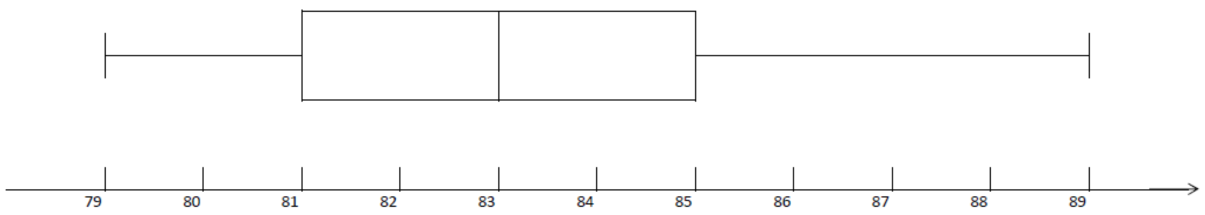
Exercice de Maths corrigés : n°8,9, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19, 20, 26 et 33 P264 et suivantes

Page 264 n°8 :

Valeurs	79	80	81	82	83	84	85	87	89
Effectifs	1	2	3	3	3	2	3	2	1
Effectifs cumulés	1	3	6	9	12	14	17	19	20

Médiane : 20/2=10 donc 10ème valeur : 83.
La médiane est de 83.
Ça ne passe pas du tout, la règle du cours n'est pas respectée, de plus ça fait un peu minimaliste.
je préfère : N est paire donc la médiane est donnée par la moyenne des éléments $\frac{N}{2} = 10$ et $\frac{N}{2} + 1 = 11$, c'est-à-dire 83 et 83
$Méd = \frac{83+83}{2} = 83$
Q_1 : N/4=20/4=5 donc 5ème valeur : 81. Le quartile Q_1 est 81.
C'est pas français de loin comme de près, je préfère :
N/4=20/4=5 or la 5ème valeur est 81. Le premier quartile Q_1 est donc 81.
attention : il faut éviter l'erreur fatale Q1=N/4 , distinguez bien les quartiles de des rangs des éléments vous donnant les quartiles.
Q_3 : 3N/4=60/4=15 donc 15ème valeur : 85. Le quartile Q_3 est 85.
3N/4=60/4=15 or la 15ème valeur est 85, donc $Q_3 = 85$.



Le pourcentage des données inférieures ou égales à Q_1 est de 25%.
Le pourcentage des données supérieures ou égales à Q_3 est de 25%.

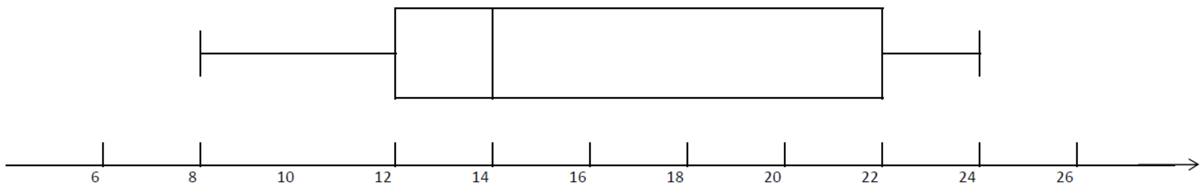
Faites attention, pas mal d'élèves se sont fait botter les fesses lors du DM de la classe 1ES1 sur ce genre de question, Q1 Méd et Q3 sont traitres, méfiez-vous des interprétation vite faites.
Ici on a 6 personnes ayant eu Q1=83 ou moins soit 30% de la population et non 25 !
De même on a 6 personnes ayant eu Q3=85 ou moins soit 30% de la population et non 25 !

Page 264 n°9 :

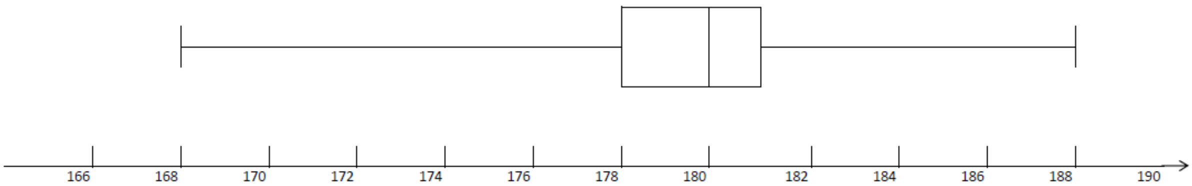
Nombre de papillons	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Nombre de jours	5	8	10	16	4	0	0	6	12
Eff. cum	5	13	23	39	43	43	43	49	61

