**Entrainement au contrôle sur les vecteurs**

**Exercice 1** Soit A, B et C trois points non alignés.

1) Placez D tel que $\vec{AD}=\vec{AB}+\vec{AC}$

2) Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ?

Soit O le point d’intersection de [AD] et [BC]. E le point vérifiant$\vec{DE}=\vec{AB}-2\vec{AC}$.

3) Déterminer les coordonnées de tous les points dans le repère (A ;$ \vec{AB};\vec{AC}$)

4) Prouvez que J, le point tel que $\vec{DJ}=2\vec{DO}+0,5\vec{AC}$, est le milieu de [AC]

5) Déterminez les coordonnées F le symétrique de D par rapport à B, en utilisant celles de D et de B

6) que peut on dire du quadrilatère ABEF ?

**Exercice 2** Soit A, B et C trois points de coordonnées respectives (1 ;-3) ; (-1 ;-2) ; (1 ;2).Déterminer la nature du triangle ABC

**Exercice 3** Soit A, B et C trois points de coordonnées respectives $\left(x\_{A};y\_{A}\right) $;$ \left(x\_{B};y\_{B}\right) $;$ \left(x\_{C};y\_{C}\right)$ dans un repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) Soit I le milieu de [AB] en déduire les coordonnées de I en fonction de celles de A et B.

2) Que représente la droite (CI) pour le triangle ABC

3) Soit G le centre de gravité de ABC, prouvez que $\vec{CG}=\frac{2}{3}\vec{CI}$

4) En déduire une démonstration de la formule du cours donnant les coordonnées de G en fonction de celle de A, B et C.

5) Que vaut $\vec{AG}+\vec{BG}+\vec{CG}$ ?

**Correction**



**Exercice 1**

2)

$\vec{AD}=\vec{AB}+\vec{AC}$ Donc $\vec{AD}-\vec{AB}=\vec{AC}$ Donc $\vec{AD}+\vec{BA}=\vec{AC}$

Donc $\vec{BA}+\vec{AD}=\vec{AC}$ donc $\vec{BD}=\vec{AC}$ donc ABDC est un parallélogramme.

3)

on a **A(0 ;0), B(1 ;0) et C(0 ;1)** par définition du repère (A ;$ \vec{AB};\vec{AC}$)

$\vec{AD}=\vec{AB}+\vec{AC}$ donc **D (1 ;1)**

Les parallélogrammes ont leurs diagonales qui se coupent en leur milieu donc O est le milieu de [AD] ;

donc $\vec{AO}=0,5\vec{AD}=0,5\left(\vec{AB}+\vec{AC}\right)=0,5\vec{AB}+0,5\vec{AC}$ donc **O(0,5 ;0,5)**

$\vec{AE}=\vec{AD}+\vec{DE}=\left(\vec{AB}+\vec{AC}\right)+\left(\vec{AB}-2\vec{AC}\right)=2\vec{AB}-1\vec{AC}$ donc **E(2 ;-1)**

4)

$\vec{DJ}=2\vec{DO}+0,5\vec{AC}$ donc $\vec{AJ}=\vec{AD}+\vec{DJ}=\vec{AD}+2\vec{DO}+0,5\vec{AC}$

Or O étant le milieu de [AD] on a $2\vec{DO}=-\vec{AD}$ et donc :

$\vec{AJ}=\vec{AD}-\vec{AD}+0,5\vec{AC}=0,5 \vec{AC}$ donc J est le milieu de [AC], et **J(0 ;0,5)**.

5)

On sait que F le symétrique de D par rapport à B donc B est le milieu de [FD], donc $\vec{DB}=\vec{BF}$ donc $\vec{DB}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{1-1}{0-1}\right)=\vec{BF}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{x\_{F}-1}{y\_{F-0}}\right)$ or deux vecteurs sont égaux si et seulement si leurs coordonnées sont égales don on a (1-1) =$x\_{F}-1$ et 0-1=$y\_{F}-0$ donc $x\_{F}=1$ et $y\_{F}=-1$

6) on sait que $\vec{AB}$ $\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{1}{0}\right)$ de plus $\vec{FE}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{2-1}{-1-(-1)}\right)$ donc $\vec{FE}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{1}{0}\right)$ ainsi on a $\vec{AB}=\vec{FE}$ donc ABEF est un parallélogramme.

