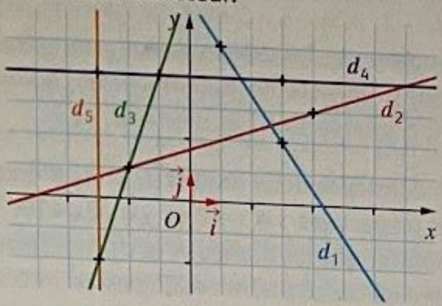
58P202 59P202 65P202

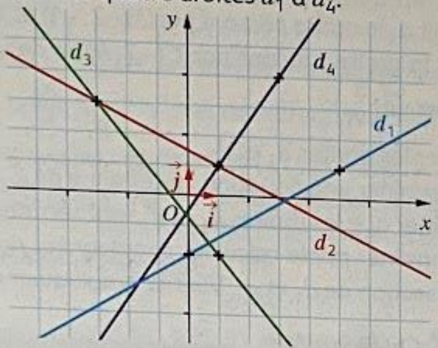
Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1 Vecteur directeur d'une droite

58 Pour chaque droite ci-dessous, lire les coordonnées d'un vecteur directeur.



59 On a tracé quatre droites d_1 à d_4.



On donne les vecteurs $\vec{u_1}\begin{pmatrix}-4\\-6\end{pmatrix}$, $\vec{u_2}\begin{pmatrix}-2\\2{,}5\end{pmatrix}$, $\vec{u_3}\begin{pmatrix}16\\-8\end{pmatrix}$ et $\vec{u_4}\begin{pmatrix}1\\0{,}6\end{pmatrix}$. Chaque vecteur est un vecteur directeur d'une des quatre droites.
Associer chaque droite et son vecteur directeur.

60 On considère un point $A(4;3)$.
Tracer quatre droites d_1 à d_4 passant par A et admettant respectivement pour vecteur directeur $\vec{u_1}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$, $\vec{u_2}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$, $\vec{u_3}\begin{pmatrix}-5\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{u_4}\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$.

61 Dans chacun des cas suivants, indiquer si le vecteur $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite (AB).

1. $A(-7;3)$; $B(5;1)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}-6\\1\end{pmatrix}$
2. $A(5;2)$; $B(0;-3)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$
3. $A(4;-2)$; $B(3;-4)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}4{,}5\\9\end{pmatrix}$

62 Dans chacun des cas suivants, calculer les coordonnées de trois vecteurs directeurs de la droite (AB).

1. $A(2;3)$ et $B(-1;2)$
2. $A(-5;4)$ et $B(3;1)$
3. $A(7;8)$ et $B(7;9)$

63 On considère une droite d passant par le point $A(3;1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$.
Soient $B(7;-5)$, $C(-4;6)$ et $D(3;-4)$.

1. Tracer la droite d puis placer B, C et D.
2. Le point B est-il sur d ? Justifier.
3. Les droites d et (CD) sont-elles parallèles ? Justifier.

64 PYTHON On considère deux points : $A(1;-1)$ et $B(6;1)$

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Les vecteurs suivants sont-ils des vecteurs directeurs de la droite (AB) ? Justifier.

a. $\vec{u_1}\begin{pmatrix}10\\4\end{pmatrix}$

b. $\vec{u_2}\begin{pmatrix}-1\\0{,}4\end{pmatrix}$

c. $\vec{u_3}\begin{pmatrix}12{,}5\\5\end{pmatrix}$

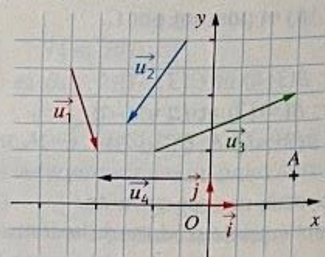
3. On a programmé sous Python un algorithme qui permet de dire si un vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) avec $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$.

```
1 def vecteurdirecteur(x,y,xA,yA,xB,yB):
2     x2=xB-xA
3     y2=yB-yA
4     if ...==...:
5         print("u est un vecteur directeur de (AB)")
6     else:
7         print("u n'est pas un vecteur directeur de (AB)")
```

a. À quoi correspondent les variables x2 et y2 ?
b. Compléter la ligne 4.
c. Programmer cet algorithme et vérifier les résultats de la question 2.

