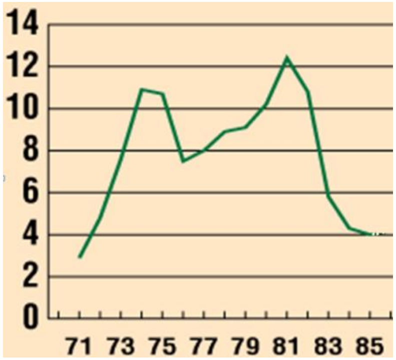
Nom & Prénom : …………………………………………………………………………………………………..

Devoir surveillé : variations de fonctions (sujet zéro)

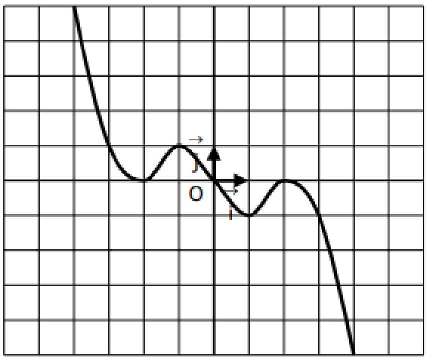
Exercice 1

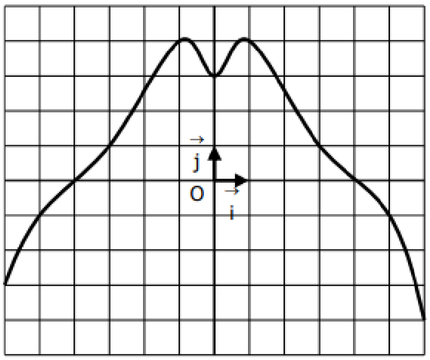
Soit f la fonction représentée dans le repère ci-contre :

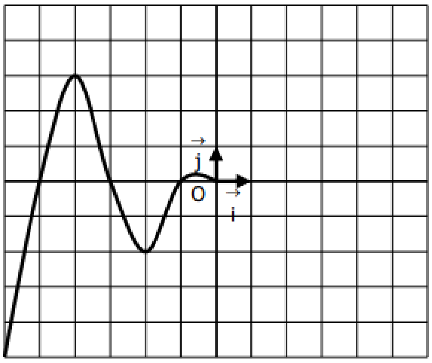
1) Quel est le domaine de définition de la fonction représentée ?
2) Quels sont les deux extrémums ?
3) Faire un tableau de variation



Exercice 2







On a f , g et h trois fonctions représentées dans les quadrillages ci-dessus dans cet ordre

1) Dire des fonctions f et g si elles sont paires, impaires ou ni l'un ni l'autre.
2) Compléter la figure de la fonction h sachant que celle-ci est impaire.

Exercice 3

Soit On a f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$, respectivement par : $f(x) = 3x(5 - 2x^2)$ et $g(x) = 4 + 3x^3$. Dire si elles sont paires, impaires ou aucun de deux.

Exercice 4

1) Donner les variations de $f: x \to -8 - 2x$ et justifier votre réponse
2) Tracer le tableau de variation de la fonction cube (non présente au contrôle, et non vue pour l'instant en cours donc vous devez chercher dans le polycopié de cours et découvrir l'information utile à la page 7/10).
3) Comparer sans faire de calcul $(-9)^3$ et $(-3)^3$ (aucun point pour la réponse finale, tous les points pour la rédaction)

Exercice 5

Soit une fonction admettant le tableau de variation ci-contre

1) Comparer si c'est possible : $f(-2)$ et $f(-3)$.
2) Comparer si c'est possible : $f(1)$ et $f(3)$.
3) Prouver que -1 est le minimum de f sur $[-5; 2]$

x	-5		-2		2		5
f(x)	4	↘	-1	↗	3	↘	1

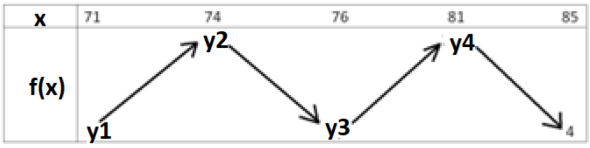
Correction

Exercice 1 Lecture graphique

La courbe ci-contre donne le taux d'inflation (exprimé en pourcents) au canada en fonction du temps (exprimé en années).

