Ensembles

Exercice I

Les évènements étant incompatibles, $A \cap B = \emptyset$ et donc $p(A \cap B) = 0$

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0{,}2 + 0{,}7 - 0 = 0{,}9$

$p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8 \quad p(\overline{B}) = 1 - p(B) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$

Exercice II

1) A = {2 ;4 ;6 ;8 ;10 ;12 ;14 ;16 ;18 ;20} B = {4 ;8 ;12 ;16 ;20}
C = {5 ;10 ;15 ;20} D = {2 ;6 ;10 ;14 ;18}

$P(A) = \frac{10}{20} = 0{,}5$ $P(B) = \frac{5}{20} = 0{,}25$ $P(C) = \frac{4}{20} = 0{,}2$ $P(D) = \frac{5}{20} = 0{,}25$

2)

$A \cap B$={4 ;8 ;12 ;16 ;20} donc $P(A \cap B) = P(B) = \frac{5}{20} = 0{,}25$

$A \cup B$={2 ;4 ;6 ;8 ;10 ;12 ;14 ;16 ;18 ;20} $P(A \cup B) = P(A) = \frac{10}{20} = 0{,}5$

$A \cap C$={10 ;20} $P(A \cap C) = \frac{2}{20} = 0{,}2$

$A \cup C$={2 ;4 ;5 ;6 ;8 ;10 ;12 ;14 ;15 ;16 ;18 ;20} $P(A \cup C) = \frac{12}{20} = 0{,}6$

Exercice III

cet exercice propose des conditions correspondant à la situation d'équiprobabilité.

a) $P(V) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$ $P(T) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ $P(F) = \frac{3 \times 4}{32} = \frac{3}{8}$

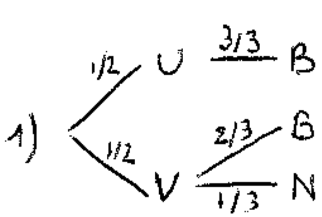
b) $F \cap T$={valet de trèfle, roi de trèfle, reine de trèfle} donc $P(F \cap T) = \frac{3}{32}$

$P(F \cup T) = P(F) + P(T) - P(F \cap T) = \frac{3}{8} + \frac{1}{4} - \frac{3}{32} = \frac{12}{32} + \frac{8}{32} - \frac{3}{32} = \frac{17}{32}$

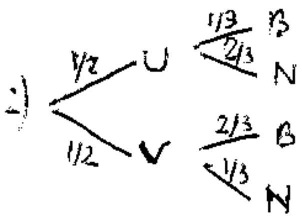
c) F ={ valet de cœur, roi de cœur, reine de cœur, valet de pique, roi de pique, reine de pique, valet de carreau, roi de carreau, reine de carreau, valet de trèfle, roi de trèfle, reine de trèfle,} donc $P(F) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$

arbres

Exercice IV



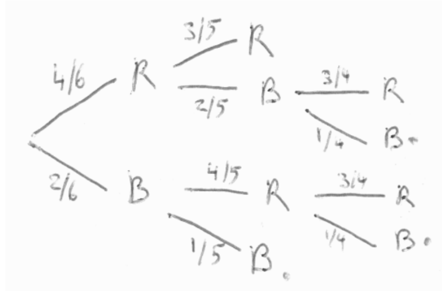
P(« tirer une boule blanche »)
$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$



P(« tirer une boule blanche »)
$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{1}{2}$

Exercice V

P(C)
= P({B,B})+ P({R,B,B}) + P({B,R,B})
$= \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} + \frac{4}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} + \frac{2}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{4}$
$= \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} = \frac{1}{5}$

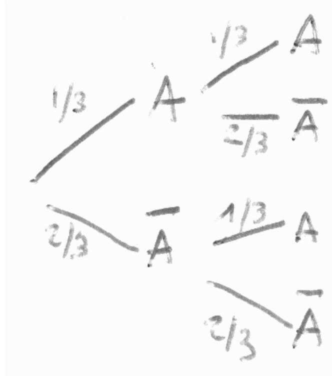


Exercice VI

Une urne contient cinq jetons numérotés I, II, III et IV.
On tire successivement deux jetons, avec remise.
C l'événement « obtenir deux numéros consécutifs »
P(C) = P({I,II})+P({II,III})+P({III,IV})+P({II,I})+P({III,II})+P({IV,III})
A l'aide d'un arbre on peut se rendre compte que chaque tirage a une probabilité $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$
D'être tiré donc $P(C) = \frac{1}{12} \times 6 = 0{,}5$

