Fiche 1A : application sur le milieu d'un segment
(les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu)

Exercice 1A.1 :

On considère les points $A(2;5)$, $B(-1;-4)$, $C(-3;8)$, $D(6;-3)$, $E(-2;-5)$, $F(4;-3)$

Déterminer les coordonnées des milieux des segments :

a) $[AB]$, $[AC]$, $[AD]$, $[AE]$

b) $[BE]$ et $[FD]$.

$\rightarrow [AB]$: $\begin{cases} \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{....+.......}{....} = \dfrac{....}{....} \\ \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{....+.......}{....} = \dfrac{....}{....} \end{cases}$ $\rightarrow$le milieu de $[AB]$ a pour coordonnées : $\left(\dfrac{....}{....};\dfrac{....}{....}\right)$

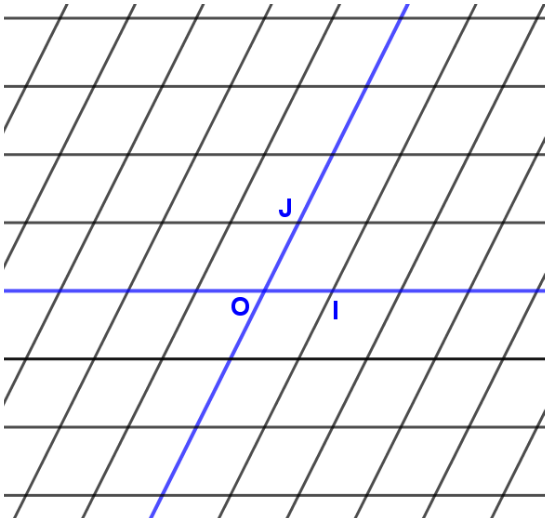
Exercice 1A.2 :

Dans le repèr2e (O,I,J) ci-contre, on donne les points :

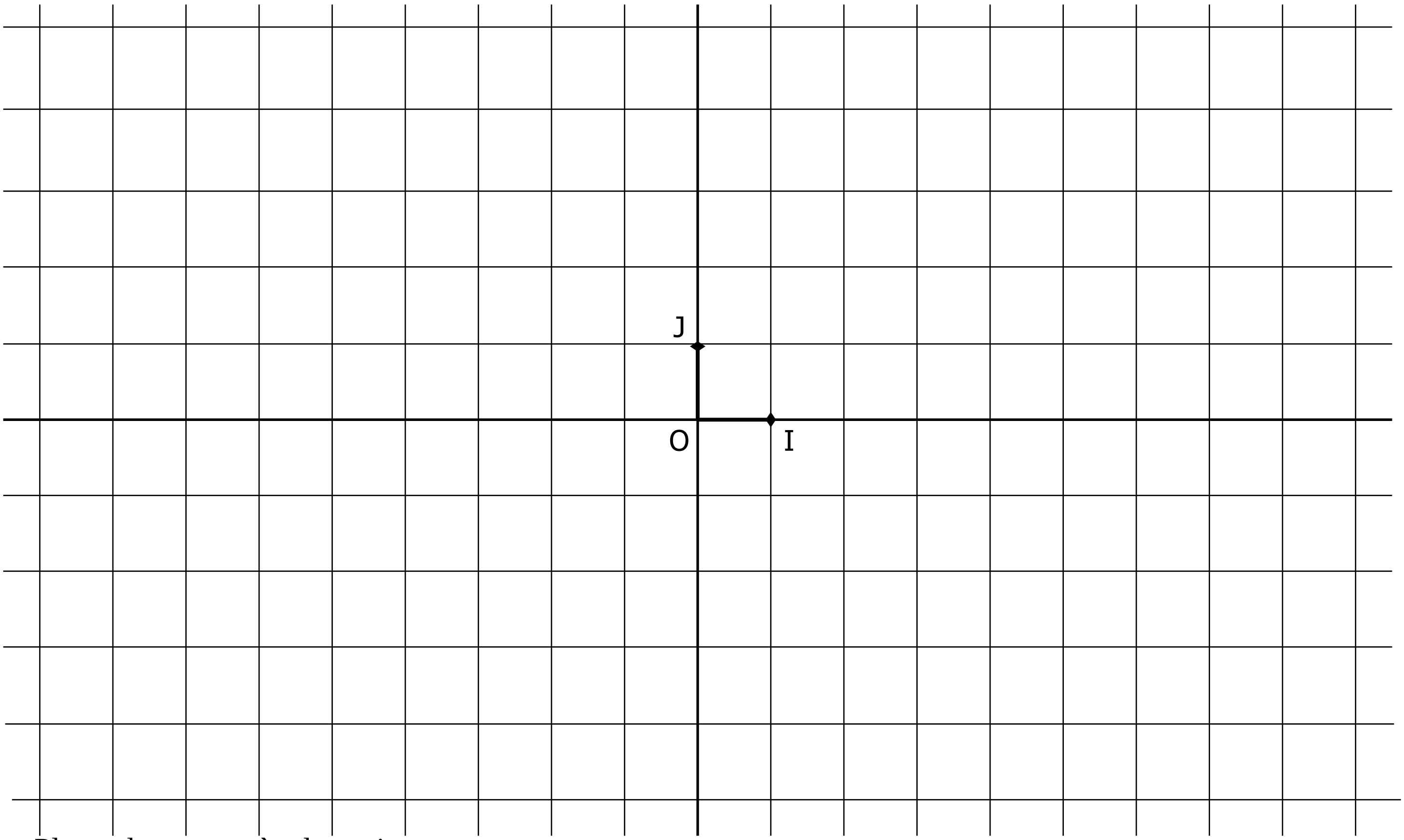
$P(-1;1)$, $Q(2;-1)$ et $R(3;2)$.

