

Exercice 4 P 78

1)

$$2) \text{ soit } D(x_D, y_D, z_D) \text{ ABDC est un parallélogramme } \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 5,5 - 10,5 \\ 2,5 - 0 \\ 0 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_D - 5 \\ y_D - 0 \\ z_D - 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 5 = -5 \\ y_D = 2,5 \\ z_D - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 2,5 \\ z_D = 1 \end{cases}$$

$$3) AB = \sqrt{(5,5 - 10,5)^2 + (2,5 - 0)^2 + (0 - 0)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (2,5)^2 + 0^2} = \sqrt{25 + 6,25} = \sqrt{31,25}$$

$$AC = \sqrt{(5 - 10,5)^2 + (0 - 0)^2 + (0 - 1)^2} = \sqrt{(5,5)^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{30,25 + 1} = \sqrt{31,25}$$

Et donc $AB=AC$ or « Un parallélogramme dont deux des côtés consécutifs sont de même mesure est un losange. » donc ABDC est un losange or « un losange a ses diagonales qui se coupent en leur milieu » donc (AD) et (BC) les diagonales de ABDC sont perpendiculaires.

Exercice 5 P78

2)

a) (HC) étant la hauteur de ABC issue de C, elle coupe (AB) perpendiculairement en H et donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HC} = 0$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} + 0 = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH}$$

$$b) \overrightarrow{AB}^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 = 16 + 1 + 4 = 21$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (x_B - x_A)(x_C - x_A) + (y_B - y_A)(y_C - y_A) + (z_B - z_A)(z_C - z_A) \\ = (-4)(-2) + 1(-4) + 2(4) = 12$$

$$c) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} \cdot k\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AB}^2$$

$$\text{donc } 12 = k \cdot 21 \text{ ainsi : } k = \frac{12}{21} \text{ donc } k = \frac{4}{7}$$

Exercice 7P78

On a $AB=AC=AD=3\text{mm}$

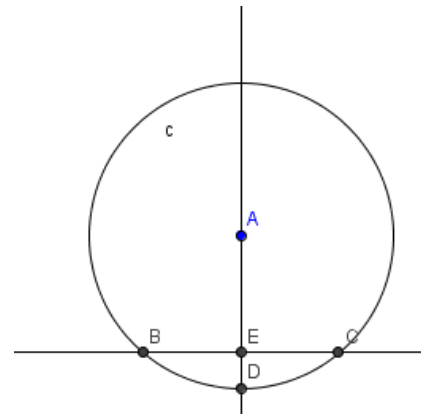
(AE) est la hauteur de ABC issue de A et donc elle est aussi la médiane

$EC = 2\text{mm}$

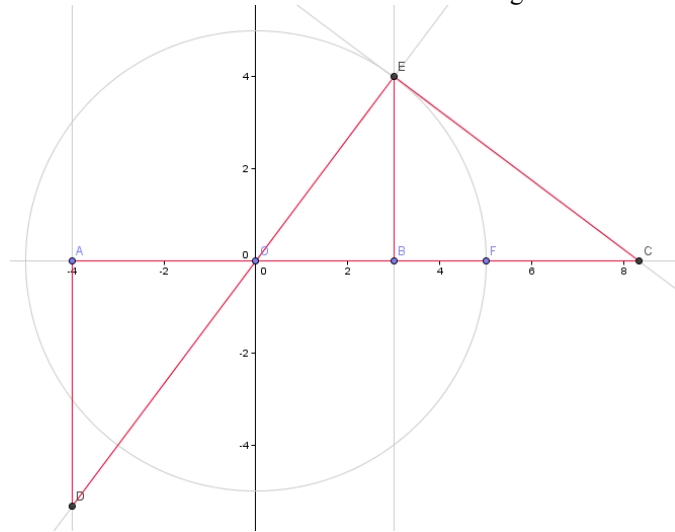
Dans EAB rectangle en E on a d'après pythagore :

$$AE^2 = AB^2 - BE^2 = 3^2 - 2^2 = 5 \text{ donc } AE = \sqrt{5} \text{ et donc :}$$

$$h = ED = 3 - \sqrt{5} \text{ mm} \approx$$



Exercice 8P78 révision des théorèmes du collège



$$\frac{OB}{OE} = \frac{3}{5} \text{ et donc } \widehat{BOE} = \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) \approx$$

$$\widehat{COE} = \widehat{BOE} \text{ donc } \frac{3}{5} = \cos \widehat{BOE} = \cos \widehat{COE} = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}} = \frac{OE}{OC} = \frac{5}{OC} \text{ donc } \frac{5}{OC} = \frac{3}{5} \text{ donc } OC = \frac{25}{3} \text{ donc } BC = \frac{25}{3} - 3 = \frac{16}{3}$$

