

Ensembles

Exercice I

Dans un univers Ω , on donne deux événements A et B incompatibles tels que $p(A) = 0,2$ et $p(B) = 0,7$. Calculer $p(A \cap B)$, $p(A \cup B)$, $p(\bar{A})$ et $p(\bar{B})$.

Exercice II

E est l'ensemble des nombres de 1 à 20 inclus. On choisit au hasard l'un de ces nombres.

1) Quelle est la probabilité des événements suivants :

$A =$ "il est un multiple de 2" $B =$ "il est un multiple de 4"

$C =$ "il est un multiple de 5" $D =$ "il est un multiple de 2 mais pas de 4"

2) Calculer la probabilité de $A \cap B$, $A \cup B$, $A \cap C$ et $A \cup C$

Exercice III

On considère un jeu de 32 cartes.

Note : la composition d'un jeu de 32 cartes est la suivante : 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; valet ; dame ; roi ; as pour chacune des 4 "couleurs" : coeur ; carreau ; trèfle et pique.

On tire, au hasard, une carte du paquet. Chaque carte ayant autant de chance d'être choisie.

On considère les événements suivants :

$V =$ "Obtenir un valet" $T =$ "Obtenir un trèfle"

$F =$ "Obtenir une figure" (les figures sont les valets, les dames et les rois)

a) Calculer les probabilités suivantes : i) $p(V)$ ii) $p(F)$ iii) $p(T)$

b) Décrire l'événement $F \cap T$ puis calculer sa probabilité $p(F \cap T)$.

En déduire la probabilité $p(F \cup T)$ d'obtenir une figure ou un trèfle.

c) Décrire l'événement F et calculer (simplement !) sa probabilité $p(F)$

Arbres

Exercice IV

1. Une urne U contient 3 boules blanches et une urne V contient deux boules blanches et une boule noire. On choisit une urne au hasard puis on tire une boule dans l'urne choisie.

Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?

2. L'urne U contient à présent une boule blanche et une boule noire, et l'urne V contient deux boules blanches et une boule noire.

On choisit une urne au hasard puis on tire une boule dans l'urne choisie.

Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?

Exercice V

Un sac contient quatre jetons rouges et deux jetons bleus.

On tire des jetons, sans remise, jusqu'à obtention d'un jeton de même couleur qu'un des jetons précédemment tirés. Calculer la probabilité que les deux jetons de même couleur soient bleus.

Exercice VI

Une urne contient quatre jetons numérotés I, II, III et IV.

On tire successivement deux jetons, avec remise.

Quelle est la probabilité d'obtenir deux numéros consécutifs ?

Exercice VII

Un dé (à 6 faces) est truqué de la façon suivante : chaque chiffre pair a deux fois plus de chance de sortir qu'un numéro impair.

1. Calculer la probabilité d'obtenir un 6.

2. On lance deux fois le dé. a) Calculer la probabilité d'obtenir deux fois un chiffre pair

b) Calculer la probabilité d'obtenir deux fois un 6.

Exercice VIII

Un sac contient 5 jetons : • un bleu valant 3 points • deux rouges valant chacun 2 points

• deux verts valant chacun 1 point.

1. On tire un jeton au hasard : a) Quelle est la probabilité de tirer un jeton rouge ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 2 points ?

2. On tire un jeton, puis un deuxième sans remettre le premier dans le sac.

a) Faire un arbre (ou un tableau) indiquant tous les tirages possibles.

b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

$A =$ "Tirer deux jetons de couleurs différentes" $E =$ "Obtenir exactement 4 points"

$C =$ " Obtenir 4 points avec deux jetons de couleurs différentes"

$D =$ "Obtenir au moins 4 points"

Exercice IX

Un couple de futurs parents décide d'avoir trois enfants.

On fait l'hypothèse qu'ils auront, à chaque fois, autant de chances d'avoir un garçon qu'une fille et qu'il n'y aura pas de jumeaux. Calculer la probabilité des événements :

$A =$ "ils auront trois filles" $B =$ "ils auront trois enfants de même sexe"

$C =$ "ils auront une fille ou plus" $D =$ "les trois enfants ne seront pas tous du même sexe"

Exercice X

On lance n dés ($n \geq 1$). On note A l'événement "obtenir au moins un 6".