**Exercice 2**

AB=$\sqrt{\left(-1-1\right)^{2}+(-2-\left(-3\right))²}=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$ AC=$\sqrt{\left(1-1\right)^{2}+(2-\left(-3\right))²}=\sqrt{0+25}=5$

CB=$\sqrt{\left(-1-1\right)^{2}+(-2-2)²}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$

On a donc AC²=AB²+CB² donc d’après la réciproque du théorème de Pythagore on peut affirmer que le triangle est rectangle en B.

**Exercice 3**

Soit A, B et C trois points de coordonnées respectives $\left(x\_{A};y\_{A}\right) $;$ \left(x\_{B};y\_{B}\right) $;$ \left(x\_{C};y\_{C}\right)$ dans un repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) I$\left(\frac{x\_{A}+x\_{B}}{2};\frac{y\_{A}+y\_{B}}{2}\right) $ 2) la droite (CI) est la médiane issue de C pour le triangle ABC.

3) Soit G le centre de gravité de ABC, donc d’après le cours de 4ème on a G qui est sur toutes les médianes donc sur (CI) et en plus elle sera au deux tiers en partant du sommet, ainsi $\vec{CG}=\frac{2}{3}\vec{CI}$

4) On veut les coordonnées de G on peut les obtenir en trouvant les coordonnées du vecteur $\vec{OG}$.

 $\vec{OG}=\vec{OC}+\vec{CG}=\vec{OC}+\frac{2}{3}\vec{CI}$ on a $\vec{CI}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{\frac{x\_{A}+x\_{B}}{2}-x\_{C}}{\frac{y\_{A}+y\_{B}}{2}-y\_{C}}\right)$ donc $\vec{CI}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{\frac{x\_{A}+x\_{B}-2x\_{C}}{2}}{\frac{y\_{A}+y\_{B}-2y\_{C}}{2}}\right)$ donc $\frac{2}{3}\vec{CI}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{\frac{x\_{A}+x\_{B}-2x\_{C}}{3}}{\frac{y\_{A}+y\_{B}-2y\_{C}}{3}}\right)$ et $\vec{OC}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{x\_{C}}{y\_{C}}\right)$ donc $\vec{OG}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{\frac{x\_{A}+x\_{B}-2x\_{C}}{3}+x\_{C}}{\frac{y\_{A}+y\_{B}-2y\_{C}}{3}+y\_{C}}\right)$ donc $\vec{OG}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{\frac{x\_{A}+x\_{B}+x\_{C}}{3}}{\frac{y\_{A}+y\_{B}+y\_{C}}{3}}\right)$ Donc G$\left(\frac{x\_{A}+x\_{B}+x\_{C}}{3}; \frac{y\_{A}+y\_{B}+y\_{C}}{3}\right)$

5) On sait que $\frac{2}{3}\vec{CI}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{\frac{x\_{A}+x\_{B}-2x\_{C}}{3}}{\frac{y\_{A}+y\_{B}-2y\_{C}}{3}}\right)$ donc $\vec{CG}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{\frac{x\_{A}+x\_{B}-2x\_{C}}{3}}{\frac{y\_{A}+y\_{B}-2y\_{C}}{3}}\right)$ de plus on a :$\vec{AG}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{\frac{-2x\_{A}+x\_{B}+x\_{C}}{3}}{\frac{-2y\_{A}+y\_{B}+y\_{C}}{3}}\right)$ et $\vec{BG}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{\frac{x\_{A}-2x\_{B}+x\_{C}}{3}}{\frac{y\_{A}-2y\_{B}+y\_{C}}{3}}\right)$ donc $\vec{AG}+\vec{BG}+\vec{CG}=\vec{0}$ (les coordonnées s’annulent)