Exercice 11P79

$$1) \text{ De manière triviale on a : } AC = a\sqrt{2} \text{ et } AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

2)

$$a) AB = AE + EF + FB \text{ comme la figure est régulière on a } AE = FB \text{ et donc } a = 2AE + x \text{ et donc } AE = \frac{a-x}{2}$$

b) AEG étant un triangle rectangle isocèle, on a : $EG = AE\sqrt{2}$ on veut que $EG=EF$ donc $AE\sqrt{2} = EF$

$$\frac{a-x}{2}\sqrt{2} = x \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{2}}{2} = x \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Leftrightarrow \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = x \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{2}}{(2+\sqrt{2})} = x \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{2}(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} = x \Leftrightarrow \frac{a(2\sqrt{2}-2)}{2} = x$$

$$\Leftrightarrow a\sqrt{2} - a = x$$

c) $AF=AE+EF = \frac{a-x}{2} + x = \frac{a+x}{2} = \frac{a+a\sqrt{2}-a}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ et donc on a bien $AF=AO$

3) si on a $AF = AO$ on peut se douter que sur le même modèle on aura $BE=AF=AH=DG = AO$ et on peut continuer comme ça sur tous les côtés du carré.

La méthode pour tracer un octogone est de tracer un carré, ses diagonales, tracer les cercles de rayon une demi diagonale centré sur les quatre sommets, les 8 points obtenus sont les sommets du polygone.

Exercice 13P79

O et Ω sont tous les deux équidistants de T_1 et de T_2 donc ils sont sur la bissectrice du segment $[T_1T_2]$.

On aura donc $\widehat{T_1O\Omega} = \frac{T_1\widehat{OT_2}}{2} = 66,375^\circ$, $\tan \widehat{T_1O\Omega} = \frac{opp}{adj} = \frac{T_1\Omega}{T_1O} = \frac{80}{T_1O}$ donc $T_1O = \frac{80}{\tan 66,375^\circ} \approx$

$$\widehat{T_1\Omega T_2} = 360 - 90 - 90 - 132,75 = 47,25^\circ$$

La mesure d'un arc étant proportionnelle à son angle au centre on aura $\frac{2\pi 80}{360} = \frac{l}{47,25}$ donc $47,25 \frac{2\pi 80}{360} = l$

Donc $l \approx$

Exercice 15 P 80

1)

On pose $OF = x$, on aura donc $OH = x - 3$ et $HF = 9$ en utilisant le théorème de pythagore dans le triangle OFH rectangle en H on aura : $OF^2 = OH^2 + HF^2$ et donc $x^2 = (x-3)^2 + 9^2$ ainsi $x^2 = x^2 - 6x + 90 \Leftrightarrow 6x = 90$ et donc $x = 15$ m

Et donc $OH = 15 - 3 = 12$ m

Dans OLJ rectangle en L on aura d'après Pythagore : $OL^2 = OJ^2 - LJ^2 = 15^2 - 3^2 = 225 - 9 = 216$

Donc $OL = \sqrt{216} = 6\sqrt{6} \approx$

$LH = LO - HO$ et donc $LH = 6\sqrt{6} - 12 \approx$

Dans le triangle HJL rectangle en L le théorème de Pythagore nous donne $HJ^2 = HL^2 + LJ^2$

$$HJ^2 = (6\sqrt{6} - 12)^2 + 3^2 = 216 - 144\sqrt{6} + 144 + 9 = 369 - 144\sqrt{6} \approx$$

