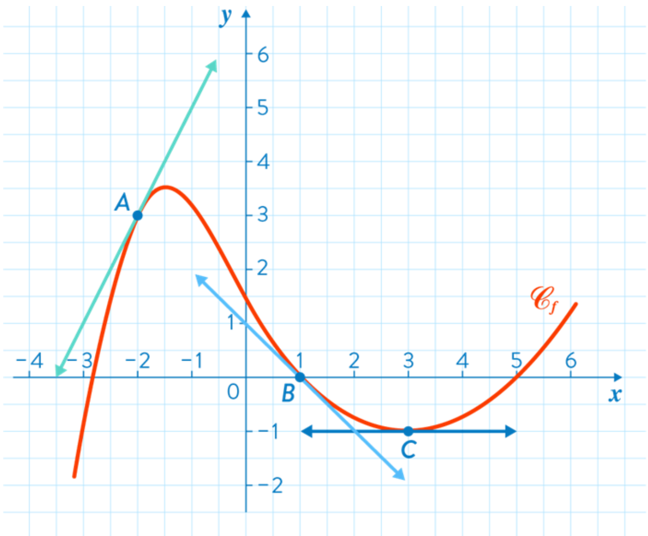
Tangentes Approche graphique

Rappels :

2nde : toute fonction affine $f(x) = ax + b$ dont la droite représentative passe les points $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ vérifie : $a = \frac{\Delta_y}{\Delta_x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ et $b = y_A - a\, x_A$

Si un point $M(x_0 ; y_0)$ est sur la courbe d'une fonction f alors $f(x_0) = y_0$

1ère : toute tangente à une courbe C_f représentant f en un point d'abscisse x_0 a pour coefficient directeur $f'(x_0)$.



Exercice 1

À l'aide de la courbe représentant la fonction f ci-contre déterminer :

1) $f(-2)$, $f(1)$, et $f(3)$
2) $f'(-2)$, $f'(1)$ et $f'(3)$

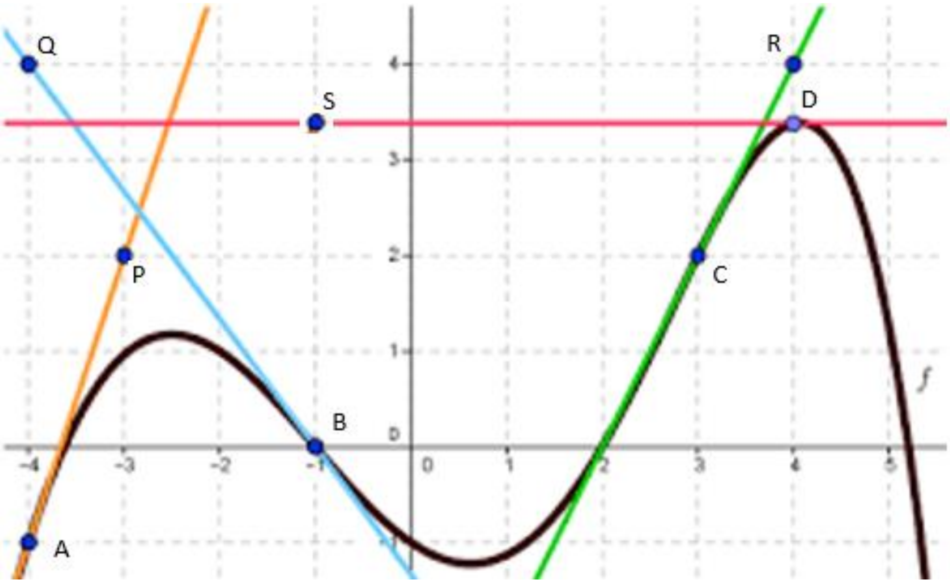
Solution

1) On voit que C_f la courbe représentative de la fonction f passe par les points :
    a. A(-2 ;3) donc $f(-2) = 3$
    b. B(1 ;0) donc $f(1) = 0$
    c. C(3 ;-1) donc $f(3) = -1$
2) Pour les calculs à venir, pour chaque tangente je vais utiliser le point de contact et l'extrémité gauche de la flèche de la tangente. Si on appelle W le point de cordonnées (-3,5 ;0).

La tangente en A a pour coefficient directeur $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_W - y_A}{x_W - x_A} = \frac{3-0}{-2-(-3{,}5)} = \frac{3}{-2+3{,}5} = \frac{3}{1{,}5} = 2$ donc la tangente violette a pour coefficient directeur 2 et on peut en déduire que $f'(-2) = 2$.

De la même manière, la tangente en B a pour coefficient directeur $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0-2}{1-(-1)} = \frac{-2}{2} = -1$ et donc $f'(1) = -1$

Et on a la tangente en C qui a pour coefficient directeur $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1-(-1)}{3-1} = \frac{0}{2}$ et donc $f'(3) = 0$



Exercice 2

à l'aide de la courbe représentant la fonction f ci-contre déterminer :

$f(-4)$, $f(-1)$, $f(3)$, et $f(4)$

$f'(-4)$, $f'(-1)$, $f'(3)$, et $f'(4)$

Solution

On voit que C_f la courbe représentative de la fonction f passe par les points :

A(-4 ;-1) donc $f(-4) = -1$

B(-1 ;0) donc $f(-1) = 0$

C(3 ;2) donc $f(3) = 2$

D(4 ;b) donc $f(4) = b \approx 3{,}4$

La tangente en A passe par P et a pour coefficient directeur :

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_P - y_A}{x_P - x_A} = \frac{2-(-1)}{-3-(-4)} = \frac{3}{-3+4} = 3$ donc la tangente violette a pour coefficient directeur 3 et on peut en déduire que $f'(-4) = 3$.

La tangente en B passe par Q a pour coefficient directeur $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0-4}{-1-(-4)} = \frac{-4}{-1+4} = -\frac{4}{3}$ et donc $f'(-4) = -\frac{4}{3}$

La tangente en C passe par R a pour coefficient directeur $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-2}{4-3} = \frac{2}{1} = 2$ et donc $f'(3) = 2$

La tangente en D passe par S a pour coefficient directeur $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{b-b}{4-(-1)} = \frac{0}{5} = 0$ et donc $f'(4) = 0$