a) Calculer les coordonnées du milieu A de $[PR]$.

b) On note S le point tel que PQRS soit un parallélogramme.
Placer S et calculer ses coordonnées.



Le repère (O, I, J) est orthonormé (unité 1 cm).



a. Placer dans ce repère les points :

$A(5;3)$ $B(-4;3)$ $C(7;-5)$ $D(-9;-4)$ $E(0;5)$ $F(0;-3)$

b. Calculer les longueurs suivantes des segments ou des vecteurs suivants (en cm, arrondies au dixième) :

$\mathrm{AB}=\sqrt{(x_\mathrm{B}-x_\mathrm{A})^2+(y_\mathrm{B}-y_\mathrm{A})^2}$	$\mathrm{CD}=\sqrt{(x_\mathrm{D}-x_\mathrm{C})^2+(y_\mathrm{D}-y_\mathrm{C})^2}$	$\mathrm{BC}=\sqrt{(....-....)^2+(....-....)^2}$
$\mathrm{AE}=\sqrt{(....-....)^2+(....-....)^2}$	$\mathrm{BF}=\sqrt{(....-....)^2+(....-....)^2}$	$\mathrm{OF}=\sqrt{(....-....)^2+(....-....)^2}$
$\mathrm{AD}=\sqrt{(....-....)^2+(....-....)^2}$	$\mathrm{CA}=\sqrt{(....-....)^2+(....-....)^2}$	$\mathrm{DB}=\sqrt{(....-....)^2+(....-....)^2}$

Exercice 1A.1 : *On considère les points* $A(2;5)$, $B(-1;-4)$, $C(-3;8)$, $D(6;-3)$, $E(-2;-5)$, $F(4;-3)$

Déterminer les coordonnées des milieux des segments :

