Correction d'exercices sur les exponentielles

Exercice 33 P286

a) $e^{\ln(3)} = 3$ b) $\ln\left(\frac{1}{e}\right) = -\ln(e) = -1$ c) $e^{\frac{1}{2}\ln(3)} = e^{\ln(\sqrt{3})} = \sqrt{3}$

d) $e^{1+\ln(2)} = e^1 e^{\ln(2)} = 2e$ e) $e^{-\ln(2)} = e^{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{2}$ f) $e^{-2\ln(3)} = e^{\ln\left(\frac{1}{3^2}\right)} = \frac{1}{3^2}$

Exercice 34 P286

a) $x = 128^{\frac{2}{7}} = (2^7)^{\frac{2}{7}} = 2^{7\frac{2}{7}} = 2^2 = 4$ b) $x = 27^{\frac{5}{3}} = (3^3)^{\frac{5}{3}} = 3^{3\frac{5}{3}} = 3^5$

c) $x = 2^{\frac{1}{ln\,2}} = e^{\ln\left(2^{\frac{1}{ln\,2}}\right)} = e^{\frac{1}{ln\,2}\ln(2)} = e^1 = e$ d) $\left(\sqrt[3]{5^2}\right)^{-\frac{3}{4}} = \left(5^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{3}{4}} = 5^{-\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}} = 5^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

Exercice 35 P286

$x^2+x-2 = 0$

$\Delta = 1 + 8 = 9 = 3^2$ x1=(-1-3)/2= -2 x2=(-1+3)/2 = 1

donc $x^2+x-2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ ou $x = 1$

$e^{2t} + e^t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 2 = 0 \\ e^t = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ ou } x = 1 \\ e^t = x \end{cases} \Leftrightarrow e^t = -2$ ou $e^t = 1 \Leftrightarrow t = 0$ car $e^t = -2$ n'a pas de solution.

Exercice 36P286

1) $(x-1)(4x^2+4x+1) = 4x^3+4x^2+x-4x^2-4x-1 = 4x^3-3x-1 = P(x)$

2) $4x^3-3x-1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(4x^2+4x+1) = 0$

$\Delta = 16 - 16 = 0$ x0=-4/(2×4)=-0,5 ainsi :

$(x-1)(4x^2+4x+1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)4(x-0{,}5)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = 0{,}5$

3) $4e^{3x} - 3e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4y^3 - 3y - 1 = 0 \\ e^x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0{,}5 \text{ ou } y = 1 \\ e^x = y \end{cases} \Leftrightarrow e^x = 0{,}5$ ou $e^x = 1$

$\Leftrightarrow t = \ln(0{,}5)$ ou $t = 0$

Exercice 37P286

1) $2x^2-7x-4=0$ $\Delta = 7^2 + 32 = 81 = 9^2$ x1=(7-9)/(2×2)=-0,5 x2=(7+9) /(2×2)=4

2)

a) $\ln(x-2) + \ln(2x-3) = \ln(10)$ les solutions doivent être supérieures à 2 et à 3/2 donc $D_e =]2; +\infty[$

Sur D_e $\ln(x-2) + \ln(2x-3) = \ln(10) \Leftrightarrow \ln((x-2)(2x-3)) = \ln(10) \Leftrightarrow (x-2)(2x-3) = 10$

$\Leftrightarrow 2x^2-7x-4=0 \Leftrightarrow x = -0{,}5$ ou 4 or seul 4 est dans D_e

b) $\ln(2x^2-7x+6) = \ln(10)$ recherche du domaine d'étude : résolution de $2x^2-7x+6 = 0$ $\Delta = 7^2 - 48 = 1$

$x_1 = \frac{7-1}{4} = 1{,}5$ et $x_2 = \frac{7+1}{4} = 2$ donc $D_e =]-\infty; 1{,}5[\cup]2; +\infty[$

Sur D_e $\ln(2x^2-7x+6) = \ln(10) \Leftrightarrow 2x^2-7x+6 = 10 \Leftrightarrow 2x^2-7x-4=0 \Leftrightarrow x = -0{,}5$ ou 4 , ces deux solutions sont dans D_e donc S = {-0,5 ; 4}

c) $(2e^x-5)(e^x-1)=9 \Leftrightarrow 2e^{2x}-7e^x-4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2 - 7y - 4 = 0 \\ e^x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -0{,}5 \text{ ou } y = 4 \\ e^x = y \end{cases}$

$\Leftrightarrow e^x = -0{,}5$ ou $e^x = 4 \Leftrightarrow x = \ln(4)$ car $e^x = -0{,}5$ n'a pas de solution.

