Corrections d’exercices sur la trigonométrie

Exercice 1P186
Dans le triangle ABC rectangle en A on a : $\cos(\widehat{ACB}) = \frac{adj}{hyp} = \frac{7}{10} = 0{,}7$
Ainsi : $\widehat{ACB} = cos^{-1}(0{,}7) \approx 46°$

Exercice 4P186
Dans le triangle ABC rectangle en A on a : $\sin(\widehat{ACB}) = \frac{opp}{hyp} = \frac{AB}{BC}$
Application Numérique (A.N.) $\sin(42) = \frac{5}{BC}$ donc $BC = \frac{5}{\sin(42)} \approx 7{,}5cm$

Exercice 7P186
Dans le triangle OBC rectangle en O, on a : $\tan(\widehat{OCB}) = \frac{opp}{adj} = \frac{OB}{OC} = \frac{0{,}6}{1{,}65}$, et $\sin(\widehat{CBO}) = \frac{opp}{adj} = \frac{OC}{OB} = \frac{1{,}65}{0{,}6}$
Ainsi $\widehat{OCB} = tan^{-1}\left(\frac{0{,}6}{1{,}65}\right) \approx 20°$, et $\widehat{CBO} = tan^{-1}\left(\frac{1{,}65}{0{,}6}\right) \approx 70°$

Exercice 8P186
a) $\frac{\pi}{2}: B \;\; ; \frac{\pi}{4}: P \;\; ; \frac{3\pi}{4}: F \;\; ; -\frac{\pi}{4}: R \;\; ; \frac{-\pi}{2}: B' \;\; ; \frac{-3\pi}{4}: V$
b) $\frac{\pi}{3}: M \;\; ; \frac{2\pi}{3}: E \;\; ; \frac{-\pi}{3}: S \;\; ; -\frac{2\pi}{3}: T$

Exercice 10P186
1 a) $\frac{7\pi}{6}: U \;\; ; \frac{-5\pi}{6}: U$ b) $\frac{3\pi}{2}: B' \;\; ; \frac{-\pi}{2}: B$
2 $\frac{-\pi}{4}$ car $\frac{7\pi}{6} - 2\pi = \frac{-\pi}{4}$

Exercice 13P187
Nous avons à faire à un hexagone régulier, donc chaque angle au centre vaut $\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ ou encore 60°
A est à 0 radian ou 0 degrès , pour passer d’un point au suivant on ajoute $\frac{\pi}{3}$ ou encore 60°.ainsi :

	A	B	C	D	E	F
En radian	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$
En degrès	0	60	120	180	240	300

Exercice 16P187
a 36° b 72° c 75° d 54° e 150° f 135° g 210° h 300°

Exercice 18P187
a $\frac{\pi}{12}$ b $\frac{2\pi}{3}$ c $\frac{10\pi}{9}$ d $\frac{5\pi}{3}$ e $\frac{5\pi}{18}$ f $\frac{5\pi}{12}$ g $\frac{5\pi}{6}$ h $\frac{29\pi}{180}$

Exercice 22P188
$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, de la même manière on a : $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ et $\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

Exercice 23P188
Utilisation de la figure 4
Cos(-x) = cos (x) et sin(-x) = -sin(x) donc Cos($-\frac{\pi}{6}$) = cos ($\frac{\pi}{6}$) = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ et sin($-\frac{\pi}{6}$) = -sin($\frac{\pi}{6}$)= $\frac{-1}{2}$
Utilisation de la figure 2
Cos(π -x) = -cos (x) et sin(π -x) = sin(x) donc cos($\frac{5\pi}{6}$) = Cos(π -$\frac{\pi}{6}$) = -cos ($\frac{\pi}{6}$) = $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ et sin($\frac{5\pi}{6}$) = sin(π -$\frac{\pi}{6}$) = sin($\frac{\pi}{6}$)= $\frac{1}{2}$
Utilisation de la figure 3
Cos(π +x) = -cos (x) et sin(π +x) = -sin(x) donc cos($\frac{7\pi}{6}$) = Cos(π +$\frac{\pi}{6}$) = -cos ($\frac{\pi}{6}$) = $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ et sin($\frac{7\pi}{6}$) = sin(π +$\frac{\pi}{6}$) = -sin($\frac{\pi}{6}$)= $\frac{-1}{2}$

Utilisation de la figure 5

Cos($\frac{\pi}{2}$ -x) = sin(x)   et sin($\frac{\pi}{2}$ -x) = cos (x) donc cos($\frac{\pi}{3}$) = Cos($\frac{\pi}{2}$ -$\frac{\pi}{6}$) = sin ($\frac{\pi}{6}$) =$\frac{1}{2}$ et sin($\frac{\pi}{3}$) = sin($\frac{\pi}{2}$ -$\frac{\pi}{6}$) = cos($\frac{\pi}{6}$)= $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice 26P189

On sait que cos²(t) + sin²(t) = 1 donc sin²(t) = 1 – cos²(t) et ainsi $\sin(t) = \pm\sqrt{1 - \cos^2(t)}$

Si $t \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ alors le sinus de t sera nécessairement positif, donc $\sin(t) = +\sqrt{1 - \cos^2(t)}$