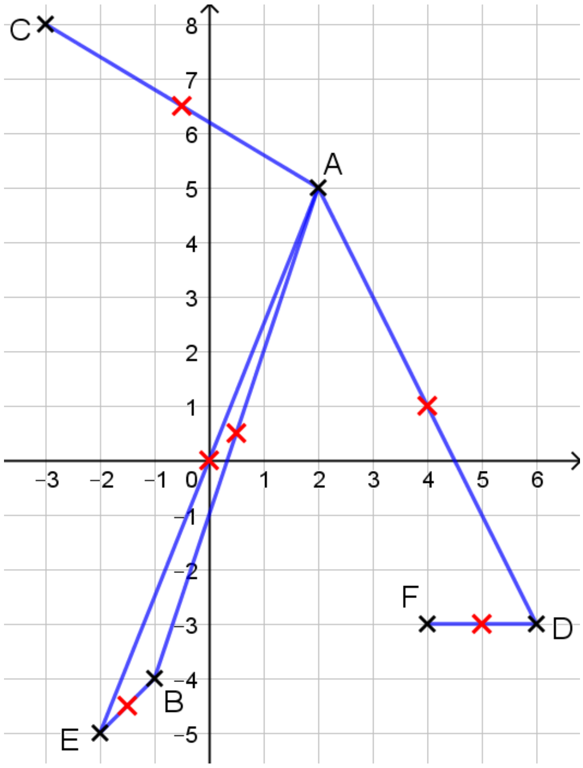
a) $[AB]:\begin{cases}\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{2+(-1)}{2}=\dfrac{1}{2}\\[2mm]\dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{5+(-4)}{2}=\dfrac{1}{2}\end{cases}\rightarrow\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ $[AC]:\begin{cases}\dfrac{x_A+x_C}{2}=\dfrac{2+(-3)}{2}=-\dfrac{1}{2}\\[2mm]\dfrac{y_A+y_C}{2}=\dfrac{5+8}{2}=\dfrac{13}{2}\end{cases}\rightarrow\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{13}{2}\right)$

$[AD]:\begin{cases}\dfrac{x_A+x_D}{2}=\dfrac{2+6}{2}=\dfrac{8}{2}=4\\[2mm]\dfrac{y_A+y_D}{2}=\dfrac{5+(-3)}{2}=\dfrac{2}{2}=1\end{cases}\rightarrow(4;1)$

$[AE]:\begin{cases}\dfrac{x_A+x_E}{2}=\dfrac{2+(-2)}{2}=0\\[2mm]\dfrac{y_A+y_E}{2}=\dfrac{5+(-5)}{2}=0\end{cases}\rightarrow(0;0)$

b) $[BE]:\begin{cases}\dfrac{x_B+x_E}{2}=\dfrac{-1+(-2)}{2}=\dfrac{-3}{2}\\[2mm]\dfrac{y_B+y_E}{2}=\dfrac{-4+(-5)}{2}=\dfrac{-9}{2}\end{cases}\rightarrow\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{9}{2}\right)$

c) $[FD]:\begin{cases}\dfrac{x_F+x_D}{2}=\dfrac{4+6}{2}=\dfrac{10}{2}=5\\[2mm]\dfrac{y_F+y_D}{2}=\dfrac{-3+(-3)}{2}=\dfrac{-6}{2}=-3\end{cases}\rightarrow(5;-3)$



Exercice 1A.2:

Dans le repère (O,I,J) *ci-contre, on donne les points :*

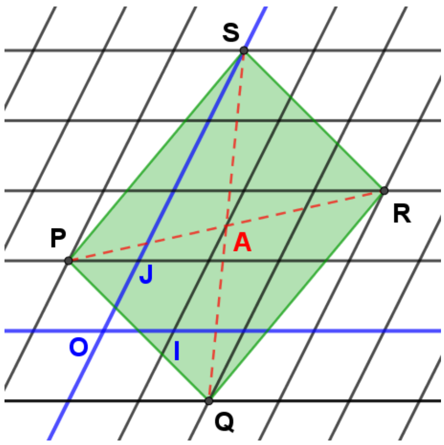
$P(-1;1)$, $Q(2;-1)$ *et* $R(3;2)$.

a) *Calculer les coordonnées du milieu A de* $[PR]$.

$$x_A=\frac{x_P+x_R}{2}=\frac{-1+3}{2}=\frac{2}{2}=1$$

$$y_A=\frac{y_P+y_R}{2}=\frac{1+2}{2}=\frac{3}{2}$$

Les coordonnées de A sont $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$.



b) *On note S le point tel que PQRS soit un parallélogramme. Placer S et calculer ses coordonnées.*

Le point A, milieu de la diagonale $[PR]$ est également milieu de l'autre diagonale $[QS]$.