Exercice 41P287

1) $\begin{cases} 2x - 3y = 9 \\ -6x + 5y = -31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 9y = 27 \\ -6x + 5y = -31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 9y = 27 \\ -4y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 9y = 27 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 9 = 27 \\ y = 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 36 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2e^x - 3e^y = 9 \\ -6e^x + 5e^y = -31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2X-3Y=9 \\ -6X+5Y=-31 \\ X=e^x \\ Y=e^y \end{cases} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=1 \\ X=e^x \\ Y=e^y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6=e^x \\ 1=e^y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \ln(6) \\ y = \ln(1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \ln(6) \\ y = 0 \end{cases}$

Exercice 42P287

a) $e^x \geq 2 \Leftrightarrow e^x \geq e^{\ln(2)} \Leftrightarrow x \geq \ln(2)$ b) $2e^x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow e^x \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^x \geq e^{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \Leftrightarrow x \geq \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

Détermination de limites

Exercice 43P287

a)pour calculer la limite je factorise par rapport au terme le plus fort,
quand $x \to +\infty$,e^x est le plus fort

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \frac{e^x\left(1 + \frac{e^{-x}}{e^x}\right)}{2} = \frac{e^x(1 + e^{-2x})}{2}$$

$\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$ et $\lim_{x\to+\infty}(1 + e^{-2x}) = 1$ Donc $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

quand $x \to -\infty$,e^{-x} est le plus fort

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \frac{e^{-x}\left(\frac{e^x}{e^{-x}} + 1\right)}{2} = \frac{e^{-x}(e^{2x} + 1)}{2}$$

$\lim_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty$ et $\lim_{x\to-\infty}(e^{2x} + 1) = 1$ Donc $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

b)pour calculer la limite je factorise par rapport au terme le plus fort,
quand $x \to +\infty$,e^x est le plus fort

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \frac{e^x\left(1 - \frac{e^{-x}}{e^x}\right)}{2} = \frac{e^x(1 - e^{-2x})}{2}$$

$\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$ et $\lim_{x\to+\infty}(1 - e^{-2x}) = 1$ Donc $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

quand $x \to -\infty$,e^{-x} est le plus fort

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \frac{e^{-x}\left(\frac{e^x}{e^{-x}} - 1\right)}{2} = \frac{e^{-x}(e^{2x} + 1)}{2}$$

$\lim_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty$ et $\lim_{x\to-\infty}(e^{2x} + 1) = -1$ Donc $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

Exercice 44P287

a)pour calculer la limite je factorise par rapport au terme le plus fort,
quand $x \to +\infty$,e^x est le plus fort

$f(x) = x + 1 - e^x = e^x\left(\frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x} - 1\right)$

$\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$ et $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x} - 1\right) = -1$ Donc $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

quand $x \to -\infty$,x est le plus fort

$f(x) = x + 1 - e^x = x\left(1 + \frac{1}{x} - \frac{e^x}{x}\right)$

$\lim_{x\to-\infty} x = -\infty$ et $\lim_{x\to-\infty}\left(1 + \frac{1}{x} - \frac{e^x}{x}\right) = 1$ Donc $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

b) la limite en $+\infty$ est triviale, c'est le produit de deux limites valant chacune $+\infty$, donc elle est $+\infty$.
En -∞ ça se complique un tout petit peu $f(x) = (-x + 1)e^x = -xe^x + 1e^x$ or d'après le cours on a :
$\lim_{x\to-\infty} -xe^x = 0$ et $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$ Donc $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$

c) pour calculer la limite je factorise par rapport au terme le plus fort,
quand $x \to +\infty$,$2x$ est le plus fort