1. Décrire \bar{A}

2. Exprimer en fonction de n la probabilité $p(\bar{A})$.

3. En déduire que $p(A) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$

4. Donner $P(A)$ pour les n allant de 1 à 4

Exercice XI

Dans une loterie, 100 billets sont vendus et il y a 7 billets gagnants. Quelle est la probabilité de gagner au moins un lot si on achète : 1. Un billet ? 2. Deux billets ?

Exercice XII

Pour se rendre à son travail, un automobiliste rencontre trois feux tricolores. On suppose que les feux fonctionnent de manière indépendante, que l'automobiliste s'arrête s'il voit le feu orange ou rouge et qu'il passe si le feu est vert. On suppose de plus que chaque feu est vert durant un temps égal à rouge et orange (autrement dit, l'automobiliste a autant de chance de passer que de s'arrêter)

1. Faire un arbre représentant toutes les situations possibles.
2. Quelle est la probabilité que l'automobiliste ait : a) 3 feux verts ? b) 2 des 3 feux verts ?

Tableaux

Exercice XIII

Dans un sac, il y a des grosses boules et des petites; ces boules sont blanches ou noires. On sait qu'il y a 5 grosses et 4 petites parmi lesquelles 6 sont blanches et 3 noires.

1. Sachant qu'il y a trois boules à la fois blanches et grosses, déterminer le nombre de boules " petites et noires ", " grosses et noires ", " petites et blanches ". (On pourra utiliser un tableau à double entrée).
2. On tire une boule au hasard, chaque boule ayant la même probabilité d'être tirée. Quelles sont les probabilités pour qu'elle soit: blanche et petite ? blanche ? petite ? blanche ou petite ?

Exercice XIV

Deux grossistes produisent des bulbes de tulipes:

- le premier, des bulbes à fleurs rouges dont 90 % donnent une fleur,
- le second, des bulbes à fleurs jaunes dont 80 % donnent une fleur.

Un horticulteur achète 70 % des bulbes qu'il cultive au premier grossiste et le reste au second. Un bulbe donne au plus une fleur. L'horticulteur plante un bulbe au hasard. Quelle est la probabilité : 1. d'obtenir une fleur rouge ? 2. d'obtenir une fleur jaune ?

3. de ne pas obtenir de fleur ?

Exercice XV

Un appareil fabriqué en très grande série peut être défectueux à cause de deux défauts seulement désignés par A et B.

Dans un lot de 1 000 appareils prélevés, on a constaté que 100 appareils présentaient le défaut A (et peut-être aussi le défaut B), 80 appareils présentaient le défaut B (et peut-être aussi le défaut A) et 40 présentaient simultanément les défauts A et B.

Un client achète un des appareils produites. Calculer:

1. la probabilité pour qu'il ne présente aucun défaut.
2. la probabilité pour qu'il présente le défaut A seulement.
3. la probabilité pour qu'il présente le défaut B seulement.

exercice XVI

Une enquête est faite auprès de la population étudiante d'un campus universitaire. On note F la population féminine, I l'ensemble des étudiants, garçons et filles, sachant jouer d'un instrument de musique.

L'enquête révèle que: F représente 48 % de la population étudiante; I représente 40 % de la population étudiante; chez les étudiants du groupe I, 45 % sont des filles.

On interroge un étudiant au hasard. Quelle est la probabilité pour que ce soit :

1. un garçon ? 2. un étudiant du groupe I ? 3. une fille sachant jouer d'un instrument de musique ? 4. un garçon sachant jouer d'un instrument de musique ?

Exercice XVII

Deux lignes téléphoniques A et B arrivent à un standard. On note :

$E_1 =$ "la ligne A est occupée" $E_2 =$ "la ligne B est occupée"

Après étude statistique, on admet les probabilités :

$p(E_1) = 0,5$; $p(E_2) = 0,6$ et $p(E_1 \cap E_2) = 0,3$

Calculer la probabilité des événements suivants :

$F =$ "la ligne A est libre" $G =$ "une ligne au moins est occupée"

$H =$ "une ligne au moins est libre" (On pourra s'aider d'un tableau à deux entrées)

Exercice XVIII *Le tong (jeu indien)*

Deux joueurs montrent simultanément un, deux ou trois doigts de leur main gauche. On suppose que chacun des deux joueurs montre de façon équiprobable un, deux ou trois doigts.

