Devoir maison (préparation au contrôle)

Exercice 1

Dériver les fonctions suivantes et préciser l'ensemble sur lequel votre dérivée existe.

$f(x) = -7x + 3$ $\quad g(x) = 7x^2 - 3x + 8$

$h(x) = 7\cos(x) - 3\sin(x)$ $\quad i(x) = 7x\sqrt{x}$

$j(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ $\quad k(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

$l(x) = \frac{1}{x^2-5x+1}$ $\quad m(x) = \frac{(7x-x^3)}{x+1}$

$n(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ $\quad o(x) = x^4(5 - 3x + 2x^2)$

$p(x) = 7\cos(5x-4)\sin(3x-2)$ $\quad q(x) = \frac{\cos(x)}{x^2+1}$

Exercice 2

a) Pour chacune des suites donner les termes de rangs 1,2, 3, et$n$.

$(u_n) : \begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n - 5 \end{cases}$ $\quad (v_n) : \begin{cases} v_0 = 64 \\ v_{n+1} = 7\sqrt{v_n} + 8 \end{cases}$

$(w_n) : \begin{cases} w_0 = 64 \\ w_{n+1} = \sqrt{w_n} + 8 \end{cases}$ $\quad (t_n) : \begin{cases} t_0 = 1 \\ t_{n+1} = \frac{2t_n}{2+3t_n} \end{cases}$

$(a_n) : \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_{n+1} = \sin(-\frac{a_n\pi}{2}) \end{cases}$ $\quad (b_n) : \begin{cases} b_0 = -4 \\ b_{n+1} = b_n + n \end{cases}$

b) Pour chacune des suites donner les termes de rangs 0,1,2 et $n+1$

$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 3n - 5$ $\quad \forall n \in \mathbb{N}, v_n = 7\sqrt{n} + 8$

$\forall n \in \mathbb{N}, w_n = \frac{1}{1+n} + 3$ $\quad \forall n \in \mathbb{N}, t_n = n^2 - 10n + 21$

(a_n) est arithmétique de raison 5 et de premier terme -7 ,

(b_n) est géométrique de raison -3 et de premier terme 4 ,

Exercice 3

a) Donner le sens de variation des suites (b_n), (u_n)et (w_n) définies par :

: $\begin{cases} b_0 = -4 \\ b_{n+1} = b_n + n \end{cases}$ $\quad \forall n \in \mathbb{N}, u_n = 3n - 5$ $\quad \forall n \in \mathbb{N}, w_n = \frac{1}{1+n} + 3$

b) Dire à partir de quel rang (t_n) définie par $\forall n \in \mathbb{N}, t_n = n^2 - 10n + 21$ est croissante

www.dimension-k.com

Devoir maison (préparation au contrôle)

Exercice 1

Dériver les fonctions suivantes et préciser l'ensemble sur lequel votre dérivée existe.

$f(x) = -7x + 3$ $\quad g(x) = 7x^2 - 3x + 8$

$h(x) = 7\cos(x) - 3\sin(x)$ $\quad i(x) = 7x\sqrt{x}$

$j(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ $\quad k(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

$l(x) = \frac{1}{x^2-5x+1}$ $\quad m(x) = \frac{(7x-x^3)}{x+1}$

$n(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ $\quad o(x) = x^4(5 - 3x + 2x^2)$

$p(x) = 7\cos(5x-4)\sin(3x-2)$ $\quad q(x) = \frac{\cos(x)}{x^2+1}$

Exercice 2

a) Pour chacune des suites donner les termes de rangs 1,2, 3, et$n$.