Médiane : 61/2=30,5 donc 31ème valeur : 14.
La médiane est de 14.
La technique du cours est légèrement différente, je la préfère largement car elle gère aussi bien les effectifs pairs qu'impaires
N=61 est impair donc la médiane sera donnée par l'élément de rang $\frac{N+1}{2} = 31$, c'est-à-dire 14, ainsi Méd = 14
Q_1 : N/4=61/4=15,25 donc 16ème valeur : 12.Le quartile Q_1 est 12.
Q_3 : 3N/4=183/4=45,75 donc 46ème valeur : 22. Le quartile Q_3 est 22.
Q_1 : N/4=61/4=15,25 or la 16ème valeur est 12 donc Q_1 vaut 12.
Q_3 : 3N/4=183/4=45,75 or la 46ème valeur est 22 donc le quartile Q_3 est 22.

Q_3-Q_1= 22-12= 10
L'écart interquartile est de 10. C'est la différence Q_3-Q_1 entre le troisième quartile et le premier quartile de la série.



Page 264 n°11 :
(Comme vous ne pouvez pas voir si j'ai bien saisi les données dans la calculatrice, je vais expliquer comment entrer ces données.)
Pour pouvoir saisir ces données dans la calculatrice, on entre les valeurs dans la liste L_1 et les effectifs dans la liste L_2 (STAT, 1 : Edit). Pour afficher les paramètres, il faut aller dans STAT->CALC puis 1-Var Stats. Ensuite, il suffit juste d'entrer L_1,L_2 et taper sur Enter.
Médiane :180
Q_1 :178
Q_3 : 181



<u>Exercice 12</u>
<u>page 143</u>

a) **L'effectif total est égale à 109** et la **classe médiane** est celle qui contient la donnée de rang 55 car (N+1)/2, c'est donc **[10 ; 15[. Vous devez écrire en français : « car » doit être suivi d'une proposition complète, à la rigueur si vous êtes pressé**

b) Le premier quartile est dans la classe [5 ; 10[car 28 ieme rang

Le troisième quartile et dans la classe [15 ; 20] car 82 ieme rang

On préférera :

<u>exercice n°12 p.264 :</u>
1. Pour calculer la médiane je fais :
la série est de taille impaire (effectif total : 109) donc :
(N+1)/2 = (109+1)/2 = 55
La classe d'âge du 55ème individu est [10;15] donc la médiane se trouve dans la classe [10;15].
2. Pour calculer :
- formule pour trouver Q1 :
N/4 = 109/4 = 27,25
Le premier quartile a une valeur de rang 28 donc Q1 se trouve dans la classe [5;10].
- formule pour trouver Q3 :
3N/4 = 327/4 = 81,75
Le troisième quartile a une valeur de rang 82 donc Q3 se trouve dans la classe [15;20].

<u>Exercice 13 page 143</u>

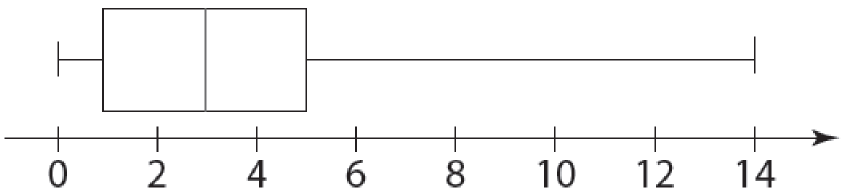
a) **J'utile la calculatrice où j'entre L1 et L2 puis avec stats -1-var j'obtiens :**

La classe médiane contient le trajet de rang 16, [2 ; 4[

Le premier quartile (8eme donnée) se trouve dans la classe [0 ; 2[

Le troisième quartile (24eeme donnée) dans la classe [4 ; 6[

b)