2 Équation cartésienne d'une droite

65 Dans le repère ci-dessous, on considère quatre vecteurs $\vec{u_1}$ à $\vec{u_4}$ et un point $A(3;1)$.



On considère quatre droites d_1 à d_4 passant toutes par A et de vecteurs directeurs respectifs $\vec{u_1}$ à $\vec{u_4}$.

1. Tracer les droites d_1 à d_4.
2. Lire les coordonnées des vecteurs u_1 à u_4.
3. Déterminer une équation cartésienne de chacune des quatre droites.

67P203 69P203 71P203 34P200 77 P203 78 P203 81P203

66 Soient d la droite d'équation cartésienne $-5x+8y-c=0$ (où $c \in \mathbb{R}$) et A un point de d.
Déterminer la valeur de c dans chacun des cas suivants.
1. $A(5;3)$ **2.** $A(6;-1)$ **3.** $A(8;0)$

67 Déterminer le réel t afin que le point A appartienne à la droite d.
1. $d: 2x+3y-1=0$ et $A(2;t)$
2. $d: -x+2y+8=0$ et $A(t;4)$
3. $d: -5x+4y+2=0$ et $A(t;t)$

Dans les exercices **68** à **70**, déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) puis la valeur de t afin que les points A, B et C soient alignés.

68 $A(4;2)$; $B(-1;-1)$ et $C(9;t)$

69 $A(5;-1)$; $B(3;2)$ et $C(t;4)$

70 $A(-2;5)$; $B(4;2)$ et $C(t;t)$

Dans les exercices **71** et **72** déterminer un vecteur directeur de la droite d.

71 **1.** $d: 4x-3y+1=0$ **2.** $d: x-5y+2=0$

72 **1.** $d: -x+2y-5=0$ **2.** $d: x-5y+2=0$

73 Soient $d: 5x+3y-1=0$ et $d': 5x-2=0$.
1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite d avec les axes de coordonnées.
2. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de d et d'.

74 On considère les points $A(1;4)$, $B(5;2)$, $C(-4;-4)$, $D(2;0)$, $E(4;-1)$ et $F(6;5)$.
1. Tracer les droites (AB), (CD) et (EF). Que constate-t-on ?
2. Déterminer une équation cartésienne de chacune des droites (AB), (CD) et (EF).
3. Montrer que $B \in (CD)$.
4. Montrer que les droites (AB), (CD) et (EF) sont concourantes.

75 **Médiatrices d'un triangle rectangle**
Soient trois points $A(5;5)$, $B(2;1)$ et $C(10;-5)$.
1. Déterminer les coordonnées de M et N les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[BC]$.
2. a. Calculer les longueurs AB, BC et AC.
b. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
3. a. Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice d_1 du segment $[AB]$.
b. Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice d_2 du segment $[BC]$.
4. Montrer que le milieu P de $[AC]$ appartient à chacune des médiatrices d_1 et d_2.

76 ALGO On considère une droite d d'équation cartésienne de la forme $ax+by+c=0$. Elle passe par un point $A(x_A\,;y_A)$ et a pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}$.
1. Montrer qu'un point $M(x\,;y)$ appartient à la droite d si et seulement si $\beta x-\alpha y+(-\beta x_A+\alpha y_A)=0$.
2. Rédiger un algorithme en langage naturel qui :
- demande les valeurs x_A, y_A, α et β.
- affiche les coefficients a, b et c de l'équation de d.

Dans les exercices **77** à **79**, préciser si les droites d et d' sont strictement parallèles, confondues ou sécantes.

77 $d: 2x-6y+5=0$ et $d': x-3y+2=0$

78 $d: 4x-3y+1=0$ et $d': 5x-4y+2=0$

79 $d: 3x+9y+2=0$ et $d': 12x+36y+8=0$

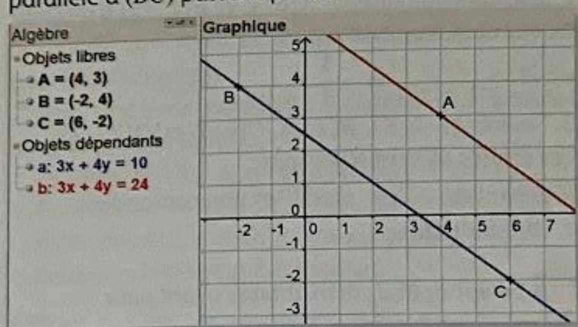
80 Soit $d: -7x+2y-3=0$.
1. Déterminer les coordonnées de deux points A et B de la droite d.
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite d_2 parallèle à d passant par le point $P(4;2)$.
3. Déterminer une équation cartésienne de la droite d_3 parallèle à d passant par le point $T(-2;1)$.

