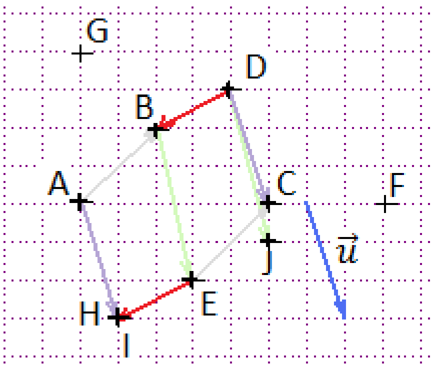
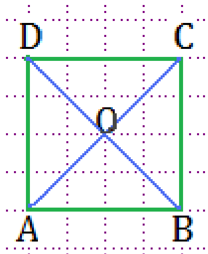
Corrections d’exercices du livre sur les vecteurs

Exercice 6 P237



1) les deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EC}$ (en gris) sont identiques, ils ont la même norme, le même sens, la même direction.
2) $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{EF}$ n’ont rien en commun, ils n’ont pas la même norme, ni la même direction (et donc pas le même sens)
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BG}$ ont la même norme par contre ils n’ont pas la même direction (et donc pas le même sens)
$\overrightarrow{DC}$ et $\vec{u}$ sont identiques ils ont les trois caractéristiques en commun
3)a) $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$ b) $\overrightarrow{CD}$ et $\vec{u}$ sont opposés
4) H et I sont confondus

Exercice 7 P237



a) $\overrightarrow{OA} \neq \overrightarrow{OC}$ les deux vecteurs sont opposés
b) $\mathrm{OA} = \mathrm{OC}$
c) $\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OA}$
d) $OA \neq -OC$ car les longueurs sont toujours positives
e) $\overrightarrow{OA} \neq -\overrightarrow{OC}$
f) $\mathrm{CO} = \mathrm{OA}$

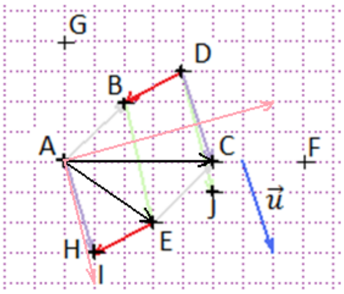
Exercice 8 P 238

ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DC}$

ABFE est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$
$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DC}$ donc DCFE est un parallélogramme.

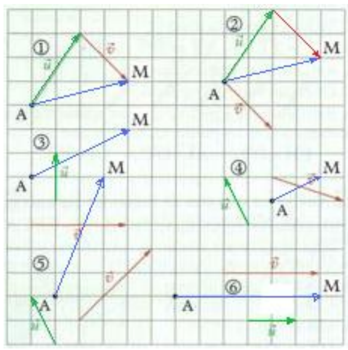
Exercice 9 P238

On peut se réferer à la figure de l’exercice 7
1a) La translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$ transforme A en D , la translation de vecteur $\overrightarrow{DO}$ transforme D en O. Donc si on applique à A les translation de vecteurs $\overrightarrow{AD}$ puis $\overrightarrow{DO}$ on obtient le point O.
b) ainsi la composition de ces deux translations nous donne une translation qui transforme A en O donc une translation de vecteur $\overrightarrow{AO}$.
On retrouve bien l’égalité de chasles $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO}$
2) La translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$ transforme A en D, la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ transforme A en B et D en C (car on est dans un carré donc un parallélogramme, donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$). Donc si on applique à A les translation de vecteurs $\overrightarrow{AD}$ puis $\overrightarrow{AB}$ on obtient le point C.
ainsi la composition de ces deux translations nous donne une translation qui transforme A en C donc une translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
On retrouve bien l’égalité de chasles $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$



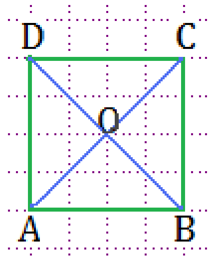
Exercice 10 P238

J’ai mis en noir les vecteurs répondant à la question a) et en rose celle de la question b).
(attention à bien faire partir les vecteurs de A)



Exercice 11 P238

Exercice 12 P238



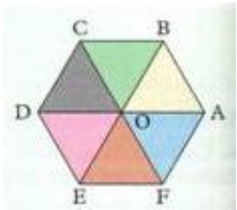
a) AB+AD=AC faux (c'est vrai si on parle de vecteurs et non de distance)

b) AD = CB Vrai (ça serait faux avec des vecteurs)

c) $\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OB}$ faux (par contre $\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{OB}$)

d) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AB}$ Vrai (car $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$)

Exercice 13 P238



a) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}$

b) $\overrightarrow{FO}+\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{FO}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{FB}$

c) $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CO}=\overrightarrow{DO}$

d) $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BC}$

e) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{AO}$

Exercice 15 P238

a) $\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{BC}$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{OP}$ $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DM}+\overrightarrow{MG}=\overrightarrow{AG}$