$f(x) = 2x - e^{-x} = x\left(2 - \frac{e^{-x}}{x}\right)$

$\lim_{x\to\mp\infty} x = +\infty$ et $\lim_{x\to+\infty}\left(2 - \frac{e^{-x}}{x}\right) = 2$ Donc $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

quand $x \to -\infty$,e^{-x} est le plus fort

$f(x) = x + 1 - e^x = e^{-x}\left(\frac{2x}{e^{-x}} - 2\right)$

$\lim_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty$ et $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{2x}{e^{-x}} - 2\right) = -2$ Donc $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

d) la limite en $-\infty$ est triviale, c'est le produit de deux limites valant $-\infty$ pour la première et $+\infty$ pour la seconde, donc elle est $-\infty$.
En $+\infty$ ça se complique un tout petit peu $f(x) = (x + 1)e^{-x} = xe^{-x} + 1e^{-x}$ or d'après le cours on a :
$\lim_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$ et $\lim_{x\to+\infty} e^{-x} = 0$ Donc $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

Détermination de dérivées

Exercice 46 P287

$f(x) = -e^x + 2e^{-x}$ $\qquad$ $f'(x) = -e^x - 2e^{-x}$

Exercice 47 P287

$f(x) = (2x+1)e^x$ $\qquad$ $f'(x) = (2x+1)e^x + 2e^x = (2x+3)e^x$

Exercice 48 P287

$f(x) = (e^x - 2)e^x$ $\qquad$ $f'(x) = (e^x - 2)e^x + e^x e^x = (2e^x - 2)e^x$

Exercice 49 P287

$f(x) = e^{\frac{1}{2}x+1}$ $\qquad$ $f'(x) = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x+1}$

Exercice 50 P287

$f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$ $\qquad$ $f'(x) = \frac{e^x(e^x+1)-e^x e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{1}{(e^x+1)^2}$

Détermination de primitives

Exercice 51P287

$f(x) = x + 1 + e^x$ $\qquad$ $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + e^x + c$

Exercice 52P287

$f(x) = -e^x + 2e^{-x}$ $\qquad$ $F(x) = -e^x + \frac{2}{-1}e^{-x} + c = -e^x - 2e^{-x} + c$

Exercice 53P287

$f(x) = e^{2x} + e^x - 1$ $\qquad$ $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + e^x - x + c$

Exercice 54P287

$f(x) = e^{3x+2}$ $\qquad$ $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x+2} + c$

Exercice 55P287

$f(x) = xe^{x^2+1}$ $\qquad$ on reconnais $\frac{1}{2}u'(x)e^{u(x)}$ avec $u(x) = x^2 + 1$ $\qquad$ $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2+1} + c$

Exercice 56P287

$f(x) = (2x+1)e^x$ et on nous propose $F(x) = (ax+b)e^x$

$F'(x) = (ax+b)e^x + ae^x = (ax+b+a)e^x$ donc si F(x) est une primitive de f(x) alors on doit avoir F'(x) = f(x) et donc $(2x+1)e^x = (ax+b+a)e^x$ ⇔2x+1 = ax + b + a ⇔ a = 2 et b+a = 1 ⇔ a = 2 et b= -1

Ainsi F(x) = $(2x-1)e^x$

Exercice 57P287

$f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ f est donc de la forme x^α et sa primitive sera donc F(x)= $\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c = \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + c = \frac{2x^{\frac{5}{2}}}{5} + c$

Exercice 58P287

$g(x) = (3x+2)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3} \times 3 \times (3x+2)^{\frac{3}{2}}$ on reconnaît $\frac{1}{3}u'(x)u^\alpha(x)$ avec $\alpha = \frac{3}{2}$ et $u(x) = (3x+2)$

On aura donc $G(x) = \frac{1}{3} \times \frac{u^{\alpha+1}(x)}{\alpha+1} + c = \frac{1}{3} \times \frac{(3x+2)^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + c = \frac{2(3x+2)^{\frac{5}{2}}}{15} + c$

Exercice 59 P287

$f(x) = (ax+b)e^{cx}$ donc f'(x) $= (ax+b)ce^{cx} + ae^{cx} = (cax + cb + a)e^{cx}$