Exercice VII

Soit A l'événement sortir un numéro impair, $\overline{A}$ sera donc l'événement sortir un numéro pair, $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$ de plus je sais grâce à l'énoncé que $p(\overline{A}) = 2p(A)$ et donc :
$1 - p(A) = 2p(A)$ et donc $3p(A) = 1$ et ainsi
$p(A) = \frac{1}{3}$ et donc $p(\overline{A}) = \frac{2}{3}$
$\overline{A} = \{2; 4; 6\}$ on aura autant de chance de faire un 2 qu'un 4 qu'un 6 donc chacun des trois nombres pairs aura pour probabilité le tiers de la probabilité de faire un nombre pair, ainsi $P(\{6\}) = \frac{2}{9}$
On peut faire un arbre pour déterminer la probabilité d'avoir deux fois un chiffre paire, un autre pour deux fois un six, et on lira :



p(« deux fois un nombre pair ») $= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$
p(« faire deux fois de suite un 6») $= \frac{2}{9} \times \frac{2}{9} = \frac{4}{81}$

Exercice VIII

1. a) P(« tirer un jeton rouge ») $=\frac{2}{5}$

b) P(« d'obtenir au moins 2 points ») =P(« tirer un jeton rouge ou bleu»)$=\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$

2) a) b) P(A) = 1 - p($\overline{\mathrm{A}}$) = 1 – (P((B,B)) + P((R,R))+P((V,V))) $= 1-(0+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}) = \frac{4}{5}$

P(E) = P((R,R))+P((V,B))+ P((B,V))

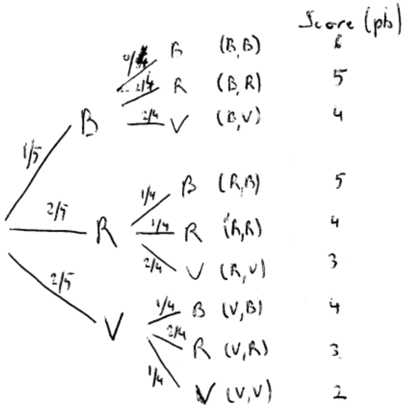
$=\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}=\frac{3}{10}$

P(C) = P((V,B))+ P((B,V))

$=\frac{1}{10}+\frac{1}{10}=\frac{1}{5}$

P(D) = P((R,R))+P((V,B))+P((B,V))+P((R,B))+P((B,R))+P((B,B))

$=\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+0=\frac{5}{10}=0{,}5$



second tirage / premier tirage	B	R	V	total
B	$\frac{1}{5}\times\frac{0}{5}=0$	$\frac{1}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$
R	$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$
V	$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}$
Total	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	1

Exercice IX

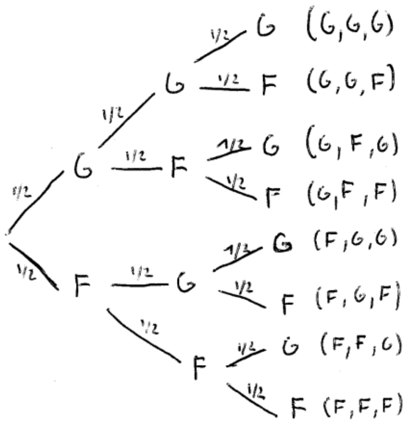
P(A) $=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

P(B) =2P(A)$=\frac{1}{8}\times 2=\frac{1}{4}$

C est l'événement contraire de « il auront moins de 1 fille » ou encore l'événement contraire de « ils auront trois garçons ») donc

P(C) = 1 $-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

P(D) $= P(\bar{B}) = 1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$



Exercice X

1. $\overline{\mathrm{A}}$ correspond à obtenir moins de un 6 , c'est-à-dire ne jamais obtenir de 6

2. à l'aide d'arbres on se rend compte que si n=1 p $(\overline{\mathrm{A}})=\frac{5}{6}$. si n = 2 p $(\overline{\mathrm{A}})=\left(\frac{5}{6}\right)^2$ si n = 3 p $(\overline{\mathrm{A}})=\left(\frac{5}{6}\right)^3$ on en déduit que p $(\overline{\mathrm{A}})=\left(\frac{5}{6}\right)^n$