Dans le triangle OMK rectangle en M le théorème de Pythagore nous donne :

$$OM^2 = OK^2 - MK^2 = 15^2 - 6^2 = 225 - 36 = 189 \text{ et donc } OM = \sqrt{189} = 3\sqrt{21} \approx$$

$$MH = OM - OH = 3\sqrt{21} - 12 \approx$$

Soit I le point d'intersection entre les droites (MK) et (JD). Trivialement on a $DI = MH$. Dans le triangle KID rectangle en I on a :

$$DK^2 = DI^2 + IK^2 = (3\sqrt{21} - 12)^2 + 3^2 = 189 - 72\sqrt{21} + 144 + 9 = 342 - 72\sqrt{21} \approx$$

2) pour trouver la longueur du cintre, il me faut connaître l'angle \widehat{AOF}

$$\text{Pour faire vite } \widehat{AOF} = 2\widehat{HOF} = 2 \cos^{-1} \frac{HF}{FO} = 2 \cos^{-1} \frac{9}{15}$$

Et on aura l'égalité suivante (en prenant la mesure \widehat{AOF} en radian) $\frac{2\pi 15}{2\pi} = \frac{l}{AOF}$ et ainsi :

$$l = \frac{2\pi 15}{2\pi} \widehat{AOF} = 15 \times 2 \cos^{-1} \frac{9}{15} = 30 \cos^{-1} 0,6 \approx$$

Exercice 17P80

1) la hauteur de la colline est CH. Dans le triangle BCH rectangle en H $\sin \widehat{CBH} = \frac{opp}{hyp} = \frac{CH}{CB} = \frac{CH}{200}$ et donc $CH = 200 \sin 12^\circ \approx$

2) Dans le triangle ACH rectangle en H on a $\sin \widehat{CAH} = \frac{opp}{hyp} = \frac{CH}{CA} = \frac{200 \sin 12^\circ}{CA}$ et donc $CA = \frac{200 \sin 12^\circ}{\sin 5^\circ} \approx$

3) Dans DAC rectangle en D on a : $\cos \widehat{DAC} = \frac{DA}{AC} = \frac{200}{\frac{200 \sin 12^\circ}{\sin 5^\circ}} = \frac{\sin 5^\circ}{\sin 12^\circ}$ donc $\widehat{DAC} = \cos^{-1} \frac{\sin 5^\circ}{\sin 12^\circ}$

4) dans DAC rectangle en D le théorème de pythagore donne : $DC^2 = AC^2 - AD^2 = \left(\frac{200 \sin 12^\circ}{\sin 5^\circ}\right)^2 - 200^2 = 200^2 \left(\left(\frac{\sin 12^\circ}{\sin 5^\circ}\right)^2 - 1\right)$

$$\text{Donc } DC = 200 \sqrt{\left(\frac{\sin 12^\circ}{\sin 5^\circ}\right)^2 - 1}$$

Exercice 18P80

a) On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} = 0 + 18 = 18$

$$AB = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \text{ et } AC = \sqrt{9} = 3$$

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{18}{3 \times 2\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = 0,3\sqrt{10}$$

b) On a : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} = 21 + 0 = 21$

$$AB = \sqrt{49} = 7 \text{ et } AC = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{21}{7 \times 5} = \frac{3}{5} = 0,6$$

Exercice 21P81

Le cercle d'équation $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$ est le cercle de rayon 3 et dont le centre à pour coordonnées (2 ; -1)

L'axe des abscisses est la droite d'équation $y=0$

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y+1)^2 = 9 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + 1 = 9 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x - 4 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 2 - 2\sqrt{2} \text{ ou } 2 + 2\sqrt{2} \\ y = 0 \end{cases}$$

(On avait : $\Delta = 4^2 + 4^2$ donc $\sqrt{\Delta} = 4\sqrt{2}$)

Donc les points ont pour coordonnées : $(2 - 2\sqrt{2}; 0)$ et $(2 + 2\sqrt{2}; 0)$