Dans les exercices **81** et **82** déterminer une équation cartésienne de la droite d' parallèle à la droite d et passant par le point A.

81 $d: -2x+7y-5=0$ et $A(4:-3)$

82 $d: 3x+2y+1=0$ et $A(2;0)$

83 Soient $A(4;3)$, $B(-2;4)$ et $C(6;-2)$.
1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, placer A, B et C. Construire la droite (BC) et la droite Δ parallèle à (BC) passant par A.



2. Justifier les équations cartésiennes des deux droites (BC) et Δ affichées par le logiciel.

84 Soient $d: 2x-5y+8=0$ et $A(-1;2)$.
Déterminer les coordonnées du point d'intersection de l'axe des abscisses avec la droite d' parallèle à d passant par A.

58P202

(d_1) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u'_1}\begin{pmatrix}-4\\6\end{pmatrix}$, …

(d_2) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u'_2}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$, …

(d_3) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u'_3}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$, …

(d_4) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u'_4}\begin{pmatrix}-4\\0\end{pmatrix}$, …

(d_5) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{u_5}\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u'_5}\begin{pmatrix}0\\6\end{pmatrix}$, …

59P202

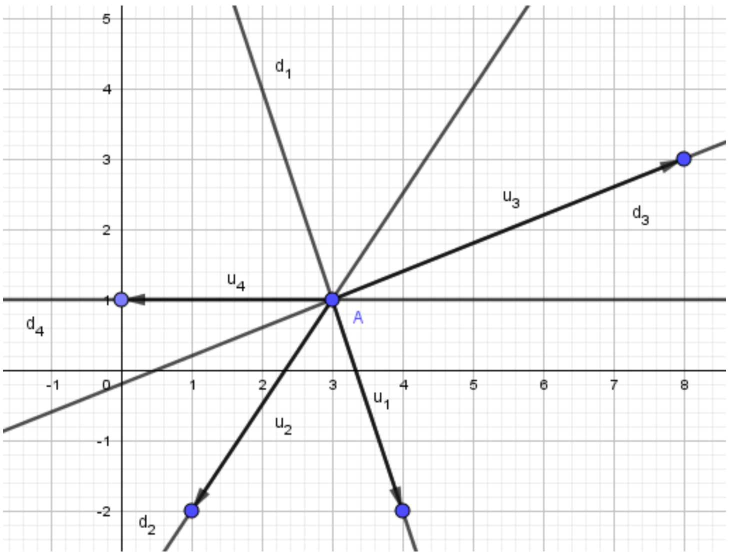
(d_1) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix}1\\0{,}6\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u_4'}\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$

(d_2) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix}16\\8\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u_3'}\begin{pmatrix}-4\\2\end{pmatrix}$

(d_3) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}-2\\2{,}5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}2\\-2{,}5\end{pmatrix}$,

(d_4) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}-4\\-6\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}1\\1{,}5\end{pmatrix}$

65P202



1)

2) $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix}-3\\0\end{pmatrix}$.

3)

(d_1) est dirigée par $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$ donc une de ses équation cartésienne sera : $-3x-1y+c=0$
De plus elle passe par $A(3;1)$ donc :
$-3\times 3-1\times 1+c=0 \Leftrightarrow c=10$
Ainsi (d_1) : $-3x-y+10=0$

(d_2) est dirigée par $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ donc une de ses équation cartésienne sera : $-3x+2y+c=0$
De plus elle passe par $A(3;1)$ donc :
$-3\times 3+2\times 1+c=0 \Leftrightarrow c=7$
Ainsi (d_2) : $-3x+2y+7=0$

(d_3) est dirigée par $\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ donc une de ses équation cartésienne sera : $2x-5y+c=0$
De plus elle passe par $A(3;1)$ donc :$2\times 3-5\times 1+c=0 \Leftrightarrow c=-1$
Ainsi (d_2) : $2x-5y-1=0$