Exercice 16 P238

1) $\overrightarrow{DA}=-3.\overrightarrow{DE}$ $\overrightarrow{DB}=-2.\overrightarrow{DE}$

$\overrightarrow{DC}=-1.\overrightarrow{DE}=-\overrightarrow{DE}$ $\overrightarrow{DF}=2.\overrightarrow{DE}$

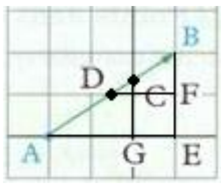
2) A(-3) ; B(-2) ; C(-1) ;F(2)

Exercice 17 P238

a) $\overrightarrow{AC}=2.\overrightarrow{DE}$ $\overrightarrow{FB}=-4.\overrightarrow{DE}$ $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}.\overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{3}.\overrightarrow{BE}$ $\overrightarrow{DB}=-2.\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{FC}=\frac{3}{2}.\overrightarrow{DB}$

Exercice 19 P239

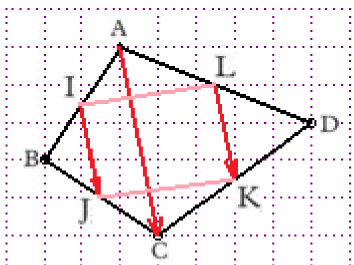


Placer les points C et D se fait facilement : C est le point de (AB) qui est aussi sur l'axe vertical, et D est le point d'intersection entre (AB) et l'horizontale passant entre A et B.

Pour ce qui est de la justification c'est un peu plus long :
L'axe vertical coupe les segments [AB] et [AE] respectivement en C et en G. (CG) // (BE), $C \in (AB) et\ G \in (AE)$ donc d'après le théorème de Thalès on aura $\frac{AG}{AE}=\frac{AC}{AB}$ donc $\frac{2}{3}=\frac{AC}{AB}$ donc AC = $\frac{2}{3}$.AB et donc comme A, C et G sont alignés dans cet ordre, $\overrightarrow{AC}=\frac{2}{3}.\overrightarrow{AB}$

De la même manière on peut établir que comme F est le milieu de [BE] et que (DF) // (AE) on aura D milieu de [AB].

Exercice 22 P239



1) I et J milieux de deux des côtés du triangle ABC donc d'après les théorèmes des milieux (IJ) // (AC) et IJ = ½ AC donc on aura $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}.\overrightarrow{AC}$

De la même manière on peut prouver que $\overrightarrow{LK}=\frac{1}{2}.\overrightarrow{AC}$

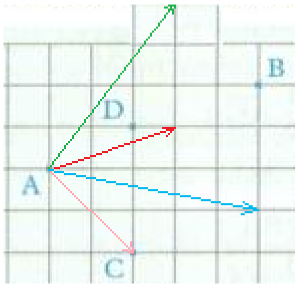
2) nous avons $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{LK}=\frac{1}{2}.\overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{LK}=\overrightarrow{IJ}$ donc IJKL est un parallélogramme .

Exercice 23P239

a) $2\vec{u}+3\vec{v}-2(\vec{u}+\vec{v})=2\vec{u}+3\vec{v}-2\vec{u}-2\vec{v}=\vec{v}$

b) $\frac{1}{2}(\vec{v}+2\vec{u})-(\vec{u}+\overrightarrow{2v})=\vec{u}+\frac{1}{2}\vec{v}-\vec{u}-2\vec{v}=\frac{-3}{2}\vec{v}$

Exercice 24P239



a)

$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DB}$ représenté en rouge

$\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}$ représenté en rose

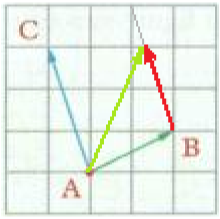
b)

$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CB}$ représenté en vert

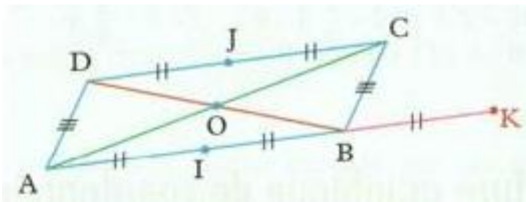
$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$ représenté en bleu

Exercice 25P239

En rouge j'ai dessiné le vecteur $\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et en vert le vecteur $\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$



Exercice 26P239

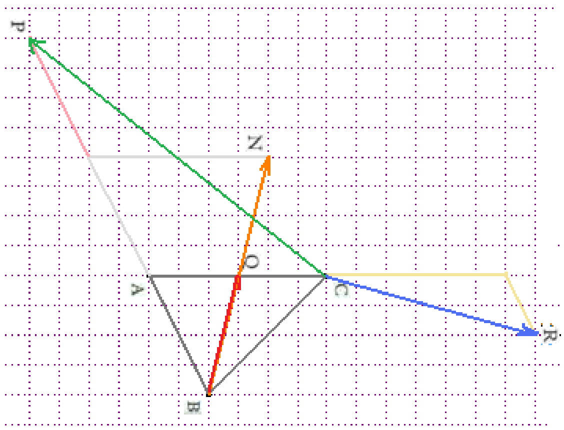


a) $\overrightarrow{DJ}=\frac{1}{2}.\overrightarrow{DC}$ $\quad\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}.\overrightarrow{DC}$