On sait que la courbe représentative de f passe par les points de coordonnées (-2,5 ;0) et (O ;5), donc f(0)=5 et f(-2,5)=0. De plus la tangente à la courbe au point d'abscisse -1,5 est horizontale (autrement dit son coefficient directeur est nul) donc f'(-1,5) =0

On aura donc :

$$\begin{cases} (-2{,}5a+b)e^{-2{,}5c} = 0 \\ (a0+b)e^{c0} = 5 \\ (-1{,}5ca + cb + a)e^{-1{,}5c} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-2{,}5a+b) = 0 \\ b \times 1 = 5 \\ (-1{,}5ca + cb + a)e^{c1{,}5} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b}{2{,}5} = a \\ b = 5 \\ (-1{,}5ca + cb + a) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = a \\ b = 5 \\ (-3c + c5 + 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = a \\ b = 5 \\ 2c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = a \\ b = 5 \\ c = -1 \end{cases}$$

Exercice 61P288

1)

a) f a pour limites $-\infty$ aux bornes de son ensemble de définition.

b) f est monotone croissante sur]- 1,1], puis monotone décroissante sur [1 ;+ ∞[

c) f admet un extremum sur son ensemble de définition, c'est 0 et il est atteint en 1.

d) comme 0 est le maximum de la fonction sur son ensemble de définition, on peut dire que f est toujours négative ou nulle sur ce dernier.

2)

$f_1(1) = -\ln(1^2 - 2 \times 1 + 4) = -\ln(3) \neq 0$ donc cette fonction ne correspond pas au tableau

$f_2(x) = e^{-x^2}$ est toujours strictement positive car l'exponentielle de n'importe quel réel est positive, cette fonction ne correspond pas au tableau.

$f_3(x) = -e^{(-x^2+2x)}$ or $\lim\limits_{x\to+\infty}(-x^2+2x) = -\infty$ trivial donc $\lim\limits_{x\to+\infty} -e^{(-x^2+2x)} = 0$, cette fonction ne correspond pas au tableau.

Par élimination, la seule fonction pouvant faire l'affaire est : $f_4(x)$

Exercice 65P289

$f(x) = e^x + 9e^{-x} - 10$

a) pour calculer la limite je factorise par rapport au terme le plus fort, quand $x \to +\infty$,e^x est le plus fort.

$f(x) = e^x\left(1 + \frac{9e^{-x}}{e^x} - \frac{10}{e^x}\right)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1 + \frac{9e^{-x}}{e^x} - \frac{10}{e^x}\right) = 1$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

quand $x \to -\infty$,e^{-x} est le plus fort

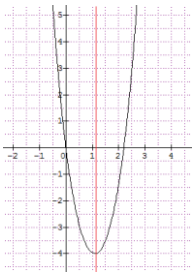
$f(x) = e^{-x}\left(\frac{1}{e^{-x}} + 9 - \frac{10}{e^{-x}}\right)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{e^{-x}} + 9 - \frac{10}{e^{-x}}\right) = 9$ donc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

b) $f'(x) = e^x - 9e^{-x}$

cherchons à résoudre $e^x - 9e^{-x} = 0 \Leftrightarrow e^{2x} = 9 \Leftrightarrow (e^x)^2 = 9 \Leftrightarrow e^x = 3\ ou - 3 \Leftrightarrow$ x = ln(3)

donc f' est négative de -∞ à ln(3) puis positive jusqu'à +∞

donc f est décroissante de -∞ à ln(3) puis croissante jusqu'à +∞



3)

F(x) = 0 $\Leftrightarrow e^x + 9e^{-x} - 10 = 0 \Leftrightarrow e^{2x} + 9 - 10e^x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} X^2 + 9 - 10X = 0 \\ X = e^x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} X^2 + 9 - 10X = 0 \\ X = e^x \end{cases}$

$\Delta = 100 - 36 = 64 = 8^2$ $X_1 = \frac{10-8}{2} = 1\ et\ X_2 = \frac{10+8}{2} = 9$