$(u_n) : \begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n - 5 \end{cases}$ $\quad (v_n) : \begin{cases} v_0 = 64 \\ v_{n+1} = 7\sqrt{v_n} + 8 \end{cases}$

$(w_n) : \begin{cases} w_0 = 64 \\ w_{n+1} = \sqrt{w_n} + 8 \end{cases}$ $\quad (t_n) : \begin{cases} t_0 = 1 \\ t_{n+1} = \frac{2t_n}{2+3t_n} \end{cases}$

$(a_n) : \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_{n+1} = \sin(-\frac{a_n\pi}{2}) \end{cases}$ $\quad (b_n) : \begin{cases} b_0 = -4 \\ b_{n+1} = b_n + n \end{cases}$

b) Pour chacune des suites donner les termes de rangs 0,1,2 et $n+1$

$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 3n - 5$ $\quad \forall n \in \mathbb{N}, v_n = 7\sqrt{n} + 8$

$\forall n \in \mathbb{N}, w_n = \frac{1}{1+n} + 3$ $\quad \forall n \in \mathbb{N}, t_n = n^2 - 10n + 21$

(a_n) est arithmétique de raison 5 et de premier terme -7 ,

(b_n) est géométrique de raison -3 et de premier terme 4 ,

Exercice 3

a) Donner le sens de variation des suites (b_n), (u_n)et (w_n) définies par :

: $\begin{cases} b_0 = -4 \\ b_{n+1} = b_n + n \end{cases}$ $\quad \forall n \in \mathbb{N}, u_n = 3n - 5$ $\quad \forall n \in \mathbb{N}, w_n = \frac{1}{1+n} + 3$

b) Dire à partir de quel rang (t_n) définie par $\forall n \in \mathbb{N}, t_n = n^2 - 10n + 21$ est croissante

correction : Devoir maison (préparation au contrôle)

Exercice 1

$f(x) = -7x+3$ $\quad f'(x) = -7$

$g(x) = 7x^2 - 3x + 8$ $\quad g'(x) = 14x - 3$

$h(x) = 7\cos(x) - 3\sin(x)$ $\quad h'(x) = -7\sin(x) - 3\cos(x)$

$i(x) = 7x\sqrt{x}$ $\quad i'(x) = 7\sqrt{x} + \frac{7x}{2\sqrt{x}} = 10{,}5\sqrt{x}$

$j(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ $\quad j'(x) = \frac{\cos(x)x - \sin(x)1}{x^2}$

$k(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ $\quad k'(x) = -\frac{\frac{1}{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}^2} = \frac{-1}{x\sqrt{x}} = \frac{-\sqrt{x}}{x^2}$

$l(x) = \frac{1}{x^2-5x+1}$ $\quad l'(x) = \frac{-(2x-5)}{(x^2-5x+1)^2}$

$m(x) = \frac{(7x-x^3)}{x+1}$ $\quad m'(x) = \frac{(7-3x^2)(x+1)-(7x-x^3)}{(x+1)^2} = \frac{-2x^3-3x^2+7}{(x+1)^2}$

$n(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ $\quad n'(x) = \frac{\cos^2(x)+\sin^2(x)}{\cos^2(x)} = \frac{1}{\cos^2(x)}$

$o(x) = x^4(5-3x+2x^2)$

$o'(x) = 4x^3(5-3x+2x^2) - x^4(-3+4x) = 4x^5 - 9x^4 + 20x^3$

$p(x) = 7\cos(5x-4)\sin(3x-2)$

$p'(x) = -35\sin(5x-4)\sin(3x-2) + 21\cos(5x-4)\cos(3x-2)$

$q(x) = \frac{\cos(x)}{x^2+1}$ $\quad q'(x) = \frac{-\sin(x)(x^2+1) - \cos(x)(2x)}{x^2+1}$

Pour le domaine d'existence des dérivées , toutes les fonctions sont dérivables sur $\mathbb{R}$ sauf i et j qui sont dérivables sur $\mathbb{R}_+^*$, l,m et n qui sont dérivables sur $\mathbb{R}$ privé des racines du dénominateur : $D_l = \mathbb{R} - \left\{\frac{5-\sqrt{21}}{2}; \frac{5+\sqrt{21}}{2}\right\}$, $D_m = \mathbb{R} - \{-1\}$ et $D_n = \mathbb{R} - \{\theta | \exists k \in \mathbb{Z}, \theta = k\pi\}$

Exercice 2

a) Pour chacune des suites donner les termes de rangs 1,2, 3, et$n$.

