Nom & Prénom : ……. www.dimension-k.com

Devoir surveillé 5 : probabilités (généralités)

Exercice 1 (10 points)

A Madrid, le propriétaire du *Casa Alberto*, au cœur du quartier de la Puerta del Sol, effectue une enquête concernant l'hygiène alimentaire d'un échantillon de 800 clients réguliers. Trois groupes bien différenciés apparaissent:

• Type 1: les personnes totalement végétariennes, on en compte 34.
• Type 2: les personnes végétariennes qui consomment cependant du poisson, on en compte 132.
• Type 3: les personnes non végétariennes, elles constituent le reste de l'échantillon.
• On compte 55% de femmes dans l'échantillon et, parmi celles-ci, 5% sont totalement végétariennes.
• De plus 7,5% des hommes de l'échantillon sont du type 2.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant:

	Type 1	Type 2	Type 3	Total
Femmes				
Hommes				
Total				800

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 0,001 près.

2. On choisit, au hasard, une des 800 personnes de l'échantillon, chacune ayant la même probabilité d'être choisie.

i. Soit l'événement A: *«la personne choisie est non végétarienne»*. Calculer la probabilité $p(A)$.
ii. Soit l'événement B: *«la personne choisie est un homme»*. Calculer la probabilité $p(B)$.
iii. Définir par une phrase l'événement $C = A \cap B$ et calculer sa probabilité.
iv. Définir par un événement D exprimé avec A et B la phrase *«la personne choisie est non végétarienne ou est un homme»*, puis calculer sa probabilité.

D'après un sujet de Bac, juin 2001.

Exercice 2 (5 points)

On jette simultanément deux dés (à 6 faces, chaque face étant numérotée de 1 à 6). On suppose que ces deux
dés sont bien équilibrés.
On note X le nombre de six obtenus.
1. Quelles sont les différentes valeurs possibles de X.
2. Calculer les probabilités suivantes :
a. $p(X=0)$ (C'est-à-dire, la probabilité de n'obtenir aucun six)
b. $p(X=2)$ (C'est-à-dire, la probabilité d'obtenir exactement deux six)
c. $p(X=1)$ (C'est-à-dire, la probabilité d'obtenir exactement un six)
3. En moyenne, combien de six obtient-on ?

Exercice 3 (5 points)

Une urne $U1$ contient trois boules noires et sept boules blanches. Une urne $U2$ contient cinq boules noires et cinq boules blanches. On choisit une urne au hasard (équiprobablement) et on tire successivement deux boules, avec remise, dans l'urne choisie.
1. Faire un arbre illustrant cette expérience aléatoire.
2. Calculer la probabilité des événements suivants :
A :"Obtenir aucune boule blanche"
B :"Obtenir au moins une boule blanche"
C :"Obtenir deux boules de même couleur"
D :"Obtenir deux boules blanches sachant que l'urne $U1$ a été choisie"

Correction :

Exercice 1 (10 points)

1.

	Type 1	Type 2	Type 3	Total
Femmes	22	105	313	440
Hommes	12	27	321	360
Total	34	132	634	800

2. Cette expérience aléatoire se déroule dans un contexte d'équiprobabilité.
i. $p(A) = \mathbf{634/800 = 0{,}793}$.
ii. $p(B) = \mathbf{360/800 = 0{,}450}$.
iii. $\boldsymbol{C = A \cap B}$ est l'événement *«la personne choisie est un homme non végétarien»* de plus: $p(C) = \mathbf{321/800 = 0{,}401}$.
iv. $\boldsymbol{D = A \cup B}$ et
$p(D) = p(A) + p(B) - p(C) = (634 + 360 - 321)/800 = \mathbf{673/800 = 0{,}841}$.

Exercices Bonus

Exercice 2 (5 points)
On dispose d'un dé cubique truqué (ou pipé…) dont les faces sont numérotées de 1 à 6.
On note p_i la probabilité de l'événement: *«le résultat du lancer est i»*, où $1 \leq i \leq 6$.
1. Calculer, sous forme de fractions irréductibles, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 et p_6 sachant que:
$p_2 = p_1$; $p_3 = 3p_1$; $p_4 = 2p_1$; $p_5 = 2p_1$ et $p_6 = 2p_3$.
2. Calculer la probabilité de l'événement *«obtenir un numéro pair».*
3. En déduire la probabilité de l'événement *«obtenir un numéro impair».*

Exercice 3 (5 points)
On jette en l'air une pièce de monnaie équilibrée trois fois de suite. Si l'on obtient successivement face, pile, pile, l'événement élémentaire correspondant est noté FPP.
3.1. A l'aide d'un arbre, écrire tous les événements élémentaires possibles que l'on suppose équiprobables.
3.2. Calculer la probabilité des événements suivants:
i. «pile apparaît deux fois de suite exactement»;
ii. «pile apparaît au moins deux fois»;
iii. «pile apparaît au plus deux fois»;
iv. «le face apparaît exactement une fois».

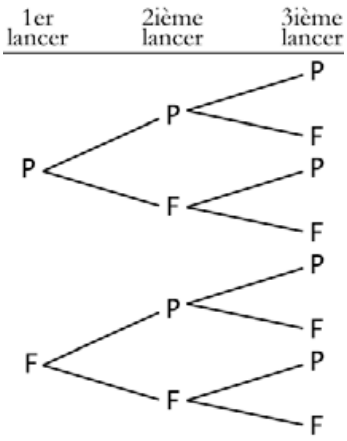
Exercice 2 (5 points)
1. La somme des probabilités de tous les événements élémentaires qui constituent une expérience aléatoire vaut 1 donc: $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = 1$.
C'est à dire: $p_1 + p_1 + 3p_1 + 2p_1 + 2p_1 + 6p_1 = 1$ *ie* $15p_1 = 1$ *ie* $p_1 = \mathbf{1/15}$.
On en déduit: $p_2 = \mathbf{1/15}$; $p_3 = \mathbf{3/15 = 1/5}$; $p_4 = \mathbf{2/15}$; $p_5 = \mathbf{2/15}$ et $p_6 = \mathbf{6/15 = 2/5}$.

2. Probabilité de l'événement *« obtenir un numéro pair »*
$= p_2 + p_4 + p_6 = \mathbf{9/15 = 3/5}$.

3. Probabilité de l'événement *«obtenir un numéro impair»* $= 1 - 9/15 =$ **6/15** $=$ **2/5**.

Exercice 3 (5 points)

1.



2. i. $p = 2/8 =$ **1/4**
ii. $p = 4/8 =$ **1/2**
iii. $p =$ **7/8**
iv. $p =$ **3/8**