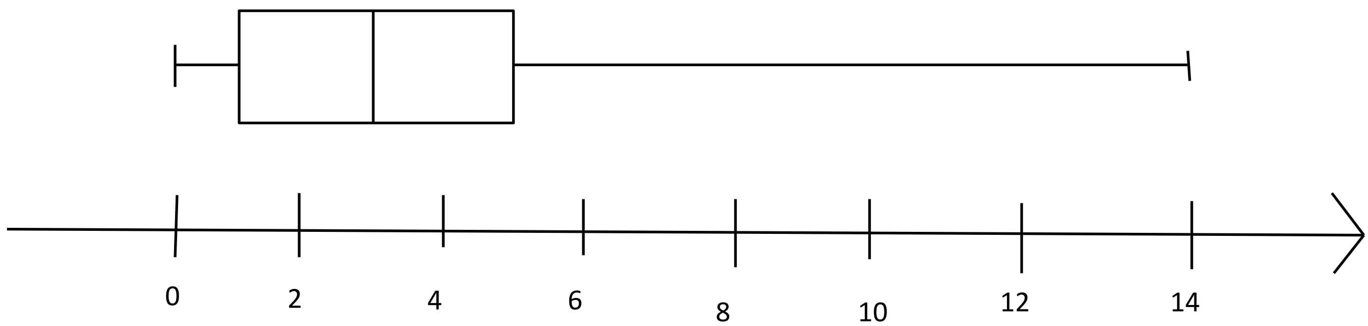


exercice n°13p.264 :

1. Pour calculer la classe médiane je fais :
la série est de taille impaire (effectif total : 31) donc :
$(N+1)/2 = 32/2 = 16$
La classe de retard du 16ème effectif est [2;4] donc la médiane se trouve dans la classe [2;4].

pour trouver Q1 :
$N/4 = 31/4 = 7{,}75$
Le premier quartile a une valeur de rang 8 donc Q1 se trouve dans la classe [0;2].
pour trouver Q3 :
$3N/4 = 93/4 = 23{,}25$
Le troisième quartile a une valeur de rang 24 donc Q3 se trouve dans la classe [4;6].

2.



Page 265 n°15 :

Prix	4	5	6,5	8
Effectif	5	4	3	3
Effectif cumulé	5	9	12	15

Moyenne : $\frac{((4\times5)+(5\times4)+(6{,}5\times3)+(8\times3))}{15} = \frac{83{,}5}{15} \approx 5{,}5$
La moyenne est d'environ 5,5€.
Variance : $\frac{\left(5\left(4-\frac{83{,}5}{15}\right)^2+4\left(5-\frac{83{,}5}{15}\right)^2+3\left(6{,}5-\frac{83{,}5}{15}\right)^2+3\left(8-\frac{83{,}5}{15}\right)^2\right)}{15} \approx 2{,}26$
La variance est d'environ 2,26.
Ecart-type : $\sigma = \sqrt{2{,}26} \approx 1{,}50$
L'écart-type est d'environ 1,50.

exercice n°17 p. 265

1. Pour la série 1, j'estime la moyenne à environ 25 car elle est la valeur centrale et joue en quelque sorte le rôle « d'axe de symétrie » dans le sens où les autres valeurs sont également réparties de part et d'autre de cette valeur.

Pour la série 2, j'estime aussi la moyenne d'environ 25 car les plus grosses valeurs se trouvent autour de ce nombre.
Pour la première série : La moyenne est plus grande que 25 car si on regarde les colonnes de part et d'autre l'effectif de 30 est supérieur à celui de 20, l'effectif de 35 est supérieur à celui de 15 etc …
Pour la seconde, c'est moins évident : en terme d'effectif pur il y a moins de personnes qui ont plus de 25 que de personne ayant moins de 25, de plus si on regarde de plus près avoir un 40 ou un 10 décale trois fois plus que d'avoir un 30 ou un 20, avoir un 35 ou un 15 décale deux fois plus que d'avoir un 30 ou un 20. Comparons les déséquilibres entre les colonnes symétriques :
La colonne 40 a une personne de moins que celle de 10 ça fait donc trois décalages à gauche
La colonne 15 a une personne de moins que celle de 35 ça fait donc deux décalages à droite
La colonne 30 a une personne de moins que celle de 20 ça fait donc un décalages à gauche
Donc au final on aura 2 décalages à gauche, la moyenne sera inférieure à 25

Je pense que la série qui a le plus grand écart type est la série 2 car il y a la présence de quelques valeurs grosses mais aussi de valeurs toutes petites, ce qui crée un grand fossé entre ces deux catégories de valeurs.
Non visiblement la série 2 est plus ramassée sur la médiane, elle est moins dispersée et donc elle devrait avoir le plus petit écart type