Avec cos(t) = 1/5 on aura : $\sin(t) = +\sqrt{\frac{24}{25}} = \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{25}} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

Si $t \in \left[-\frac{\pi}{2};0\right]$ alors le sinus de t sera nécessairement positif, donc $\sin(t) = -\sqrt{1 - \cos^2(t)}$

Avec cos(t) = 1/5 on aura : $\sin(t) = -\sqrt{\frac{24}{25}} = -\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{25}} = \frac{-2\sqrt{6}}{5}$

Exercice 28P189

La fonction Arcsin ou sin^{-1} est définie sur [-1 ;1] et a ses valeurs dans $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ donc il y aura peut être des ajustements à faire pour les question 2 ou t la valeur cherchée n'est pas dans $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

$\sin(t) = \propto$ donc $t = sin^{-1}(\propto)\ [2\pi]\ ou\ \pi - sin^{-1}(\propto)\ [2\pi]$

1) $\sin(t) = \frac{2}{3}$ donc $t = sin^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\ [2\pi]\ ou\ \pi - sin^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\ [2\pi]$ ainsi $t \approx 0{,}73\ [2\pi] ou\ 2{,}41\ [2\pi]$ ici on veut que t soit dans $[0;\frac{\pi}{2}[$ donc $t \approx 0{,}73$rad
2) $\sin(t) = \frac{3}{4}$ donc $t = sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)\ [2\pi]\ ou\ \pi - sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)\ [2\pi]$ ainsi $t \approx 0{,}85\ [2\pi] ou\ 2{,}29\ [2\pi]$ ici on veut que t soit dans $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$ donc $t \approx 2{,}29$rad
3) $\sin(t) = \frac{-1}{7}$ donc $t = sin^{-1}\left(\frac{-1}{7}\right)\ [2\pi]\ ou\ \pi - sin^{-1}\left(\frac{-1}{7}\right)\ [2\pi]$ ainsi $t \approx -0{,}14\ [2\pi] ou\ 3{,}28\ [2\pi]$ ici on veut que t soit dans $\left[-\frac{\pi}{2};0\right]$ donc $t \approx -0{,}14$ rad

Exercice 31P189

Du début du second carreau à la fin de l'avant dernier il s'est écoulé trois périodes. Donc il faut 9 carreaux pour faire trois périodes, donc chaque période correspond à 3 carreaux.

Exercice 32P189

Je sais que $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, donc je trace un trait vertical passant par le point de coordonnées (0,5 ;0) , il coupera le cercle en deux points, celui qui est dans le premier cadrant correspond à l'angle $\frac{\pi}{3}$.

$\frac{\pi}{4}$ n'est rien d'autre que la moitié de $\frac{\pi}{2}$, je trace la droite passant par (1 ;1) et l'origine du repère (la bissectrice de l'angle droit).

Pour $\frac{\pi}{12}$, je vais commencer à tracer l'angle $\frac{\pi}{6}$ (que l'on peut voir sur le dessin de l'énoncé), son sinus vaut 0,5, donc je vais trouver mon angle au niveau d'une des intersections entre la droite horizontale d'équation $y = \frac{1}{2}$ et le cercle trigonométrique ,plus précisément l'intersection de droite que l'on nommera M. Pour avoir $\frac{\pi}{12}$ je vais tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{AOM}$, il se trouve que AOM est isocèle en O, donc la bissectrice issue de O sera confondue avec la médiatrice de [MA], donc il ne me reste plus qu'à tracer un autre point équidistant de A et M (comme le point O) et de tracer la droite qui passera par O et ce point, elle coupera le cercle dans le premier quadrant en un point que l'on nommera N, il correspond à l'angle $\frac{\pi}{12}$

2)

$0 < \frac{\pi}{12} < \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{2}$

3) $\cos(0) > \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) > \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) > \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) > \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) > \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$, la fonction cos semble décroissante sur l'intervalle $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

$\sin(0) < \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) < \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) < \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) < \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) < \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$, la fonction sinus semble croissante sur l'intervalle $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

Exercice 34P190

1) $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ et $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$
3) $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\neq 1$ donc $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\neq\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}\right)$

Exercice 35P190

Pour résumer $\sin\left(\frac{\pi}{6}\times 2\right)=\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $2\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)=2\times\frac{1}{2}=1$ les deux expressions ne sont donc pas égales.

Exercice 37P190

$\sin(\widehat{AEB})=\frac{AB}{AE}$ =? ? ? de plus $\widehat{AEB}$ et $\widehat{CED}$ sont opposés par le commet donc ils sont de même mesure et donc de même sinus, ainsi : $\sin(\widehat{AEB})=\sin(\widehat{CED})=\frac{CD}{\sqrt{CD^2+CE^2}}=\frac{12}{\sqrt{225}}=\frac{12}{15}=0{,}8$

$\tan(\widehat{BAE})=\frac{BE}{BA}$ encore coincé ! zut alors ! donc on utilise le fait que si $\widehat{AEB}=\widehat{CED}$ et $\widehat{ABE}=\widehat{ECD}=\frac{\pi}{2}$ alors on aura $\widehat{BAE}=\widehat{CDE}$ et donc $\tan(\widehat{BAE})=\tan(\widehat{CDE})=\frac{EC}{CD}=\frac{9}{12}=0{,}75$