1. Quelle est la probabilité que les deux joueurs montrent le même nombre de doigts ?
2. Quelle est la probabilité que le nombre total de doigts montrés par les deux joueurs soit un nombre pair ? (On pourra s'aider d'un tableau)

Exercice XIX

On considère une pièce de monnaie truquée. On désigne par P l'événement "obtenir Pile" et par F l'événement "obtenir Face".

1. On sait que la probabilité $p(P)$ d'obtenir "Pile" est égale à $\frac{1}{3}$. Calculer $p(F)$.
2. On lance trois fois cette pièce de monnaie. Faire un arbre (complet) correspondant à cette expérience puis calculez la probabilité de n'obtenir que des "Pile" et celle d'obtenir (globalement) deux fois "Pile" et une fois "Face".

Exercice XX

On lance deux dés (non truqués) numérotés de 1 à 6, et on fait la somme des numéros obtenus.

1. Recopier et compléter le tableau (6×6) suivant visualisant toutes les associations possibles

1. Calculer les probabilités des événements suivants :

- a) $P =$ "Obtenir un nombre pair" b) $I =$ "Obtenir un nombre impair"
- c) $A =$ "Obtenir 12" d) $B =$ "Obtenir 14".

Exercice XXI

Un sondage réalisé un lundi après-midi à la sortie d'un supermarché auprès de 350 femmes, a donné les résultats suivants :

- 86% d'entre elles sont des femmes au foyer, les autres sont salariées ;
- 66% d'entre elles ont dépensé entre 40 et 200 euros ;

catégorie	au foyer	salarié	total
dépense			
moins de 40			
entre 40 et 200			
plus de 200			
Total			

- parmi les femmes salariés, les $\frac{4}{7}$ ont dépensé entre 40 et 200 euros, et deux ont dépensé plus de 200 euros ;
- aucune femme au foyer n'a dépensé plus de 200 euros.

Compléter le tableau ci-dessus :

On choisit au hasard une de ces personnes interrogées. On considère les événements suivants : A : " elle est salariée " ; B : " elle a dépensé moins de 40 euros " ; C : " elle est salariée et a dépensé moins de 200 euros ".

- Calculer la probabilité des événements A , B , et C .
- Traduire par une phrase l'événement $A \cup B$: " elle ... " puis calculer la probabilité de l'événement $A \cup B$.
- Quel est le pourcentage de femmes interrogées ayant dépensé moins de 40 euros ?

Dénombrement

exercice XXII

La COVECO est une coopérative de vente par correspondance. Chaque sociétaire est muni d'un indicatif. De plus, pour commander par le réseau Minitel, il doit posséder un code secret personnel.

1. L'indicatif de sociétaire est formé d'un numéro de six chiffres suivi d'une lettre, répondant aux conditions suivantes : il peut y avoir répétition des chiffres, le premier chiffre à gauche ne peut être zéro, la lettre ne peut être O.

Il y a autant d'indicatifs que de sociétaires. Combien peut-il y avoir de sociétaires ?

2. Le code secret est composé de quatre lettres prises parmi les vingt-six de l'alphabet (donc O est, cette fois, utilisable), avec répétition possible.

Est-ce que tout sociétaire peut posséder un code secret ? (Justifier la réponse).

exercice XXIII

Un institut de sondage réalise une enquête sur les goûts des Français en matière de sport.

Dix sports différents ont été retenus, quatre sports d'équipe (football, rugby, volley-ball, basket-ball), six sports individuels (tennis, golf, natation, escrime, patinage, équitation).

Lors de l'enquête, on demande à la personne interrogée de choisir cinq sports parmi les dix cités et de les classer par ordre de préférence, sans ex-aequo.

On suppose que toutes les réponses possibles sont équiprobables.

- Dénombrer toutes les réponses possibles.
- Quelle est la probabilité pour que le tennis soit cité en premier ?
- Quelle est la probabilité pour que la réponse ne mentionne que des sports individuels ?