(d_4) est dirigée par $\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix}-3\\0\end{pmatrix}$ donc une de ses équation cartésienne sera : $3y+c=0$
De plus elle passe par $A(3;1)$ donc :$3\times 1+c=0 \Leftrightarrow c=-3$
Ainsi (d_2) : $3y-3=0$

67P203

1. $A(2;t)\in d \Leftrightarrow 2\times 2+3\times t-1=0 \Leftrightarrow 3t=3 \Leftrightarrow t=1$ $\quad A(2;1)$
2. $A(t;4)\in d \Leftrightarrow -t+2\times 4+8=0 \Leftrightarrow -t=-16 \Leftrightarrow t=16$ $\quad A(16;4)$
3. $A(t;t)\in d \Leftrightarrow -5\times t+4\times t+2=0 \Leftrightarrow -t=-2 \Leftrightarrow t=2$ $\quad A(2;2)$

69P203

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3-5\\2-(-1)\end{pmatrix}=\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\2+1\end{pmatrix}=\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur de (AB) et donc cette droite admet une équation cartésienne de la forme $3x+2y+c=0$, de plus elle passe par $A(5;-1)$ et donc $3\times 5+2(-1)+c=0$ ainsi $c=-13$.
On a donc (AB) : $3x+2y-13=0$
$C(t;4)\in(AB) \Leftrightarrow 3t+2\times 4-13=0 \Leftrightarrow 3t=5 \Leftrightarrow t=\frac{5}{3}$ $\quad C\left(\frac{5}{3};4\right)$

71P203

1. (d) : $4x-3y+1=0$ admet pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}=\vec{u}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$
2. (d) : $x-5y+2=0$ admet pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}=\vec{u}\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$

34P200

1. Réponse b. $\frac{y_M-y_N}{x_M-x_N}$
2. $m=\frac{y_M-y_N}{x_M-x_N}=\frac{5-8}{2-1}=-3$
3. $m'=\frac{y_M-y_P}{x_M-x_P}=\frac{5-(-1)}{2-4}=\frac{6}{-2}=-3$
4. $m=m'$ donc les droites (MN) et (MP)sont de même direction et donc elles sont parallèles. Comme elles ont le point M en commun elles sont confondues et donc les points M, N et P sont alignés.

Résoudre les équations :
$(5x-3)^2=-5$
$-5<0$ donc l'équation n'a pas de solution

$(7x+9)^2=4$
$4>0$ donc l'équation équivaut à $7x+9=\sqrt{4}$ ou $7x+9=-\sqrt{4}$
⇔ $7x+9=2$ ou $7x+9=-2$
⇔ $7x=-7$ ou $7x=-11$
⇔ $x=-\frac{7}{7}$ ou $x=-\frac{11}{7}$

$(-3x+8)^2=0$
$0=0$ donc l'équation équivaut à $-3x+8=0$ ⇔ $-3x=-8$ ⇔ $x=\frac{-8}{-3}$

$(3-2x)^2=7$
$7>0$ donc l'équation équivaut à $3-2x=\sqrt{7}$ ou $3-2x=-\sqrt{7}$
⇔ $3-\sqrt{7}=2x$ ou $3+\sqrt{7}=2x$
⇔ $\frac{3-\sqrt{7}}{2}=x$ ou $\frac{3+\sqrt{7}}{2}=x$

77 P203
(d) : $2x-6y+5=0$ a un de ses vecteurs directeurs qui est $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}=\vec{u}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$
(d') : $x-3y+2=0$ a un de ses vecteurs directeurs qui est $\vec{u'}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}=\vec{u'}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$
$\vec{u}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}=2\vec{u'}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ donc les deux vecteurs sont colinéaires et donc les droites sont parallèles.

78 P203
(d) : $4x-3y+1=0$ a un de ses vecteurs directeurs qui est $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}=\vec{u}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$
(d') : $5x-4y+2=0$ a un de ses vecteurs directeurs qui est $\vec{u'}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}=\vec{u'}\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$
$\begin{vmatrix}3 & 4\\4 & 5\end{vmatrix}=3\times5-4\times4=15-16=-1$ donc les deux vecteurs ne sont pas colinéaires et donc les droites ne sont pas parallèles.