2. a) Pour la série 1 :

Valeurs	5	10	15	20	25	30	35	40	45
Effectif	2	3	6	8	12	10	7	4	2

Pour la série 2 :

Valeurs	5	10	15	20	25	30	35	40	45
Effectif	0	2	3	11	12	10	4	1	0

b) – Pour la série 1 :
pour calculer la moyenne : appelons $\overline{x_1}$ la moyenne :

$$\overline{x_1} = \frac{5\times2+10\times3+15\times6+20\times8+25\times12+30\times10+35\times7+40\times4+45\times2}{2+3+6+8+12+10+7+4+2} = \frac{1385}{54}$$

$\overline{x_1} \approx 25{,}65$

La moyenne est d'environ 25,65.

pour calculer la variance :

$$V_1 = \frac{5^2\times2+10^2\times3+15^2\times6+20^2\times8+25^2\times12+30^2\times10+35^2\times7+40^2\times4+45^2\times2}{54} - \left(\frac{1385}{54}\right)^2 = \frac{40425}{54} - \left(\frac{1385}{54}\right)^2 = \frac{264725}{2916}$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{264725}{2916}} \approx 9{,}528$$

L'écart-type est d'environ 9,528

- Pour la série 2
- pour calculer la moyenne : appelons $\overline{x_2}$ la moyenne :

$$\overline{x_2} = \frac{10\times2+15\times3+20\times11+25\times12+30\times10+35\times4+40}{2+3+11+12+10+4+1} = \frac{1065}{43} \approx 24{,}767$$

La moyenne est d'environ 24,767.
pour calculer la variance :

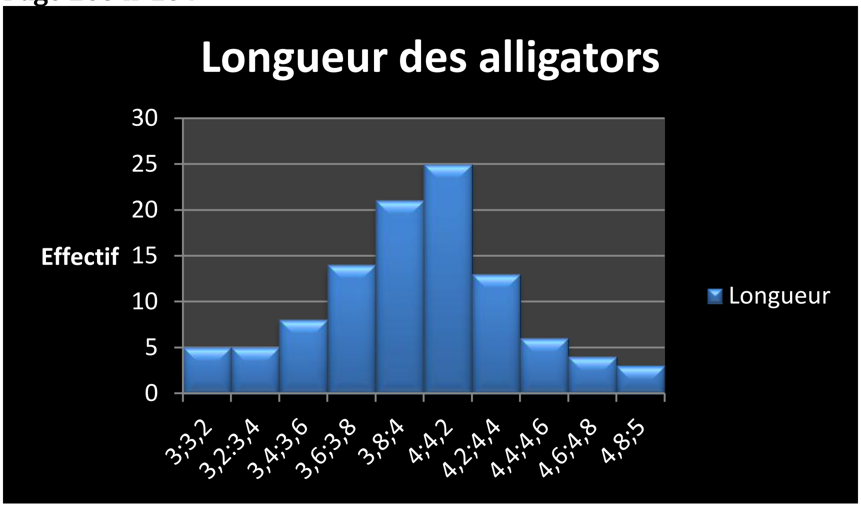
$$V_2 = \frac{10^2\times2+15^2\times3+20^2\times11+25^2\times12+30^2\times10+35^2\times4+40^2}{43} - \left(\frac{1065}{43}\right)^2 = \frac{28275}{43} - \left(\frac{1065}{43}\right)^2 = \frac{812600}{1849}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{812600}{1849}} \approx 6{,}643$$

L'écart-type est d'environ 6,643.

~~Comparons nos résultats obtenus dans 2. à ceux supposés dans 1. :~~
~~les moyennes sont en effet très proches de 25 (25,65 et 24,77) et je me suis trompée pour l'écart-type (celui de la série 2 est finalement plus petit que celui de la série 1).~~
Les calculs corroborent notre analyse initiale.