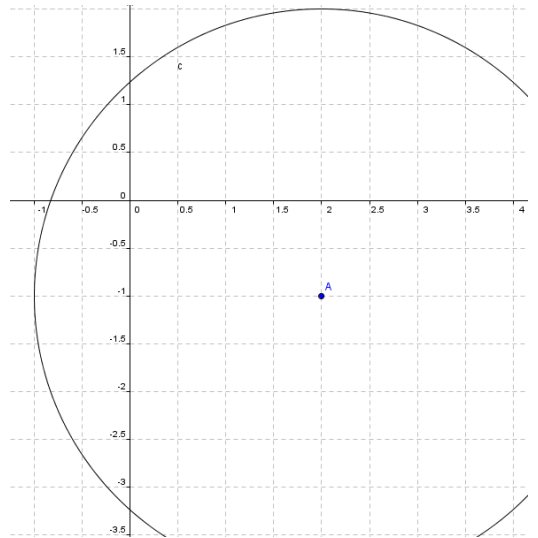
L'axe des ordonnées est la droite d'équation $x=0$

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y+1)^2 = 9 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + (y+1)^2 = 9 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + 2y - 4 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = 2 - 2\sqrt{2} \text{ ou } 2 + 2\sqrt{2} \\ x = 0 \end{cases}$$

(On avait : $\Delta = 2^2 + 4^2 = 20$ donc $\sqrt{\Delta} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$)

Donc les points ont pour coordonnées : $(0; -1 - \sqrt{5})$ et $(0; -1 + \sqrt{5})$



Exercice 23P81

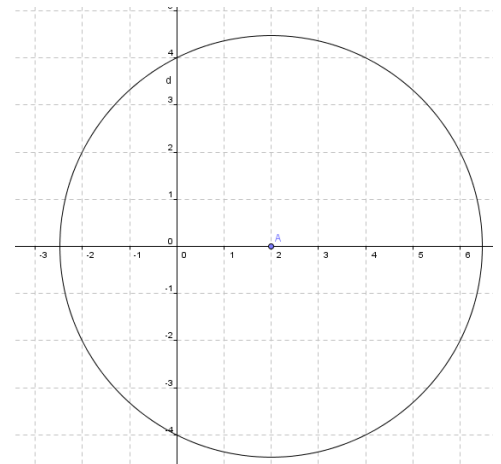
$$1) x^2 + y^2 - 4x - 16 = 0$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = 20 \Leftrightarrow x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2b + b^2 = 20$$

Vu qu'il n'y a pas d'élément en y dans notre équation, on peut se douter que b est nul, en élément en x on a -4x donc on peut se douter que a vaut 2

$$\text{Vérifions } (x-2)^2 + (y-0)^2 = 20 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 20 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 16 = 0 \text{ CQFD}$$

C correspond donc à un cercle de centre le point de coordonnées (2 ; 0) et de rayon $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$



Exercice 24P81

On sait que $A = 54^\circ$ et $B = 65^\circ$ donc $C = 180 - B - C = 61^\circ$

Dans tout triangle on a :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \text{ , } \frac{125}{\sin 54^\circ} = \frac{b}{\sin 65^\circ} = \frac{c}{\sin 61^\circ} \text{ et donc } b = \sin 65^\circ \frac{125}{\sin 54^\circ} \approx 140 \text{ et}$$

$$c = \sin 61^\circ \frac{125}{\sin 54^\circ} \approx 135,1$$

Exercice 28P81

$$\hat{S} = 180 - 74,56 - 68,83 = 36,61$$

J'adapte la formule $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ au triangle ABS

$$\frac{AB}{\sin \hat{S}} = \frac{SB}{\sin \hat{A}} = \frac{SA}{\sin \hat{B}} \Leftrightarrow \frac{AB}{\sin 36,61} = \frac{SB}{\sin 74,56} = \frac{SA}{\sin 68,83} \text{ et donc } SB = \frac{79,16}{\sin 36,61} \sin 74,56 \approx 127,95 \text{ et } SA = \frac{79,16}{\sin 36,61} \sin 68,83 \approx 123,78$$

J'adapte la formule $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ au triangle DCS

$$\frac{DC}{\sin \hat{S}} = \frac{SC}{\sin \hat{D}} = \frac{SD}{\sin \hat{C}} \Leftrightarrow \frac{40}{\sin 36,61} = \frac{SC}{\sin 63,65} = \frac{SD}{\sin 79,70} \text{ et donc } SC = \frac{40}{\sin 36,61} \sin 63,65 \approx 60,10 \text{ et } SD = \frac{40}{\sin 36,61} \sin 79,70 \approx 66,99$$

$$DA = SA - SD \approx 123,78 - 66,99 \approx 56,79 \text{ et } CB = SB - SC \approx 127,95 - 60,10 \approx 67,85$$

