Exercice 1 : Dérivées des fonctions

$a(x) = 3x + 4$ $\quad a'(x) = 3$ $\quad b(x) = x^7 - x^3$ $\quad b'(x) = 7x^6 - 3x^2$

$c(x) = 4x^3 + 2x^2 + 5x - 7$ $\quad c'(x) = 12x^2 + 4x + 5$ $\quad d(x) = 17\sqrt{x} - 51x$ $\quad d'(x) = \frac{17}{2\sqrt{x}} - 51$

$e(x) = \frac{17}{x} + 5 - 2x$ $\quad e'(x) = -\frac{17}{x^2} - 2$ $\quad f(t) = t^2\sqrt{t}$ $\quad f'(t) = 2t\sqrt{t} + \frac{t^2}{2\sqrt{t}}$

$g(t) = (3t+7)(5-4t)(3t)$ $\quad g'(t) = [3(5-4t) + (3t+7)(-4)](3t) + (3t+7)(5-4t)3$

$= [15 - 12t - 12t - 28]3t + (15t - 12t^2 + 35 - 28t)3 = -39t - 72t^2 - 39t - 36t^2 + 105 = -108t^2 - 78t + 105$

Version alternative :

$g(t) = (3t+7)(5-4t)(3t) = (15t - 12t^2 + 35 - 28t)3t = -36t^3 - 39t^2 + 105$ donc $g'(t) = -108t^2 - 78t + 105$

$h(l) = (l^2-1)(l^2+1) = l^4 - 1$ donc $h'(l) = 4l^3$

$i(x) = \left(\frac{1}{x} + 4\right)(1-x) = \frac{1}{x} - 1 + 4 - 4x$ $\quad i'(x) = -4 - \frac{1}{x^2}$ $\quad j(x) = \frac{1}{3x+4}$ $\quad j'(x) = -\frac{3}{(3x+4)^2}$

$k(\mu) = 4x - \frac{7}{\mu^2+1}$ $\quad k'(\mu) = \frac{14\mu}{(\mu^2+1)^2}$ attention x ici est une constante et non une variable idem pour p(t)

$l(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$ $\quad l'(x) = \frac{-1}{x^2} + \frac{-1}{(x+1)^2} + \frac{-1}{(x+2)^2}$ $\quad m(x) = \frac{4x-6}{3x+4}$ $\quad m'(x) = \frac{4(3x+4)-(4x-6)3}{(3x+4)^2} = \frac{12x+16-12x+18}{(3x+4)^2} = \frac{34}{(3x+4)^2}$

$n(x) = \frac{x-\sqrt{3}}{x+\sqrt{3}}$ $\quad n'(x) = \frac{(x+\sqrt{3})-(x-\sqrt{3})}{(x+\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{(x+\sqrt{3})^2}$ $\quad p(t) = \frac{x^2-3x+2}{x^2+x+4}$ $\quad p'(t) = 0$

$o(n) = n^3 - \frac{n+4}{n^2+3n-4}$ $\quad o'(n) = 3n^2 - \frac{(n^2+3n-4)-(n+4)(2n+3)}{(n^2+3n-4)^2} = 3n^2 - \frac{-n^2-8n-16}{(n^2+3n-4)^2}$ $\quad q(r) = r^{24}$ $\quad q'(r) = 24r^{23}$

$r(q) = q - \frac{1}{q+1}$ $\quad r'(q) = 1 - \frac{-1}{(q+1)^2}$

$s(o) = \frac{o^3-o^2+o}{o+1}$ $\quad s'(o) = \frac{(3o^2-2o+1)(o+1)-(o^3-o^2+o)1}{(o+1)^2} = \frac{3o^3+o^2-o+1-o^3+o^2-o}{(o+1)^2} = \frac{2o^3+2o^2-2o+1}{(o+1)^2}$

Exercice 2 : Fais les tableaux de variation des fonctions suivantes sur leurs domaines de définition.