Donc $x_1 = \ln(1)\ et\ x_2 = \ln(9) = 2\ln(3)$

4)

Comparons f(ln(3)+x) et f(ln(x)-x)

f(ln(3)+x)= $e^{\ln(3)+x} + 9e^{-\ln(3)-x} - 10 = e^{\ln(3)}e^{x} + 9e^{-\ln(3)}e^{-x} - 10 = 3e^{x} + 3e^{-x} - 10$

f(ln(3)-x)= $e^{\ln(3)-x} + 9e^{-\ln(3)+x} - 10 = e^{\ln(3)}e^{-x} + 9e^{-\ln(3)}e^{+x} - 10 = 3e^{-x} + 3e^{x} - 10$= f(ln(3)+x)

donc la courbe représentative de f admet la droite d'équation x=ln(3) comme axe de symétrie.

Exercice 68P290

1) Soit $f(x) = e^{x+1} - x - 3$ définie sur $]-\infty; 0]$ $f'(x) = e^{x+1} - 1$

Je sais que $e^{x+1} - 1$ est une fonction croissante car e^x est croissante et x+1 aussi. e^x prend comme valeur 1 lorsque x vaut 0 et donc e^{x+1} prendra comme valeur 1 lorsque x vaudra -1 ainsi f' sera négative avant -1, nulle en -1 puis positive après -1, et donc f sera décroissante sur $]-\infty; -1]$ et croissante sur $[-1; 0]$.

2) $f(-3) = e^{-3+1} - (-3) - 3 = e^2 > 0$ $f(-1) = e^{-1+1} - (-1) - 3 = -1 < 0$

De plus f est dérivable et strictement décroissante sur [-3 ;-1], donc il existe un unique antécédent de 0 par f sur [-3 ;-1] , on le note α.

3) en utilisant la méthode de dichotomie on obtient -2,842< α <-2,841

Exercice 70P290

$f(x) = e^x - \frac{x}{2} - 1$

1a) je factorise par rapport au terme le plus fort : x. $f(x) = x\left(\frac{e^x}{x} - \frac{1}{2} - \frac{1}{x}\right)$

$\lim_{x\to-\infty} x = -\infty$ et $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{e^x}{x} - \frac{1}{2} - \frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{2}$ Donc $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

b) $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ donc $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{e^x}{x} - \frac{1}{2} - \frac{1}{x}\right) = +\infty$ de plus $\lim_{x\to+\infty} x = +\infty$ Donc $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

2a) $f(x) = e^x - \frac{x}{2} - 1$ donc $f'(x) = e^x - \frac{1}{2}$

b) $e^x - \frac{1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow e^x \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^x \geq e^{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \Leftrightarrow x \geq \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

on aura donc $f'(x)$ négative pour x <$\ln\left(\frac{1}{2}\right)$ et positive à partir de $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$, donc f est décroissante sur $]-\infty; \ln\left(\frac{1}{2}\right)]$ et croissante sur $[\ln\left(\frac{1}{2}\right); +\infty[$

c) $f\left(\ln\left(\frac{1}{2}\right)\right) = e^{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} - \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{2} - 1 = \frac{-1}{2} + \frac{\ln(2)}{2} = \frac{\ln(2)-1}{2}$

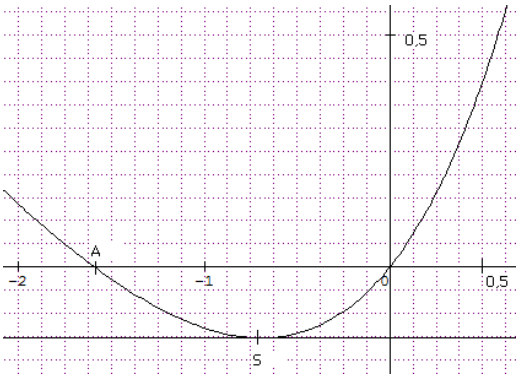
x	$-\infty$		$\ln\left(\frac{1}{2}\right)$		$+\infty$
f'(x)		-	0	+	
f(x)	$+\infty$	↘	$\frac{\ln(2)-1}{2}$	↗	$+\infty$

