Le 7/11/2011
Coefficient 4

Contrôle 1ère S
Géométrie plane

Exercice 1

Soit A(2 ;3), B(6 ;1), C(5 ;-9) , D(-2 ;-5) et E(0 ;5)

1) Donner une équation cartésienne de (AB)
2) Donner l'équation de (d) la parallèle à (AB) passant par C. Passe-t-elle par le point D
3) Que peut-on en déduire concernant les droites (AB) et (CD) ?
4) Donner une équation cartésienne de (ED)
5) Déterminer les coordonnées du point d'intersection entre (AB) et (ED)

Exercice 2

ABC est un triangle, E est le point tel que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. On se propose de déterminer le point M de (AB) tel que le milieu N de $[CM]$ appartienne à (AE).

1) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
2) Calculer les coordonnées des points A, B, C, E, dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$
3) Justifier l'existence de réels inconnus α et β tels que $\overrightarrow{AM} = \alpha\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \beta\overrightarrow{AE}$.
4) En déduire les coordonnées des points M et N en fonction de α et β.
5) Ecrire un système d'équations liant α et β et le résoudre.
6) En déduire la position du point M sur la droite (AB).

Correction

Exercice 1

1) Soit M(x ;y) $M \in (AB)$ ⇔ $\overrightarrow{AM}\binom{x-2}{y-3}$ et $\overrightarrow{AB}\binom{4}{-2}$ sont colinéaires ⇔ (x-2)(-2)-(y-3)4=0
⇔ $-2x+4-4y+12=0$ ⇔ -2x-4y+16 = 0 ⇔ x + 2y -8 = 0

2) cette parallèle aura une équation de la forme x + 2y +c = 0 , comme elle passe par C(5 ;-9) on aura :
5 +2(-9) + c = 0 ⇔ c = 13 donc une équation de (d) sera x+2y+13=0

3) D(-2 ;5) , pour savoir si D est sur la droite je regarde si ses coordonnées sont un couple de solution de l'équation : x+2y+13=0, $-2+2\times 5+13=21$ or $21 \neq 0$

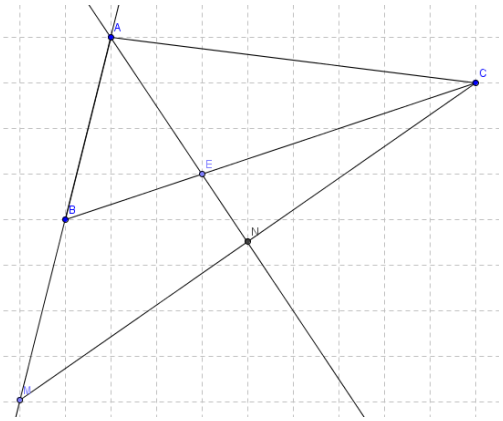
4) $\overrightarrow{DE}\binom{2}{10}$, donc la droite aura une de ses équations cartésienne de la forme -10x + 2y + c = 0
De plus cette droite passe par E donc $-10\times 0+2\times 5+c=0$ donc c = -10 et donc (ED) a pour équation :
-10x + 2y -10 = 0 ou encore 5x –y + 5 =0

5) chercher les coordonnées de I revient à résoudre $\begin{cases} x+2y-8=0 \\ 5x-y+5=0 \end{cases}$

⇔ $\begin{cases} x+2y-8=0 \\ 5x+5=y \end{cases}$ ⇔ $\begin{cases} x+10x+10-8=0 \\ 5x+5=y \end{cases}$ ⇔ $\begin{cases} 11x=-2 \\ 5x+5=y \end{cases}$

⇔ $\begin{cases} x=-\frac{2}{11} \\ 5x+5=y \end{cases}$ ⇔ $\begin{cases} x=-\frac{2}{11} \\ 5\left(-\frac{2}{11}\right)+5=y \end{cases}$ ⇔ $\begin{cases} x=-\frac{2}{11} \\ \frac{45}{11}=y \end{cases}$

On a donc $I\left(-\frac{2}{11};\frac{45}{11}\right)$



Exercice 2

2) $\overrightarrow{AA}=0\overrightarrow{AB}+0\overrightarrow{AC}$ donc A(0 ;0)
$\overrightarrow{AB}=1\overrightarrow{AB}+0\overrightarrow{AC}$ donc B(1 ;0)
$\overrightarrow{AC}=0\overrightarrow{AB}+1\overrightarrow{AC}$ donc C(0 ;1)
$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)$
$=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ donc $E\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$

3) M est sur (AB) et donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires et donc il existe un réel α tel que $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AB}$ donc M $(\alpha;0)$
N est sur (AE) et donc il existe un réel β tel que $\overrightarrow{AN}=\beta\overrightarrow{AE}$
Donc $\overrightarrow{AN}=\beta\left(\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right)$ donc $N\left(\frac{2\beta}{3};\frac{\beta}{3}\right)$

4) On a : M $(\alpha;0)$, $N\left(\frac{2\beta}{3};\frac{\beta}{3}\right)$ et C(0 ;1) donc $\overrightarrow{MN}\binom{\frac{2\beta}{3}-\alpha}{\frac{\beta}{3}}$ et $\overrightarrow{NC}\binom{-\frac{2\beta}{3}}{1-\frac{\beta}{3}}$
On sait que N est le milieu de [MC] et donc $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{NC}$
On a donc le système suivant : $\begin{cases} \frac{2\beta}{3}-\alpha=-\frac{2\beta}{3} \\ \frac{\beta}{3}=1-\frac{\beta}{3} \end{cases}$ ⇔ $\begin{cases} \frac{4\beta}{3}=\alpha \\ \frac{2\beta}{3}=1 \end{cases}$ ⇔ $\begin{cases} \frac{4\beta}{3}=\alpha \\ \beta=\frac{3}{2} \end{cases}$ ⇔ $\begin{cases} 2=\alpha \\ \beta=\frac{3}{2} \end{cases}$
C'est bien compatible avec notre figure

5) M sera le point tel que B soit le milieu de [AM]