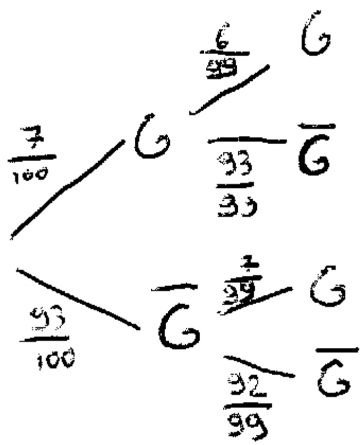
3. p(A) = 1 – p $(\overline{\mathrm{A}})=1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$

4. Donnez P(A) pour les n allant de 1 à 8

n	1	2	3	4
P(A)	$\frac{1}{6}$ 0,17	$\frac{11}{36}$ 0,31	$\frac{91}{216}$ 0,42	$\frac{671}{1296}$ 0,52

Exercice XI

Dans une loterie, 100 billets sont vendus et il y a 7 billets gagnants. Quelle est la probabilité de gagner au moins un lot si on achète : 1. Un billet ? 2. Deux billets ?



si on prends un billet la probabilité de gagner au moins un lot (ici , on ne pourra qu'en gagner qu'un seul) sera 7/100

si on prends deux billets, il est plus simple de calculer la probabilité de perdre deux fois puis de retirer à un cette probabilité :

P(au moins un lot) = P($\overline{aucun\ lot}$)

$= 1 –$ P(aucun lot) $= 1-\frac{93}{100}\times\frac{92}{99}$

$=\frac{9900}{9900}-\frac{8556}{9900}$

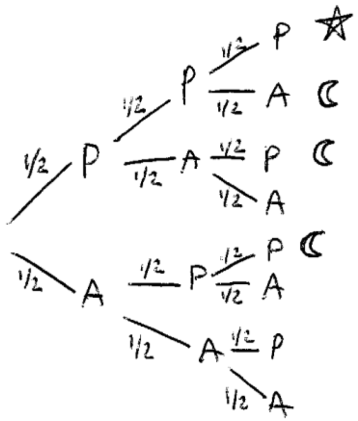
$=\frac{1344}{9900}=\frac{112}{825}$

Exercice XII

1.

2. a) P(« 3feux verts »)$=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

b) P(« 2 des 3 feux verts »)$= 3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$?



P : Feu vert ou Passe

A : Feu orange ou rouge

Tableaux

exercice XIII
P(« blanche et petite »)=1/3
P(« blanche ») =6/9=2/3
P(« petite ») = 4/9
P(« blanche ou petite »)=(6+4-3)/9=7/9

exercice XIV
1. P (« d'obtenir une fleur rouge »)=0,7*0,9=0,63
2. P(« d'obtenir une fleur jaune »)=0,3*08=0,24
3. P(« de ne pas obtenir de fleur »)=1 – 0,24 – 0,63 = 0,13
ou encore 0,7*0,1 + 0,3*0,2=0,07+0,06=0,13

exercice XV

défaut B / défaut A	oui	non	total
oui	40	60	100
non	40	860	900
total	80	920	1000

1. P(« il ne présente aucun défaut »)=860/1000=0.86=86%.
2. P (« il présente le défaut A seulement »)=60/1000=6%.
3. P(« il présente le défaut B seulement »)=40/1000=4%.

exercice XVI

instrument / sexe	I	$\bar{I}$	total
F	18	30	48
$\bar{F}$	22	30	52
total	40	60	100

chez d'étudiants du groupe I (constituant 40% de la population totale), 45 % sont des filles,
0,45*0,4=0,18 donc 18% de la population étudiante est constituée de fille sachant jouer d'un instrument.
On interroge un étudiant au hasard. Quelle est la probabilité pour que ce soit :
1. P(« un garçon »)=52/100
2.P(« un étudiant du groupe I»)= 40/100
3. P(« une fille sachant jouer d'un instrument de musique »)=18/100
4. P(« un garçon sachant jouer d'un instrument de musique »)=22/100

Exercice XVII
Deux lignes téléphoniques A et B arrivent à un standard. On note :
E_1 = "la ligne A est occupée" E_2 = "la ligne B est occupée"
Après étude statistique, on admet les probabilités :
$p(E_1) = 0,5$; $p(E_2) = 0,6$ et $p(E_1 \cap E_2) = 0,3$
Calculer la probabilité des événements suivants :
F = "la ligne A est libre"
G = "une ligne au moins est occupée"
H = "une ligne au moins est libre"
(On pourra s'aider d'un tableau à deux entrées)