Page 265 n°18 :



On peut voir que l'histogramme est à peu près symétrique, donc on peut prévoir que la moyenne est environ égale à la médiane.
Comme il n'y a pas de valeur extrême et que la série est bien concentrée autour du mode on peut penser que le couple $(\bar{x};\sigma)$ est tout à fait adapté

exercices n°19 p. 265 :

1. On commence par ranger les valeurs de S1 dans un tableau :

valeurs	1,7	1,8	1,9	2	2,1	6
effectif	1	1	2	2	3	1

a) – La médiane (effectif total:10) :
(N/2+N/2+1)/2 = 5,5
Gros contresens au niveau de la rédaction la médiane est la moyenne des valeurs de rang N/2 et N/2 + 1 , ce qu'elle a écrit ici c'est la moyenne des rangs, ça n'a pas de rapport. Il fallait donc écrire :
N/2=5 et N/2+1=6 , la médiane est la moyennes des valeurs de rang 5 et 6 donc $Méd = \frac{2+2}{2} = 2$
La médiane a une valeur de rang 6 donc la médiane vaut 2.
- Pour calculer l'écart interquartile je calcule respectivement Q1 et Q3 :
N/4 = 2,5 et 3N/4 = 7,5
Le premier quartile ~~a une~~ est la valeur de rang 3 et le troisième quartile ~~a une~~ est la valeur de rang 8 donc : Q1 = 1,9 et Q3 = 2,1.
L'intervalle interquartile sera donc $Q_3 - Q_1 = 2,1 - 1,9 = 0,2$
b) – Soit X1 la moyenne :
X1 = (1,7+1,8+1,9*2+2*2+2,1*3+6)/(1+1+2+2+3+1)
= 23,6/10
= 2,36
La moyenne est de 2,36.
- Soit σ_1 l'écart-type :
$\sigma_1 = (1{,}7^2+1{,}8^2+1{,}9^2*2+2^2*2+2{,}1^2*3+6^2)/10^2 = 70{,}58/10 \quad = 7{,}058$L'écart-type est de 7,058.
NON $V_1 = \frac{1{,}7^2+1{,}8^2+1{,}9^2\times2+2^2\times2+2{,}1^2\times3+6^2}{10} - (2{,}36)^2 = 7{,}058 - 5{,}5696 = 1{,}4884$
$\sigma_1 = \sqrt{1{,}4884} = 1.22$ L'écart type est donc 1,22

2. Le tableau de valeurs de S2 sera alors :

valeurs	1,7	1,8	1,9	2	2,1
Effectif	1	1	2	2	3

a) - La médiane (effectif total : 9) :
(N+1)/2 = 5
La médiane ~~a une~~ est la valeur de rang 5 donc la médiane vaut 2.

- Pour calculer l'écart interquartile je calcula respectivement Q1 et Q3 :
N/4 = 4,5 et 3N/4 = 6,75
Le premier quartile ~~a une~~ est la valeur de rang 5 et le troisième ~~a une~~ est la valeur de rang 7 donc Q1 = 2 et Q3 = 2,1.
L'intervalle interquartile sera donc $Q_3 - Q_1 = 2{,}1 - 2 = 0{,}1$
b) – Soit X2 la moyenne :
X2 = (1,7+1,8+1,9*2+2*2+2,1*3)/(1+1+2+2+3)
= 17,6/9
= environ 1,96
La moyenne est de 1,96.
- Soit O1 l'écart-type :

$$V_2 = \frac{1{,}7^2+1{,}8^2+1{,}9^2\times 2+2^2\times 2+2{,}1^2\times 3}{9} - \left(\frac{17{,}6}{9}\right)^2 = \frac{34{,}58}{9} - \frac{309{,}76}{81} = \frac{1{,}46}{81}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{1{,}46/81} \approx 0{,}134$$

L'écart-type est d'environ 0,134.

c) La différence entre l'écart-type σ_2 et σ_1 est énorme 0,134<1,22 : cette comparaison nous permet de comprendre que l'écart-type est très sensible aux valeurs extrêmes.

<u>exercices n°20 p.265 :</u>

a) Soit X la moyenne :
X = (18*2+20*4+21*4+22*3+23+24*3+26+28*3)/(2+4+4+3+1++3+1+3)
= 471/21
≈ ~~19,9~~ 22,43
La moyenne est d'environ 22,43.

b) La série est de taille impaire (effectif total:21) donc :
(N+1)/2 = 22/2 = 11
La médiane est la valeur de rang 11 donc la médiane vaut 22.

c) Si la production de chacune des ruches augmente de 3kg par apport à l'année 2009 :

- Soit X2 la moyenne :
X2 = (21*2+23*4+24*4+25*3+26+27*3+29+31*3)/21
= 534/21
= environ 25,4
X2>X : la moyenne a augmenté (une hausse de 5,5kg environ).