Exercice 30P82

$$A(r \cos \theta; r \sin \theta) \text{ donc } A(120 \cos \theta; 120 \sin \theta)$$

Si on appelle H le point d'intersection entre (OB) et sa perpendiculaire passant par A, le triangle HAB est rectangle en H et donc le théorème de pythagore nous donne $HB^2 = AB^2 - HA^2 = 290^2 - (120 \sin \theta)^2$

$$\text{On a donc } HB = \sqrt{290^2 - (120 \sin \theta)^2} = \sqrt{84100 - 14400(\sin \theta)^2}$$

$$\text{L'abscisse du point B sera donc } x_B = 120 \cos \theta + \sqrt{84100 - 14400(\sin \theta)^2}$$

$$\text{Si } \theta = 0 \text{ on aura } x_B = 120 + \sqrt{84100 - 0} = 120 + 290 = 410$$

$$\text{Si } \theta = \frac{\pi}{2} \text{ on aura } x_B = 0 + \sqrt{84100 - 14400} = \sqrt{69700} \approx 264,01$$

$$\text{Si } \theta = \pi \text{ on aura } x_B = -120 + \sqrt{84100 - 0} = -120 + 290 = 170$$

Exercice 31P82

$$1) x^2 + y^2 = 13^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 169$$

De plus on a $x - y = 7$ donc $x = 7 + y$ et donc $(7+y)^2 + y^2 = 169$ donc $2y^2 + 14y + 49 - 169 = 0$ donc $2y^2 + 14y - 120 = 0$

$$\Delta = 14^2 + 960 = 1156 \text{ donc } \sqrt{\Delta} = \sqrt{1156} = 34$$

$$\text{Donc } y = \frac{-14-34}{4} = -12 \text{ et } y = \frac{-14+34}{4} = 5 \text{ or } y \text{ est une longueur donc } y = 5 \text{ et donc } x = 12$$

3) le triangle ABC étant rectangle en B son hypoténuse [AC] sera le diamètre de son cercle circonscrit, et donc l'aire de ce cercle sera $\pi r^2 = \pi 6,5^2 \approx 132,73m^2$

Exercice 33P82

On considère le triangle ABC, isocèle en A, sa hauteur issue de A (AH) est aussi sa médiane donc elle partage BAC en deux triangles rectangles ABH et AHC de même aire, elle est aussi la bissectrice de \widehat{BAC} donc $\widehat{BAH} = 20^\circ$.

$$\text{Dans BHA rectangle en H on a : } \tan \widehat{BAH} = \frac{BH}{HA} \text{ et } \sin \widehat{BAH} = \frac{BH}{BA} \text{ donc on a : } HA = \frac{BH}{\tan \widehat{BAH}} = \frac{5}{\tan 20^\circ} \approx 13,73m$$

$$\text{Bonus : } BA = \frac{BH}{\sin \widehat{BAH}} = \frac{5}{\sin 20^\circ} \approx 14,61m$$

$$A_{ABC} = 2A_{ABH} = 2 \frac{HA \times BH}{2} = \frac{5}{\tan 20^\circ} 5 \approx 68,69m^2$$

Exercice 36P83

Soit H et H' les intersection entre la perpendiculaire à (AB) passant par S et respectivement (AB) et (DC), on aura trivialement : AH= 5m et SH = 10 + 10/2 = 15m donc d'après le théorème de Pythagore on a : $SA^2 = AH^2 + HS^2 = 5^2 + 15^2 = 250$

$$\text{Donc } SA = \sqrt{250} = 5\sqrt{10}$$

$$\frac{SH'}{SH} = \frac{5}{15}$$

A' et B' sont respectivement [AS] et [BS], de plus (A'B') // (AB), on peut donc utiliser le théorème de Thalès, qui nous donne :

$$\frac{SA'}{SA} = \frac{SH'}{SH} = \frac{SB'}{SB} \text{ et plus particulièrement : } \frac{SA'}{SA} = \frac{SH'}{SH} \text{ donc } \frac{SA'}{5\sqrt{10}} = \frac{5}{15} \text{ donc } SA' = \frac{5}{15} 5\sqrt{10}$$