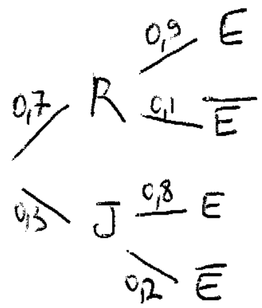
P(F) = 0,5
P(G) = 0,3+0,3 + 0,2 = 0,8
P(H)=0,3+0,2+0,2 = 0,7

ligne B / ligne A	occupée	libre	total
occupée	0,3	0,2	0,5
libre	0,3	0,2	0,5
total	0,6	0,4	1

Exercice XVIII Le tong (jeu indien)
1. P(« les deux joueurs montrent le même nombre de doigts »)=$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
2. P(« le nombre total de doigts montrés par les deux joueurs soit un nombre pair »)= $\frac{5}{9}$

Joueur 1 / Joueur 2	1	2	3
1	2	3	4
2	3	4	5
3	4	5	6

Exercice 15
1. P(F)=1-P(P)=1-$\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.



2.

P((P,P,P)) =$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$
P(« 2 piles et une face ») = P((P,P,F)) + P((P,F,P)) + P((F,P,P)) = $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$
$= 3 \times \frac{2}{27} = \frac{2}{9}$

Exercice XX

second tirage / premier tirage	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

a) P(« Obtenir un nombre pair")=$\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$
b) P("Obtenir un nombre impair")=$\frac{1}{2}$
c) P("Obtenir 12")=$\frac{1}{36}$
d) P("Obtenir 14")=0

Exercice XXI
- 86% de 350 = 301
- 66% de 350 vaut 231 ;
- $\frac{4}{7}$ de 49 vaut 28 ;

a) P(A) = 49/350=7/50
P(B)=117/350 ;
P (C)= (19+28)/350 = 47/350

catégorie / dépense	au foyer	salarié	total
moins de 40	98	19	117
entre 40 et 200	203	28	231
plus de 200	0	2	2
Total	301	49	350

a) Calculer la probabilité des événements A, B, et C.
b) Traduire par une phrase l'événement $A \cup B$: " elle est salariée ou a dépensé moins de 40€ » " $P(A \cup B)$ =(98+19+28+2)/350=147/350.
c) 117/350≈ 33,4%

Dénombrement

exercice XXII
1.Il y a 9*10*10*10*10*10 = 900000 nombres de 6 chiffres ne commençant par 0 , il y a 25 lettres qui ne sont pas des O donc il y aura en tout 25 * 900 000 = 22 500 000 indicatifs possibles
2. 26*26*26*26 = 456 976 il y adonc moins de codes que d'indicatifs et donc nécessairement plusieurs sociétaires qui auront le même code

exercice XXXIII
Un institut de sondage réalise une enquête sur les goûts des Français en matière de sport. Dix sports différents ont été retenus, quatre sports d'équipe (football, rugby, volley-ball, basket-ball), six sports individuels (tennis, golf, natation, escrime, patinage, équitation). Lors de l'enquête, on demande à la personne interrogée de choisir cinq sports parmi les dix cités et de les classer par ordre de préférence, sans ex-aequo.
On suppose que toutes les réponses possibles sont équiprobables.
1. 10*9*8*7*6*5
2. Il devrait y avoir autant de chance que le tennis arrive en premier que n'importe quel autre sport donc 1/10
3. Il faut compter le nombre de combinaison de 5 sports individuels parmi les 6 possibles (6choix pour le premier, puis 5choix pour le second, …, 2choix pour le second), puis diviser ça par le nombre de choix possibles donc on a (6*5*4*3*2)/(10*9*8*7*6*5)
4. Avec un raisonnement analogue les combinaisons de trois sports d'équipe en première position suivies de 2 sports individuels sera : 4*3*2*1*6*5 (en effet il y a 4 possibilité pour le premier sport (vu qu'il n'y a que 4 sports d'équipe possibles), puis 3 possibilités pour le second sport (4 sports possibles moins 1 qui a déjà été pris), deux possibilités pour le troisième sport (même raisonnement) et un sport pour la quatrième position (idem), pour la cinquième position on a le choix entre 6 sports individuels, et pour la dernière position le choix est parmi les six sports moins un qui vient juste d'être pris), la probabilité sera donc (4*3*2*1*6*5)/ (10*9*8*7*6*5)