- La médiane n°2 a une valeur de rang 11 donc la médiane vaut 25.
Il fallait utiliser le cours, si chaque valeur augmente de 3 alors la médiane et la moyenne aussi.

Exercice 26 p. 267 :

Pour faciliter la suite de l'exercice nous faisons un tableau pour chaque série :

Tableau série 1 : pour la 1ère machine : (effectif total pair : 40)

valeurs	256	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	273
Effectif	1	1	2	4	4	3	4	6	6	2	1	2	2	1	1
Effectif cumulé croissant	1	2	4	8	12	15	19	25	31	33	34	36	38	39	40

Tableau série 2 : pour la 2ème machine : (effectif total pair : 36)

valeurs	260	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	276	277	279	280
Effectif	1	1	1	2	1	2	1	3	6	2	5	2	2	1	2	2	1	1
Effectif cumulé croissant	1	2	3	5	6	8	9	12	18	20	25	27	29	30	32	34	35	36

1. a) – Pour la série 1 :
pour le premier quartile Q1 : N/4 = 40/4 = 10ème rang
pour le troisième quartile Q3 : 3N/4 = 120/4 = 30ème rang
Je prends pour le premier quartile la valeur du 10ème rang et pour le troisième quartile la valeur du 30ème rang donc : Q1 = 261 et Q3 = 265.
- Pour la série 2 :
pour le premier quartile Q1 = N/4 = 36/4 = 9ème rang
pour le troisième quartile Q3 = 3N/4 = 108/4 = 27ème rang
Je prends pour le premier quartile la valeur du 9ème rang et pour le troisième quartile la valeur du 27ème rang donc : Q1 = 267 et Q3 = 272.

b) – Pour la série 1 :
Q3- Q1 = 265- 261 = 4
L'écart interquartile de cette série est 4.
- Pour la série 2 :
Q3- Q1 = 272- 267 = 5
L'écart interquartile de cette série est 5.

2. a) – Pour la série 1 :
relation pour la médiane : (41+1)/2 = 21 donc le 21ème rang
La médiane est 264.
- Pour la série 2 :
relation pour la médiane : (37+1)/2 = 19 donc le 19ème rang
La médiane est 269.

2. b) :

La machine la plus appropriée semble être la 1ère machine : elle respecte le plus son réglage de 265 grammes par rapport à l'autre (voir la médiane) de plus l'écart interquartile est plus petit.

Exercice 33 page 145 :

a) A la calculatrice, on obtient une moyenne d'environ 70,48 et un écart-type d'environ 5,32.

b) Nous remarquons que L'écart-type ne change pas à contrario de la moyenne qui augmente de 0,3€.

c) La moyenne et l'écart-type sont multipliés par 1,02 car la variance, qui est son carré, est multipliée par $1{,}02^2$.

Exercice n°33 p.269 :

1. soit X la moyenne :

$$X = \frac{60\times6+65\times10+70\times24+75\times18+80\times5}{6+10+24+18+5} = \frac{4440}{63} \approx 70{,}48$$

La moyenne est d'environ 70,48.

soit V la variance et σ l'écart-type :

$$V = \frac{60^2\times6+65^2\times10+70^2\times24+75^2\times18+80^2\times5}{63} - \left(\frac{4440}{63}\right)^2 = \frac{314700}{63} - \frac{4440^2}{63^2} = \frac{12500}{441} \approx 28{,}34$$

L'écart-type est d'environ $\sigma = \sqrt{\frac{12500}{441}} \approx 5{,}324$.

2. Si le salaire journalier augmente de 0,30euros :

La moyenne augmente de 0,30€ , par contre l'écart type n'est pas modifié car tous les termes de la forme$(x_i - \bar{\bar{x}})^2$ restent identiques (les deux valeurs augmentent d'autant donc l'écart reste le même).

3. Si on augmente le salaire journalier de 2% alors la moyenne et l'écart-type augmenteront également de 2% (donc X= environ 71,89 et O= environ 64,63 pour les valeurs de la question 1 et X= environ 73,58 et O= environ 66,15 pour les valeurs de la question 2).