4. Quelle est la probabilité pour que les trois premiers sports cités soient des sports d'équipe, les deux derniers étant des sports individuels ?

exercice XXIV (niveau terminale)B

Dans un club sportif, quinze garçons, dont Eric et Paul, jouent au football ; l'entraînement est fait de telle sorte que chaque garçon est capable d'occuper n'importe quel poste. Pour former une équipe, on tire au sort onze joueurs parmi les quinze joueurs du club et on leur attribue au hasard un numéro de 1 à 11, chaque numéro correspondant à un poste.

Quelle est la probabilité de chacun des événements suivants :

- Eric occupe le poste de gardien de but ?
- Paul est dans l'équipe ?
- On sélectionne Eric et Paul ?
- On sélectionne Eric ou Paul ?

Exercice XXV

Dans une tombola, on a vendu 10000 billets numérotés de 0000 à 9999.

- Quelle est la probabilité qu'un billet pris au hasard porte un numéro constitué de quatre chiffres (tous) distincts ?
- Quelle est la probabilité qu'un billet pris au hasard porte un numéro constitué de quatre chiffres identiques ?

Divers

Exercice XXVI

Le sang humain est classé en 4 groupes distincts : A, B, AB et O. Indépendamment du groupe, le sang peut posséder le facteur Rhésus. Si le sang d'un individu possède ce facteur, il est dit de Rhésus positif (Rh+), sinon il est dit de Rhésus négatif (Rh-).

Sur une population P les groupes sanguins se répartissent d'après le tableau suivant :

A	B	AB	O
40%	10%	5%	45%

Pour chaque groupe, la population d'individus possédant ou non le facteur Rhésus se répartit d'après le tableau ci-dessous :

Un individu ayant un sang de groupe O et Rhésus négatif est appelé un donneur universel.

1. Quelle est la probabilité pour qu'un individu pris au hasard dans la population P ait un sang du groupe O ?

2. Quelle est la probabilité pour qu'un individu pris au hasard dans la population P soit un donneur universel ?

3. Quelle est la probabilité pour qu'un individu pris au hasard dans la population P ait un sang de Rhésus négatif ?

Groupe	A	B	AB	O
Rh+	82%	81%	83%	80%
Rh-	18%	19%	17%	20%

Exercice XXVII

Un dé (à six faces numérotées de 1 à 6) est truqué de la façon suivante :

$$P(1) = P(2) \quad P(2) = \frac{2}{3}P(3) \quad P(3) = P(4) \quad P(4) = \frac{2}{3}P(5) \quad P(5) = P(6)$$

Calculer $P(1)$, $P(2)$, $P(3)$, $P(4)$, $P(5)$ et $P(6)$

Bonus

Pourcentages

exercice XXVIII

Relever la (ou les) réponse(s) exacte(s).

1	2	3	4	5	6
30	40	36	28	35	31

I. On lance 200 fois un dé pipé. Le tableau ci-dessous donne le nombre d'apparitions de chaque numéro. On admet la stabilité des résultats si on procède à d'autres jets.

1. Le pourcentage d'apparition d'un numéro pair est : a) 50 % b) 49,5 % c) 50,5 %
2. Le pourcentage d'apparition d'un numéro impair est : a) 50 % b) 49,5 % c) 50,5 %
3. Le pourcentage d'apparition d'un numéro ≥ 4 est : a) 41 % b) 50 % c) 47 %
4. Le numéro qui apparaît le plus souvent est : a) pair b) 6 c) 2

II. Dans une population de lycéens, 30 % font du sport hors du lycée. Parmi les sportifs, 15 % font du volley, 20 % de la natation, et 5 % font à la fois du volley et de la natation.

Alors, le pourcentage de lycéens faisant :

5. du volley hors du lycée est : a) 4,5 % b) 50 % c) 15 %
6. aucun sport hors du lycée est : a) 70 % b) 65 % c) 30 %
7. un sport mais ni volley, ni natation est : a) 65 % b) 21 % c) 19,5 %
8. du volley, mais pas de natation est : a) 3 % b) 10 % c) 4,5 %

III. On s'intéresse aux variations de prix d'un produit donné.

9. Deux augmentations successives de 10 % donnent une augmentation de : a) 20 % b) 12,1 % c) 21 %
10. Une augmentation de 10 % puis une baisse de 10 % donnent : a) un prix inchangé b) une augmentation de 1 % c) une baisse de 1 %