3a)

x	-2	-1,8	-1,6	-1,4	-1,2	-1	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	0	0,5
f(x)	0,135	0,065	0,002	-0,053	-0,099	-0,132	-0,151	-0,151	-0,13	-0,081	0	0,399

b)

on a une tangente horizontale lorsque la dérivée de la fonction est nulle, ce qui arrive ici quand x vaut $\ln\left(\frac{1}{2}\right) \approx -0{,}693$ de plus on sait que :$f\left(\ln\left(\frac{1}{2}\right)\right) = \frac{\ln(2)-1}{2} \approx -0{,}153$ donc le point de contact entre la courbe est la tangente horizontale aura pour coordonnées approximatives $(-0{,}693; -0{,}153)$

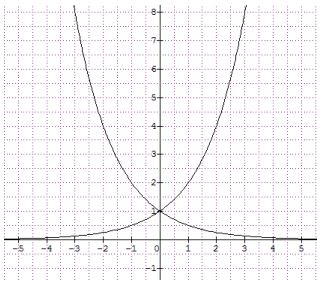


4a)

On sait que f(-2)>0 et que f(-1) <0 , que f est dérivable, strictement décroissante sur [-2 ;-1] et donc il existera un unique antécédent de 0 par f sur l'intervalle [-2 ;-1], on le notera α

c) on lit sur le tableau que -1,6< α <-1,4

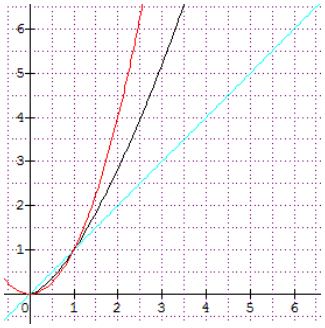
Exercice 71 P291



a) $f(x) = 2^x = e^{\ln(2^x)} = e^{x\ln(2)}$ $f'(x) = \ln(2)\, e^{x\ln(2)}$ comme l'exponentielle est toujours positive et que ln(2) >0 f' sera donc toujours positive et donc f est croissante sur son ensemble de définition.

b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = e^{\ln\left(\left(\frac{1}{2}\right)^x\right)} = e^{x\ln\left(\frac{1}{2}\right)}$ $f'(x) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) e^{x\ln(2)}$ comme l'exponentielle est toujours positive et que ln(2) <0 f' sera donc toujours négative et donc f est décroissante sur son ensemble de définition.

Exercice 72 P291



$f_{1,5}(x) = e^{1,5\ln(x)}$

1) $\lim_{x\to 0} \ln(x) = -\infty$ et $\lim_{x\to -\infty} e^x = 0$ donc $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$

$\lim_{x\to +\infty} \ln(x) = +\infty$ et $\lim_{x\to +\infty} e^x = +\infty$ donc $\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$

2) $f'_{1,5}(x) = 1,5\frac{1}{X}e^{1,5\ln(x)} = 1,5x^{-1}x^{1,5} = 1,5x^{0,5} = 1,5\sqrt{x}$ donc la dérivée est positive sur [0 ; +∞[

Et donc $f_{1,5}(x)$ est croissante sur [0 ; +∞[

En noir j'ai tracé la courbe représentant $f_{1,5}$ en rouge x^2 et en cyan x

Exercice 73 P291

a) $x^2 - x - 6 = 0$ $\Delta = 1 + 24 = 5^2$ $x_1 = \frac{1-5}{2} = -2$ et $x_2 = \frac{1+5}{2} = 3$

$4^t - 2^t - 6 = 0 \Leftrightarrow 2^{2t} - 2^t - 6 = 0 \Leftrightarrow (2^t)^2 - 2^t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 6 = 0 \\ 2^t = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ ou } 3 \\ 2^t = x \end{cases}$

$\Leftrightarrow 2^t = -2$ *ou* $3 \Leftrightarrow 2^t = 3$ (car 2^t est toujours positive) $\Leftrightarrow \ln(2^t) = \ln(3) \Leftrightarrow t\ln(2) = \ln(3)$

$\Leftrightarrow t = \frac{\ln(3)}{\ln(2)}$