$$A_{ABS} = 2A_{ABH} = 2 \frac{HA \times SH}{2} = 5 \times 15 = 75m^2$$

Bonus : A'B'S est une réduction de coefficient $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ du triangle ABS, donc son aire sera le produit de celle de ABS par le coefficient de réduction au carré : $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ donc $A_{A'B'S} = \frac{1}{9} A_{ABS} = \frac{1}{9} 75 = \frac{25}{3}$

$$A_{DABCS} = A_{ADS} + A_{ABS} + A_{CBS} = 2A_{ADS} + A_{ABS}$$

$$\text{De plus } A_{DABCS} = A_{ABCD} + A_{DCS} = 10^2 + \frac{10 \times 5}{2} = 125m^2$$

$$\text{Donc } 125m^2 = 2A_{ADS} + 75m^2 \text{ donc } A_{ADS} = 25m^2$$

$$\text{De manière rapide : } \widehat{ASB} = 2\widehat{ASH} = 2 \tan^{-1} \frac{AH}{SH} = 2 \tan^{-1} \frac{5}{15} \approx 36,87^\circ ; \widehat{SAB} = \tan^{-1} \frac{SH}{AH} = \tan^{-1} \frac{15}{5} \approx 71,57^\circ$$

$$\widehat{DSA} = \widehat{DSH'} - \widehat{ASH} = 45^\circ - \tan^{-1} \frac{5}{15} \approx 26,57$$

Exercice 40 P 84 (rapido presto)

1) l'égalité proposée est un résultat direct de l'application du théorème de Pythagore dans OBH rectangle en H

$$2) \text{ toujours dans OBH rectangle en H, } \tan \beta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{BH}{OH} = \frac{\frac{x}{2}}{40} = \frac{x}{80}$$

$$3)a) \text{ si } x=80 \text{ alors } OB = \sqrt{1600 + \frac{x^2}{4}} = \sqrt{1600 + \frac{80^2}{4}} = 40\sqrt{2}$$

b) $\tan \beta = \frac{x}{80} = \frac{80}{80} = 1$ donc $\beta = \frac{\pi}{4}$ remarque on pouvait trouver ces deux résultats sans les calculs généraux proposés en 1) et 2)

$$c) \text{ l'aire d'un arc de cercle est proportionnelle à son angle au centre. } \frac{\text{aire disque}}{2\pi} = \frac{A \text{ l'aire de l'arc d'angle } \alpha}{\alpha} \text{ donc } \frac{\pi(40\sqrt{2})^2}{2\pi} = \frac{A}{\frac{\pi}{4} \times 2}$$

$$\text{donc } A = \frac{\pi}{2} 40^2 \text{ et donc } A = 800\pi$$

$$\text{OBC a pour aire : } \frac{80 \times 40}{2} = 1600, \text{ donc l'aire de la partie hachurée est } 800\pi - 1600 \approx 913,27m^2$$

d) l'aire de la pelouse et la somme de l'aire du demi disque, du rectangle ABCD et de la partie hachurée ainsi : $\frac{\pi 40^2}{2} + 120 \times 80 + (800\pi - 1600) = 1600\pi + 8000 \approx 13\,026,55m^2$

Exercice 44P85

$V'=1,5L \times 1,2l \times 0,9h = 1,62Llh = 1,62V$ le volume a donc augmenté de 62%

Exercice 46P85

Volume du cylindre : $\pi R^2 \times R$ volume du cône : $\frac{\pi R^2 \times R}{3}$

Différence des deux volumes : $\pi R^2 \times R - \frac{\pi R^2 \times R}{3} = \frac{2\pi R^3}{3}$

On cherche donc un solide usuel dont le volume est deux fois cette différence : $2 \frac{2\pi R^3}{3} = \frac{4\pi R^3}{3}$

On pourrait prendre un pavé droit dont deux côtés consécutifs mesurent R et dont la troisième dimension est $\frac{4\pi R}{3}$