81P203
d: $-2x+7y-5=0$ a pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}=\vec{u}\begin{pmatrix}-7\\-2\end{pmatrix}$ et donc d' qui lui est parallèle aura une équation de la forme $-2x+7y+c=0$.
Cette droite passant par $A(4;-3)$ on aura $-2\times4+7\times(-3)+c=0$ ⇔ $-8-21+c=0$ ⇔ $c=29$
Ainsi $-2x+7y+29=0$

Projection orthogonale & bonus

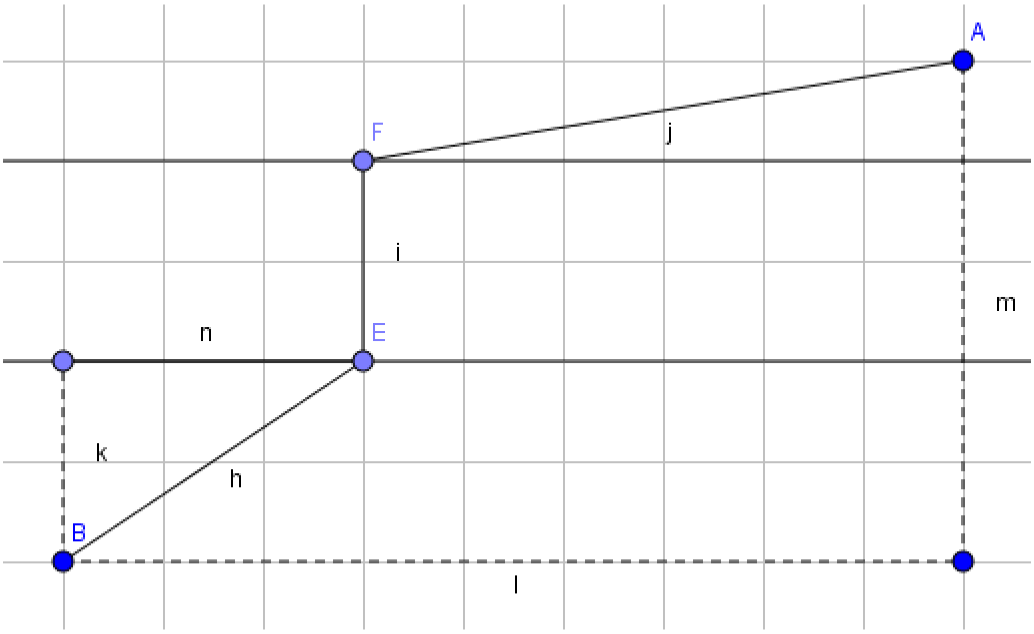
80 P117

BC=4cm donc on a à faire à un diamètre et donc BCD est un triangle dont un des côtés est un diamètre de son cercle circonscrit, c'est donc un triangle rectangle.

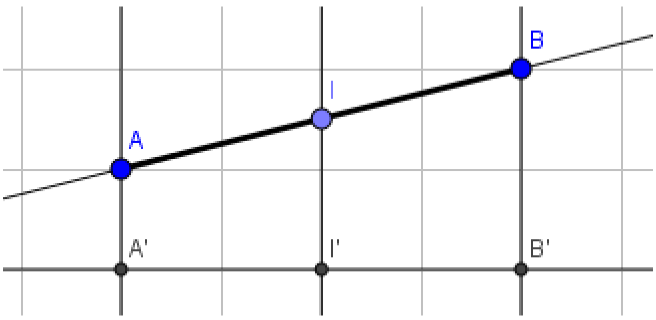
Si on trace H le projeté orthogonal de C sur (BD) on obtient le point D en effet le triangle est rectangle en D, ainsi la distance demandée n'est nulle autre que CD.

Je connais la mesure de l'hypoténuse et je veux la mesure du côté adjacent à l'angle $\widehat{BCD}$ j'utilise donc le cosinus de cet angle. $DC = \cos(\widehat{BCD})\, BC = \cos(30{,}7)\, 4 \approx 3{,}439$

