+1)^3}{3} + c = \frac{(-3x+1)^3}{-9} + c$$

De plus on veut que F(1) = 0 or F(1) = $\frac{(-3\times1+1)^3}{-9} + c = \frac{8}{-9} + c$ donc on prendra c tel que 0 = $\frac{8}{-9} + c$ donc c = $\frac{8}{9}$

Exercice 60P226

1) $f(x) = -600x$, f est dérivable sur $I = [0; 6]$ donc les primitives de f existent sur I, elles sont de la forme :

F(x) = $-600\times\frac{x^2}{2} + c = -300x^2 + c$

Ici on veut que F(0) = 3600 or F(0) = $-300\times0^2 + c = c$ ainsi c = 3600 donc F(x) = $-300x^2 + 3600$

2) F(x) est définie et dérivable sur $I = [0; 6]$ donc les primitives de F existent sur I, elles sont de la forme :

G(x) = $-300\,\frac{x^3}{3} + 3600\,x + c$

Ici on veut que G(0) = 0 donc on aura c = 0