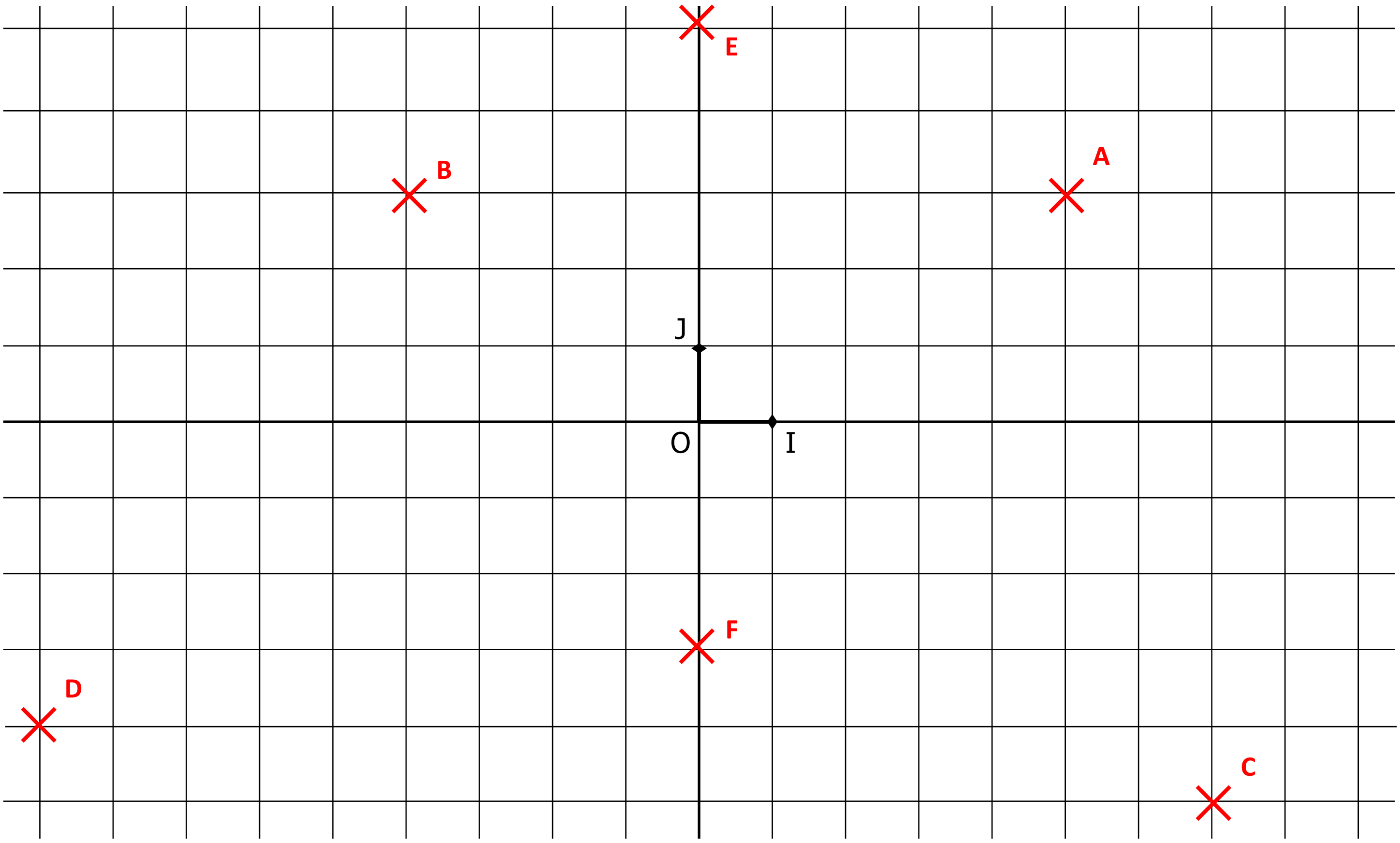
$$\frac{x_Q+x_S}{2}=x_A \Leftrightarrow \frac{2+x_S}{2}=1 \Leftrightarrow \frac{2+x_S}{2}\times 2=1\times 2 \Leftrightarrow 2+x_S=2 \Leftrightarrow x_S=2-2=0$$