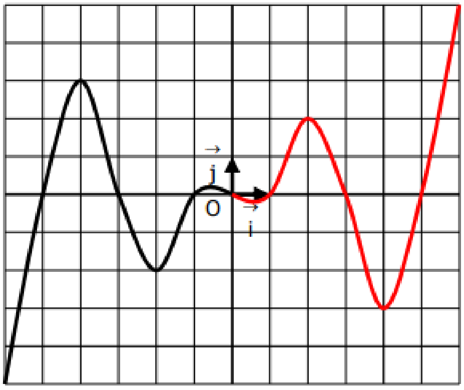
1) le domaine de définition de la fonction représentée est [71 ;85]

2) le minimum est $m \approx 3$ et le maximum est $M \approx 12{,}5$ ils sont atteints respectivement en 71 et 81



3) La plupart des ordonnées sont illisibles on utilisera donc des lettres pour symboliser les valeurs exactes dans le tableau et à l'extérieur de celui-ci on donnera des approximations :

$y_1 = m \approx 3$ $\quad y_2 \approx 11$ $\quad y_3 \approx 7{,}5$ $\quad y_4 = M \approx 12.5$



Exercice 2

1) La courbe représentative de f est symétrique par rapport à l'origine donc f est impaire.
La courbe représentative de g est presque symétrique (il y a une différence sur la fin) par rapport à l'axe des ordonnées donc elle n'est pas paire. Pas de symétrie centrale donc elle n'est pas impaire non plus.

2) Voir figure ci-contre.

Exercice 3

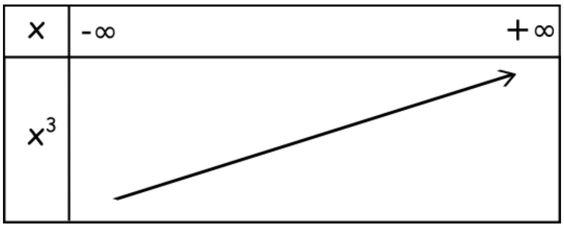
Soit On a f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$, respectivement par : $f(x) = 3x(5 - 2x^2)$ et $g(x) = 4 + 3x^3$. Dire si elles sont paires, impaires ou aucun de deux.

Soit $x \in D_f = \mathbb{R}$, $f(-x) = 3(-x)(5 - 2(-x)^2) = -3x(5 - 2x^2) = -\big(3x(5 - 2x^2)\big) = -f(x)$ ainsi :
$\forall x \in D_f, f(-x) = -f(x)$ donc f est impaire.
$g(-1) = 4 + 3(-1)^3 = 4 - 3 = 1$ et $g(1) = 4 + 3(+1)^3 = 4 + 3 = 7$ donc :

- $g(-1) \neq g(1)$, donc on n'a pas $\forall x \in D_g, g(-x) = g(x)$ donc g n'est pas impaire
- $g(-1) \neq -g(1)$, donc on n'a pas $\forall x \in D_g, g(-x) = -g(x)$ donc g n'est pas paire

Ainsi g n'est ni paire ni impaire.

Exercice 4



1) f est une fonction affine de coefficient directeur -2<0, elle est donc décroissante sur $\mathbb{R}$

2)

3) -9 et -3 sont dans $\mathbb{R}$ intervalle sur lequel la fonction cube est croissante et donc sur lequelle elle conserve l'ordre ainsi :

$-9 < -3 \Rightarrow (-9)^3 \leq (-3)^3$

Exercice 5

1) -2 et -3 sont sur $[-5; -2]$ intervalle sur lequel la fonction f est décroissante et donc sur lequel elle change l'ordre, ainsi $-2 > -3 \Rightarrow f(-2) \leq f(-3)$
1) 1 et 3 ne sont pas sur un intervalle où la fonction est monotone donc à priori on ne peut se prononcer sur l'ordre de leurs images par f
2) Soit $x \in [-5; -2]$, comme f est décroissante (change l'ordre) sur cet intervalle on aura $-5 \leq x \leq -2 \Rightarrow f(-5) \geq f(x) \geq f(-2)$ et donc $4 \geq f(x) \geq -2$
3) Soit $x \in [-2; 2]$, comme f est croissante (conserve l'ordre) sur cet intervalle on aura $-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow f(-2) \leq f(x) \leq f(2)$ et donc $-1 \leq f(x) \leq 3$ donc si $x \in [-5; 2]$,qu'on s'oit avant -2 ou après ça ne change rien on aura à chaque fois $f(x) \geq -1$. De plus comme $f(-2) = -1$ cette valeur est atteinte au moins une fois par la fonction sur $[-5; 2]$ donc c'est bien le minium de cette fonction sur cet intervalle.