$a(x) = x^2 + x - 2$ $\quad a'(x) = 2x + 1$ $\quad$ changement de signe en $-\frac{1}{2}$

$b(x) = x^3 - 3x + 2$ $\quad b'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2-1) = 3(x-1)(x+1)$

$c(x) = 3x^2 - 6x + 4$ $\quad c'(x) = 6x - 6 = 6(x-1)$

$d(x) = -2x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 2x + 1$ $\quad d'(x) = -6x^2 + 7x - 2$ $\Delta = 1$ $\quad x_1 = \frac{-7-\sqrt{1}}{-12} = \frac{-8}{-12} = \frac{2}{3}$ $\quad x_2 = \frac{-7+\sqrt{1}}{-12} = \frac{-6}{-12} = \frac{1}{2}$

Donc $d'(x) = -6\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right)$

$e(x) = \frac{x-1}{2-x}$ $\quad e'(x) = \frac{1(2-x)-(x-1)(-1)}{(2-x)^2} = \frac{2-x+x-1}{(2-x)^2} = \frac{1}{(2-x)^2}$

$f(x) = x - 2 - \frac{4}{x+1}$ $\quad f'(x) = 1 - \frac{-4}{(x+1)^2} = 1 + \frac{4}{(x+1)^2}$

la dérivée est toujours positive saut en -1 où elle n'existe pas.

$g(x) = x^4 + x^3 + 7x^2$ $\quad g'(x) = 4x^3 + 3x^2 + 14x = x(4x^2 + 3x + 14)$

$\Delta = 9 - 224 = -215$ La parenthèse est donc toujours positive.

$h(x) = 2x^4 - 8x^2 + 1$ $\quad h'(x) = 8x^3 - 16x = 8x(x^2-2) = 8x(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$ au passage h est paire

$i(x) = \frac{2x-5}{x-3}$ $\quad i'(x) = \frac{2(x-3)-(2x-5)1}{(x-3)^2} = \frac{2x-6-2x+5}{(x-3)^2} = \frac{-1}{(x-3)^2}$

$j(x) = 2x + 2 + \frac{3}{2x+1}$ $\quad j'(x) = 2 + \frac{-3\times 2}{(2x+1)^2} = \frac{2(2x+1)^2-6}{(2x+1)^2} = \frac{2\left((2x+1)^2-\sqrt{3}^2\right)}{(2x+1)^2} = \frac{2(2x+1-\sqrt{3})(2x+1+\sqrt{3})}{(2x+1)^2}$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
2x+1		-	0	+	
a'(x)		-	0	+	
a(x)		$\searrow$	$-\frac{9}{4}$	$\nearrow$	

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
3		+		+		+	
x-1		-		-	0	+	
1+x		-	0	+		+	
b'(x)		+	0	-	0	+	
b(x)		$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	

x	$-\infty$		1		$+\infty$
x-1		-	0	+	
c'(x)		-	0	+	
c(x)		$\searrow$	1	$\nearrow$	

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$(2-x)^2$		+	0	+	
e'(x)		+	||	+	
e(x)		$\nearrow$		$\nearrow$	

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
-6		-		-		-	
$x-\frac{1}{2}$		-		-	0	+	
$x-\frac{2}{3}$		-	0	+		+	
d'(x)		-	0	+	0	-	
d(x)		↘	$\frac{5}{8}$	↗	$\frac{17}{27}$	↘	

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$4x^2+3x+14$		+		+	
x		-	0	+	
g'(x)		-	0	+	
g(x)		↘	0	↗	

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$(x+1)^2$		+	0	+	
f'(x)		+	||	+	
f(x)		↗		↗	

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$(x-3)^2$		+	0	+	
i'(x)		-	||	-	
i(x)		↘		↘	

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
8x		-		-	0	+		+	
$x-\sqrt{2}$		-		-		-	0	+	
$x+\sqrt{2}$		-	0	+		+		+	
$h'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$h(x)$		↘	-7	↗	1	↘	-7	↗	

x	$-\infty$		$\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$		$+\infty$
$(2x+1)^2$		+		+	0	+		+	
$2x+1-\sqrt{3}$		-		-		-	0	+	
$2x+1+\sqrt{3}$		-	0	+		+		+	
j'(x)		+	0	-	||	-	0	+	
j(x)		↗	$-2\sqrt{3}+1$	↘		↘	$2\sqrt{3}+1$	↗	