

COVID-19 ET TEST PCR

Coronavirus: le test PCR a deux gros défauts

Article du 20/05/2020 **Matthieu Balu**, journaliste au HuffPost

Pratiquée depuis le début du mois à grande échelle en Allemagne, en Italie ou aux États-Unis, cette méthode de dépistage (test PCR) a pour elle sa simplicité: un coton-tige vient racler la cavité nasale.

Une étude publiée à la mi-mai dans la revue *Annals of InternalMedecine* estime le taux de faux négatifs en moyenne à 20% si le patient est testé après 7 jours d'infection (beaucoup plus avant et au-delà), auquel il faut rajouter environ 1% de faux positifs, ces personnes qui se penseront atteintes de la Covid alors qu'elles ne le sont pas.

Des chiffres d'erreur en baisse, mais qui peuvent toujours donner une image faussée de la cartographie du virus: c'est pour cela que le gouvernement, malgré sa confiance affichée, demande que l'on ne soit testé qu'après 7 jours après avoir été en contact avec une personne qui se serait révélée infectée. C'est à ce moment que le virus est le plus présent de notre corps, le plus détectable par la procédure de test.

Pourtant ces sept jours eux-mêmes sont un problème important: en moyenne, les symptômes se déclarent après 4 jours d'infection. C'est également après ces 4 jours que l'on devient contagieux; dans certains cas, la contagion a même été démontrée plus tôt encore. Cela signifie qu'il y a, en supposant que la personne testée se place d'elle-même en quarantaine en attendant les résultats du dépistage, au moins 3 jours où l'on est très contagieux, et pas encore contrôlé.

Dans toute l'activité, on note respectivement M et T les événements « Être porteur de la Covid-19 » et « Avoir un test positif ».

Question préliminaire

Quels sont les deux gros défauts du test PCR évoqués dans le titre de l'article ?

Pour que le test soit à peu près fiable il faut attendre mais ce faisant on prend le risque de contaminer des gens et de ne pas être traité suffisamment tôt.

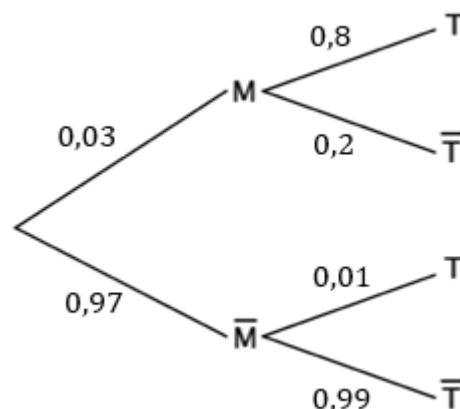
Autre problème c'est un test qui n'est pas nécessairement fiable même fait dans des conditions favorables.

Partie 1

Dans cette partie, on suppose que les tests PCR sont effectués sur une population dont le taux de personnes porteuses de la Covid-19 est égal à 3 %.

1) Interpréter à l'aide de probabilités conditionnelles les deux taux donnés au début de l'article.

$$P_{\bar{M}}(T) = 1\% \text{ et } P_M(\bar{T}) = 20\%$$



2) Recopier et compléter l'arbre de probabilité.

3) On choisit une personne au hasard. Calculer les probabilités suivantes :

a) La personne a un test positif.

$$P(T) = P(M \cap T) + P(\bar{M} \cap T) = P(M)P_M(T) + P(\bar{M})P_{\bar{M}}(T) = 0,03 \times 0,8 + 0,97 \times 0,01 = 0,0337$$

b) Si le test est positif, la personne est porteuse du virus.

$$P_T(M) = \frac{P(T \cap M)}{P(T)} = \frac{0,03 \times 0,8}{0,0337} \approx 0,712$$

c) Si le test est négatif, la personne est saine.

$$P_{\bar{T}}(M) = \frac{P(\bar{T} \cap M)}{P(\bar{T})} = \frac{0,97 \times 0,99}{1 - 0,0337} = \frac{0,9603}{1 - 0,0337} \approx 0,994$$

4) Déduire des questions 3b et 3c, dans quel cas, le résultat du test PCR peut être ou ne pas être exploitable.

Si la personne est testé positive on a 29% de chance qu'elle ne soit pas malade, ce n'est pas terrible mais pas nécessairement grave non plus, avec un second test on peut affiner ce résultat.

Par contre ce qui est vraiment bien c'est que si elle est testée négative on est sur à 99,4% que la personne est saine ça veut dire qu'il n'y a que 0,6% de chance qu'on laisse en liberté et non soigné une personne à cause d'un test défectueux. Ces résultats me semblent raisonnables.

Partie 2

Dans cette partie, le taux (en %) de personnes porteuses du virus n'est pas supposé connu. On le note alors x .