82P117



On veut minimiser le trajet BE+EF+FA



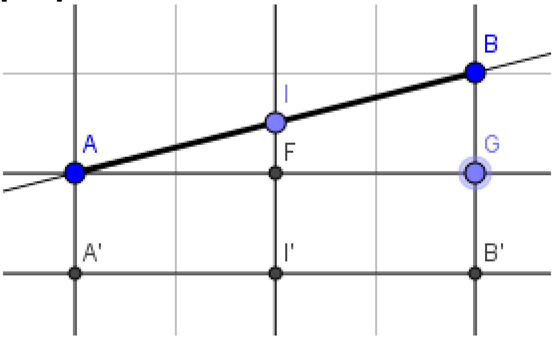
Exercice 83 P117

Pour faire ma démonstration je vais tracer la parallèle à (d) passant par A

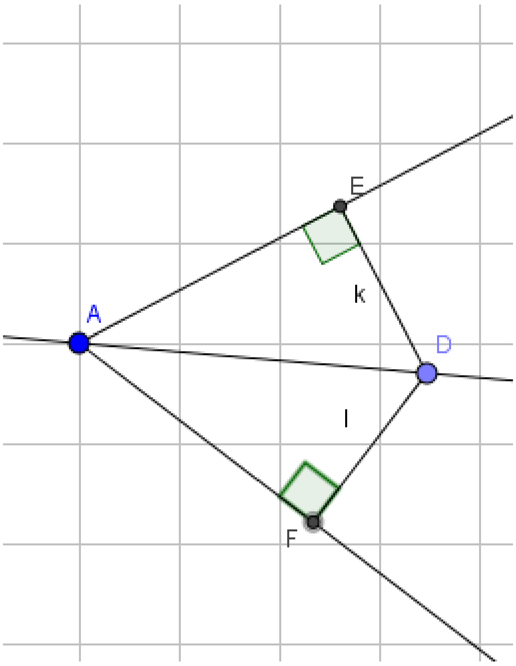
Elle est coupée en F par (II') et en G par (BB')

Ces deux droites étant perpendiculaires à (d) elles sont parallèles ce qui me donne le droit d'utiliser le théorème de Thalès dans le triangle ABG et on obtient alors : $\frac{AI}{AB} = \frac{AF}{AG}$ et comme I est le milieu de [AB] on aura : $\frac{AF}{AG} = \frac{1}{2}$ et donc $AF = \frac{1}{2}AG$ et donc F est le milieu de [AG] ou encore AF=FG

On peut montrer facilement que AFI'A' et FGB'I' sont des rectangles et donc AF=A'I' et FG=I'B' et donc I' milieu de [A'B']



Exercice 84P117



Soit un angle $\hat{A}$et sa bissectrice, soit D un point placé sur celle-ci
Soit E et F les projetés orthogonaux de D sur les deux côtés de l'angle.
Les distances entre D et les côtés de l'angle sont DE et DF
Montrons que DE = DF
Dans ADE, $DE\ = AD\sin\left(\widehat{DAE}\right)$
Dans ADF, $DF\ = AD\sin\left(\widehat{DAF}\right)$ or (AD) étant la bissectrice du grand angle $\hat{A}$ on aura $\widehat{DAE} = \widehat{DAF}$
Et donc $DF\ = AD\sin\left(\widehat{DAE}\right) = DE$

Résolution d'équations :
$(5x-3)^2 = -5$ $(7x+9)^2 = 4$ $(-3x+8)^2 = 0$ $(3-2x)^2 = 7$

Solutions
$(5x-3)^2 = -5$
$-5 < 0$ donc l'équation n'a pas de solution

$(7x+9)^2 = 4$
$4 > 0$ donc l'équation équivaut à $7x+9 = \sqrt{4}$ ou $7x+9 = -\sqrt{4}$
$\Leftrightarrow 7x+9 = 2$ ou $7x+9 = -2$
$\Leftrightarrow 7x = -7$ ou $7x = -11$
$\Leftrightarrow x = -\frac{7}{7}$ ou $x = -\frac{11}{7}$

$(-3x+8)^2 = 0$
$0 = 0$ donc l'équation équivaut à $-3x+8 = 0 \Leftrightarrow -3x = -8 \Leftrightarrow x = \frac{-8}{-3}$

$(3-2x)^2 = 7$
$7 > 0$ donc l'équation équivaut à $3-2x = \sqrt{7}$ ou $3-2x = -\sqrt{7}$
$\Leftrightarrow 3-\sqrt{7} = 2x$ ou $3+\sqrt{7} = 2x$
$\Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{7}}{2} = x$ ou $\frac{3+\sqrt{7}}{2} = x$