Exercice XXIV
Dans un club sportif, quinze garçons, dont Eric et Paul, jouent au football ; l'entraînement est fait de telle sorte que chaque garçon est capable d'occuper n'importe quel poste.
Pour former une équipe, on tire au sort onze joueurs parmi les quinze joueurs du club et on leur attribue au hasard un numéro de 1 à 11, chaque numéro correspondant à un poste.
Quelle est la probabilité de chacun des événements suivants :
1. P(« Eric occupe le poste de gardien de but ») = 1/15
2. P(« Paul est dans l'équipe »)=11/15
3. il ya $(^{2})$On sélectionne Eric et Paul ? 4. On sélectionne Eric ou Paul ?

Exercice XXV
Dans une tombola, on a vendu 10000 billets numérotés de 0000 à 9999.
1. si on faisait un arbre on aurait $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\ 000$ branches, et chacune aurait autant de chance d'être choisie qu'un autre.
Comment ferait on pour sélectionner que les bonnes branches donnant au final un numéro sans répétition, pour le chiffre des milliers 10 choix sont acceptables, puis quand on passe au choix du chiffre suivant on n'aurait plus que 9 choix vu qu'un chiffre est déjà prix pour les milliers, puis pour le choix des dizaines on n'a que 8 choix possibles car deux chiffres sont déjà pris , pour les unités on ne pourra choisir que parmi 7 chiffres , ainsi on aura : $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$ choix possibles
P(« numéro constitué de quatre chiffres (tous) distincts ») = $\frac{1}{5040}$
2. il y a en tout dix nombres constitués de chiffres identiques 0000, 1111, …, 9999
Donc P(« le billet porte un numéro constitué de quatre chiffres identiques »)=$\frac{10}{10000} = \frac{1}{1000}$

Divers

exercice XXVI
1. 45%
2. 0,45*0,2=0,09 , la probabilité que la personne tirée au hasard soit O- est donc de 9%
3. 0,4*0,18+0,10*0,19+0,05*0,17+0,45*0,2 = 0,072+0,019+0,0085+0,09 = 0,1045 la probabilité est donc de 10,45%

A	B	AB	O
40%	10%	5%	45%

Exercice XXVII
Un dé (à six faces numérotées de 1 à 6) est truqué de la façon suivante :
$P(1) = P(2)$ $P(2) = \frac{2}{3}P(3)$ $P(3) = P(4)$
$P(4) = \frac{2}{3}P(5)$ $P(5) = P(6)$
Calculer P(1), P(2), P(3), P(4), P(5) et P(6)
Exprimons les différentes probabilités en fonction de P(3)
$P(1) = P(2) = \frac{2}{3}P(3)$; $P(3) = P(4)$; $P(5) = P(6)=\frac{3}{2}P(3)$
Or on sait que $P(1) + P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6) = 1$
Donc $\frac{2}{3}P(3) +\frac{2}{3}P(3) + P(3)+ P(3)+ \frac{3}{2}P(3)+ \frac{3}{2}P(3) = 1$
Ainsi $\frac{19}{3}P(3) =1$ et donc $P(3) = \frac{3}{19}$ et donc
$P(1) = P(2) = \frac{2}{19}$; $P(3) = P(4) = \frac{3}{19}$; $P(5) = P(6)= \frac{9}{38}$

exercice XXVIII

Relever la (ou les) réponse(s) exacte(s).

I. 1. b) 49,5 %   (40+28+31)/200 = 0,495

2. c) 50,5 % car 100 – 49,5 = 50,5

3. c) 47 % (28 + 35 + 31)/200= 0,47

4. a) pair et   c) 2

II. 5 a) 4,5 %   0,3*0,15 = 0,045

6. a) 70 %   100%-30% = 70%

7 a) 65 %   b) 21 %   c) 19,5 %

8. a) 3 %   0,3*(0,15-0,05)= 0,03

III. On s'intéresse aux variations de prix d'un produit donné.

9. c) 21 % (1+10/100)(1+10/100) = 1,21 = 1 + 21/100

10.c) une baisse de 1 % (1+10/100)(1-10/100) = 1 – 1/100