1) En s'aidant d'un arbre pondéré, prouver que $P(T) = 0,79x + 0,01$.

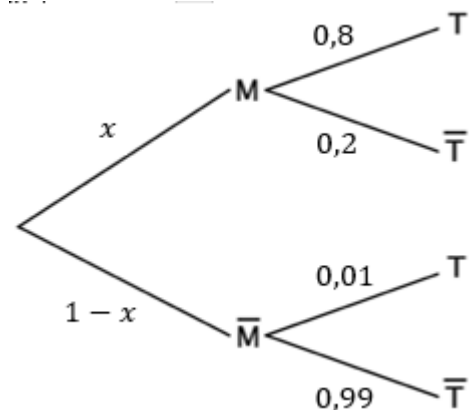
$$\begin{aligned} P(T) &= P(M \cap T) + P(\bar{M} \cap T) \\ &= P(M)P_M(T) + P(\bar{M})P_{\bar{M}}(T) \\ &= x \times 0,8 + (1 - x) \times 0,01 \\ &= x \times 0,8 + 0,01 - x0,01 = 0,79x + 0,01 \end{aligned}$$

2) En déduire que $P_T(M) = \frac{0,8x}{0,79x+0,01}$

$$P_T(M) = \frac{P(T \cap M)}{P(T)} = \frac{0,8x}{0,79x+0,01}$$

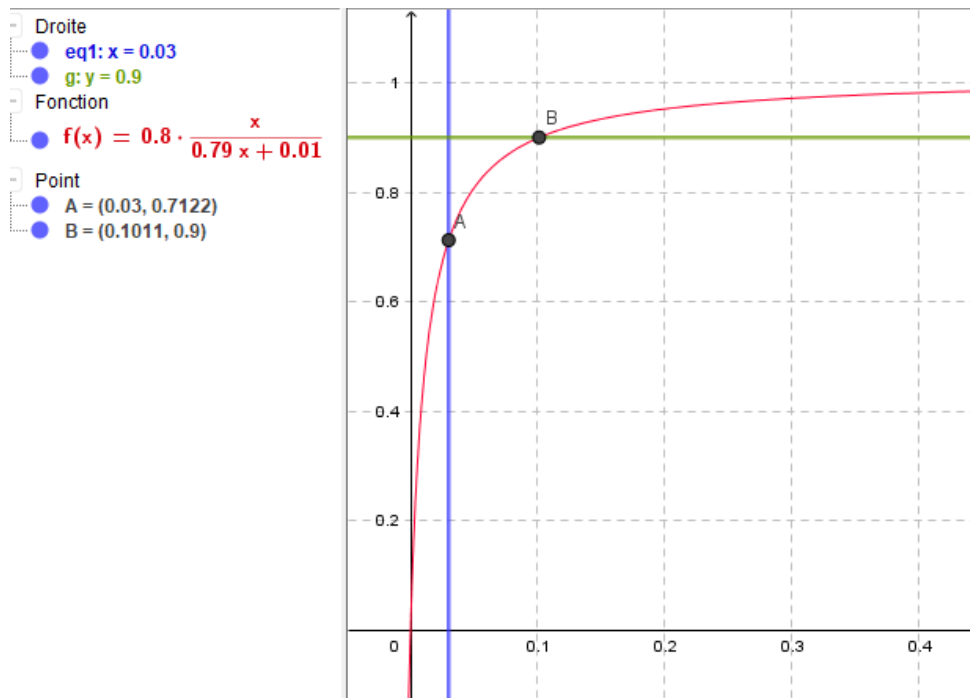
3) Avec la calculatrice, tracer la courbe de la fonction f définie sur $[0 ; 1]$ par :

$$f(x) = \frac{0,8x}{0,79x+0,01}$$



À l'aide du graphique affiché, répondre aux questions suivantes :

a) Comment peut-on lire le résultat établi à la question 3b de la partie 1.



On trace la verticale d'équation $x = 0,03$ et on regarde où elle coupe la courbe. On trouve $f(0,03) \approx 0,7122$ ainsi on retrouve bien si $P(M) = 0,03$ on a $P_T(M) \approx 0,7122$

b) Que peut-on dire de la probabilité $P_T(M)$ en fonction de x . Interpréter.

Cette probabilité augmente très rapidement au début puis se tasse sur la fin. Autrement dit, plus il y a de gens malade plus un test PCR positif indiquera de manière probable la maladie.

c) Quel est le taux x , à partir duquel, on a $:P_T(M) > 0,9$? Interpréter.

Pour déterminer un tel taux je trace l'horizontale de hauteur 0,9 et je regarde à partir de quand la courbe passe au-dessus de la droite. Ici ça se passe à partir du point B dont l'abscisse vaut à peu près 0,1011. Il faut donc au moins que 10% de la population soit malade pour que le test soit fiable à 90%.