$u_1 = 10$, $u_2 = 25$, $u_3 = 70$ et $u_n = 3u_{n-1} - 5$

$v_1 = 64$, $v_2 = 64$, $v_3 = 64$ et $v_n = 7\sqrt{v_{n-1}} + 8$

$w_1 = 16$, $w_2 = 12$, $w_3 = \sqrt{12} + 8$ et $w_n = \sqrt{w_{n-1}} + 8$

$t_1 = \frac{2}{5}$, $t_2 = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{16}{5}} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$, $t_3 = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{11}{4}} = \frac{4}{22} = \frac{2}{11}$ et $t_n = \frac{2t_{n-1}}{2+3t_{n-1}}$

$a_1 = -1$, $a_2 = 1$, $a_3 = -1$ et $a_n = \sin(-\frac{a_{n-1}\pi}{2})$

$b_1 = -4$, $b_2 = -3$, $b_3 = -1$ et $b_n = b_{n-1} + n - 1$

www.dimension-k.com

b) Pour chacune des suites donner les termes de rangs 0,1,2 et $n+1$

$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 3n - 5$ $\quad \forall n \in \mathbb{N}, v_n = 7\sqrt{n} + 8$

$\forall n \in \mathbb{N}, w_n = \frac{1}{1+n} + 3$ $\quad \forall n \in \mathbb{N}, t_n = n^2 - 10n + 21$

(a_n) est arithmétique de raison 5 et de premier terme -7 ,

(b_n) est géométrique de raison -3 et de premier terme 4 ,

$u_0 = -5, u_1 = -2, u_2 = 1$, et $u_{n+1} = 3(n+1) - 5$

$v_0 = 8, v_1 = 15, v_2 = 7\sqrt{2} + 8$, et $v_{n+1} = 7\sqrt{n+1} + 8$

$w_0 = 4, w_1 = \frac{7}{2}, w_2 = \frac{10}{3}$, et $w_{n+1} = \frac{1}{2+n} + 3$

$t_0 = 21, t_1 = 12, t_2 = 5$, et $t_{n+1} = (n+1)^2 - 10(n+1) + 21$

$a_0 = -7$ $, a_1 = -2, a_2 = 3, a_n = -7 + 5n$ et $a_{n+1} = a_n + 5$

$b_0 = 4$ $, b_1 = -12, b_2 = 36, b_n = 4(-3)^n$et $b_{n+1} = b_n(-3)$

Exercice 3

a) Donner le sens de variation des suites (b_n), (u_n)et (w_n) définies par :

: $\begin{cases} b_0 = -4 \\ b_{n+1} = b_n + n \end{cases}$ $\quad \forall n \in \mathbb{N}, u_n = 3n - 5$ $\quad \forall n \in \mathbb{N}, w_n = \frac{1}{1+n} + 3$

$b_{n+1} = b_n + n$ donc $b_{n+1} - b_n = n$ or $n \in \mathbb{N}$ donc $b_{n+1} - b_n \geq 0$ la suite (b_n) est donc croissante.

$u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 5 - (3n-5) = 3$ or $3 > 0$ donc (u_n) est strictement croissante

$w_{n+1} - w_n = \frac{1}{2+n} + 3 - \left(\frac{1}{1+n} + 3\right) = \frac{1+n}{(2+n)(1+n)} - \frac{2+n}{(2+n)(1+n)} = \frac{-1}{(2+n)(1+n)}$

On a le quotient d'un négatif par un positif, donc le quotient est négatif donc $w_{n+1} - w_n < 0$ donc (w_n) est strictement décroissante.

b) Dire à partir de quel rang (t_n) définie par $\forall n \in \mathbb{N}, t_n = n^2 - 10n + 21$ est croissante

$t_{n+1} - t_n = (n+1)^2 - 10(n+1) + 21 - (n^2 - 10n + 21) = 2n + 1 - 10 = 2n - 9$

Or $2n - 9 \geq 0 \Leftrightarrow n \geq \frac{9}{2}$donc la suite (t_n) est croissante à partir du 5$^{\text{ème}}$ terme.