Exercice 48P85

1)a) la hauteur d'un triangle équilatéral de côté a est $\frac{\sqrt{3}}{2} a$ donc $AH = \frac{\sqrt{3}}{2} 6 = 3\sqrt{3}$

b) l'aire doit donc être de $\frac{3\sqrt{3} \times 6}{2} = 9\sqrt{3} \approx 15,59m^2$

2) a) $GH = \frac{1}{3} AH = \sqrt{3} \approx 1,73m$

b) si on prends un rayon de 2m, on a $2 > GH$ (la distance de G au côté [BC], mais aussi aux deux autres côtés du triangle) alors la fontaine va sortir du triangle, par contre avec un rayon de 0,5 nous n'aurons pas ce problème.

3) on a la fontaine qui est à l'extérieur un cylindre de dimensions $R=0,5$ et $h=0,6$, son intérieur est un cylindre de dimensions $R'=0,4$ et $h=0,5$. Le volume de béton nécessaire sera donc : $0,6\pi 0,5^2 - 0,5\pi 0,4^2 = 0,07\pi \approx 0,220m^3$

4) a) le triangle va mesurer 12cm de côté, le cylindre aura un rayon de 2cm

b) la surface au sol occupée par les graviers est : $9\sqrt{3} - \pi 1^2$ et donc le volume de gravier sera : $(9\sqrt{3} - \pi 1^2)0,05 \approx 0,622m^3$

Exercice 50P86

Dans ACD rectangle en A on a : $AC = \frac{DA}{\tan \widehat{ACD}} = \frac{175}{\tan 18^\circ} \approx 538,6cm$

Dans ABD rectangle en A on a : $AB = \frac{DA}{\tan \widehat{ABD}} = \frac{175}{\tan 14^\circ} \approx 701,9cm$

Dans ABC rectangle en C d'après le théorème de Pythagore on a : $BC^2 = AB^2 - AC^2 = \left(\frac{175}{\tan 14^\circ}\right)^2 - \left(\frac{175}{\tan 18^\circ}\right)^2$

Et donc $BC = \sqrt{\left(\frac{175}{\tan 14^\circ}\right)^2 - \left(\frac{175}{\tan 18^\circ}\right)^2} \approx 450,1cm$

A l'échelle $\frac{1}{50}$ on va tracer AC de mesure 10,8, AB de mesure 14 et BC de mesure 9

$V = \frac{1}{3} \text{Aire de la base} \times \text{hauteur} = \frac{1}{3} \frac{BC \times AC}{2} AD \approx 7661452,16cm^3$ on veut cette aire au dm^3 près : $7661dm^3$ ou $7,661m^3$

Exercice 54P87

1) La base est constituée de 6 triangles équilatéraux de 40cm de côté, donc son aire sera de $6 \frac{40 \times \sqrt{3} 40}{2} = 2400\sqrt{3}cm^2$

Le volume de cette pyramide sera donc de $\frac{64 \times 2400\sqrt{3}}{3} cm^3 = 51200\sqrt{3}cm^3 \approx 88681cm^3$

2) la partie enlevée est une réduction de la pyramide initiale de rapport de réduction $k = \frac{SO'}{SO} = \frac{40}{64} = 0,625$

Pour obtenir toute mesure de cette réduction on multipliera la mesure correspondante de la grande pyramide par k s'il s'agit d'une longueur, par k^2 si il s'agit d'une aire et par k^3 si il s'agit d'un volume.

Ainsi $r' = 0,625r = 25cm$

3) Dans AOB équilatéral la mesure de la hauteur [OH] est $\frac{\sqrt{3}}{2} 40$ donc dans SHO rectangle en O Pythagore nous donne :

$SH^2 = OH^2 + SO^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} 40\right)^2 + 64^2 = 5296$ et donc $SH = \sqrt{5296} \approx 72,77cm$

$SH' = k SH = 0,625\sqrt{5296} \approx 45,48cm$

La hauteur du trapèze est donc $SH - SH' = \sqrt{5296} - 0,625\sqrt{5296} \approx 27,29cm$

4) L'aire latérale est 6 fois l'aire du trapeze : $6 \frac{(r+r')}{2} (SH - SH') = 6 \frac{(40+25)}{2} 0,375\sqrt{5296} \approx 5322cm^2$