$$\frac{y_Q+y_S}{2}=y_A \Leftrightarrow \frac{-1+y_S}{2}=\frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{-1+y_S}{2}\times 2=\frac{3}{2}\times 2 \Leftrightarrow -1+y_S=3 \Leftrightarrow y_S=3+1=4$$

Les coordonnées du point S sont : $(0;4)$.

CORRIGE – Notre Dame de La Merci - *Montpellier*

Le repère (O, I, J) est orthonormé (unité 1 cm).



a. Placer dans ce repère les points :

$A(5;3)$ $B(-4;3)$ $C(7;-5)$ $D(-9;-4)$ $E(0;5)$ $F(0;-3)$

b. Calculer les longueurs suivantes des segments ou des vecteurs suivants (en cm, arrondies au dixième) :

$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} \\ &= \sqrt{(-4-5)^2+(3-3)^2} \\ &= \sqrt{(-9)^2+0^2} \\ &= \sqrt{81}=9 \end{aligned}$	$\begin{aligned} CD &= \sqrt{(x_D-x_C)^2+(y_D-y_C)^2} \\ &= \sqrt{(-9-7)^2+(-4-(-5))^2} \\ &= \sqrt{(-16)^2+1^2} \\ &= \sqrt{257}\simeq 16,0 \end{aligned}$	$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2} \\ &= \sqrt{(7-(-4))^2+(-5-3)^2} \\ &= \sqrt{11^2+(-8)^2} \\ &= \sqrt{185}\simeq 13,6 \end{aligned}$
$\begin{aligned} AE &= \sqrt{(x_E-x_A)^2+(y_E-y_A)^2} \\ &= \sqrt{(0-5)^2+(5-3)^2} \\ &= \sqrt{(-5)^2+2^2} \\ &= \sqrt{29}\simeq 5,4 \end{aligned}$	$\begin{aligned} BF &= \sqrt{(x_F-x_B)^2+(y_F-y_B)^2} \\ &= \sqrt{(0-(-4))^2+(-3-3)^2} \\ &= \sqrt{4^2+(-6)^2} \\ &= \sqrt{52}\simeq 7,2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} OF &= \sqrt{(x_F-x_O)^2+(y_F-y_O)^2} \\ &= \sqrt{(0-0)^2+(-3-0)^2} \\ &= \sqrt{0^2+(-3)^2} \\ &= \sqrt{9}=3 \end{aligned}$
$\begin{aligned} AD &= \sqrt{(x_D-x_A)^2+(y_D-y_A)^2} \\ &= \sqrt{(-9-5)^2+(-4-3)^2} \\ &= \sqrt{(-14)^2+(-7)^2} \\ &= \sqrt{245}\simeq 15,7 \end{aligned}$	$\begin{aligned} CA &= \sqrt{(x_A-x_C)^2+(y_A-y_C)^2} \\ &= \sqrt{(5-7)^2+(3-(-5))^2} \\ &= \sqrt{(-2)^2+8^2} \\ &= \sqrt{68}\simeq 8,2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} DB &= \sqrt{(x_B-x_D)^2+(y_B-y_D)^2} \\ &= \sqrt{(-4-(-9))^2+(3-(-4))^2} \\ &= \sqrt{5^2+7^2} \\ &= \sqrt{74}\simeq 8,6 \end{aligned}$