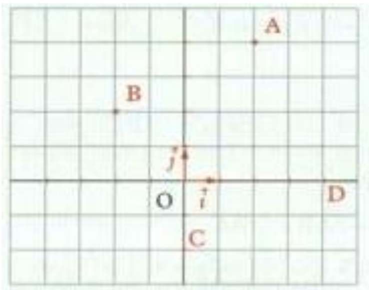
b) $\overrightarrow{DO}=\frac{1}{2}.\overrightarrow{DB}$ $\quad\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}.\overrightarrow{DB}$

c) $\overrightarrow{KB}=\frac{-1}{2}.\overrightarrow{AB}$ $\quad\overrightarrow{KC}=\frac{-1}{2}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

Exercice 28P239



Exercice 31P240



1a) A(2 ;4) ; B(-2 ;2) ;C(0 ;-2) ;D(4 ;0)

b) $\overrightarrow{OA}=2\vec{u}+4\vec{v}$ $\quad\overrightarrow{OB}=-2\vec{u}+2\vec{v}$

$\overrightarrow{OC}=-2\vec{v}$ $\quad\overrightarrow{OD}=4\vec{u}$

2a) $\overrightarrow{AB}(-4;-2)$; $\overrightarrow{CA}(-2;4)$; $\overrightarrow{AD}(2;-4)$; $\overrightarrow{DB}(-6;2)$;

b) $\overrightarrow{AB}=-4\vec{u}-2\vec{v}$; $\overrightarrow{CA}=-2\vec{u}+4\vec{v}$; $\overrightarrow{AD}=2\vec{u}-4\vec{v}$; $\overrightarrow{DB}=-6\vec{u}+2\vec{v}$;

Exercice 34 P240

$a)\ I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right) donc\ I\left(\frac{2+6}{2};\frac{3+(-1)}{2}\right)\ donc\ I(4;1)$

$b)\ I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right) donc\ I\left(\frac{12+(-2)}{2};\frac{1+5}{2}\right)\ donc\ I(5;3)$

$c)\ I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right) donc\ I\left(\frac{2+(-2)}{2};\frac{(-3)+3}{2}\right)\ donc\ I(0;0)$

$d)\ I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right) donc\ I\left(\frac{2+(-4)}{2};\frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2}\right)\ donc\ I\left(-1;\sqrt{2}\right)$

Exercice 38P241

$(\vec{u}+\vec{v})\binom{2}{3}$; $(2\vec{u})\binom{-2}{4}$; $(-3\vec{w})\binom{-6}{-12}$; $(\vec{u}-\vec{v})\binom{-4}{1}$;

$(\vec{u}+\vec{v}-\vec{w})\binom{0}{-1}$; $(2\vec{u}-3\vec{w})\binom{-8}{-8}$; $\left(\frac{1}{2}\vec{w}-\frac{3}{2}\vec{v}\right)\begin{pmatrix}-3{,}5\\0{,}5\end{pmatrix}$

Exercice 43 P241

$\vec{v}=-2\vec{u}$ $\vec{v}=\frac{3}{2}\vec{u}$ $\vec{v}=-3\vec{u}$ $\vec{v}=\frac{3}{2}\vec{u}$

Exercice 44 P241

a) x= 2 c'est trivial

b) $\begin{cases}x+1=k2\\2x=3k\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x+2=k4\\2x=3k\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2=k\\2x=3k\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2=k\\2x=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2=k\\x=3\end{cases}$ donc x = 3

Exercice 46 P 241

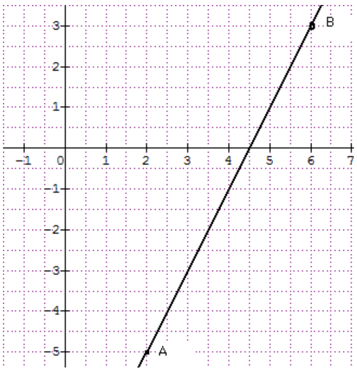
$\overrightarrow{AB}\binom{-6}{-1}\ et\ \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\0{,}5\end{pmatrix}\ donc\ \overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{AC}$

Les deux vecteurs sont donc colinéaires.

Les points A, B et C sont donc alignés

$\overrightarrow{AB}\binom{-6}{-1}\ et\ \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}3\\\frac{1}{3}\end{pmatrix}$ $donc$ les deux vecteurs ne sont pas colinéaires donc les trois points ne sont pas alignés.

Exercice 47 P 241



Recherche du coefficient directeur :

$$\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{3-(-5)}{6-2}=2$$

$\overrightarrow{AB}\binom{4}{8}$ et $\vec{u}\binom{1}{2}$ sont bien colinéaires

La droite étant non verticale elle est d'équation y=mx+p

je sais que m = 2

la droite passant par A(2 ;-5) on aura : -5=2*2+p donc p = -9