Fiche de révision : déterminer une équation d'une droite

Méthode 1 (cartésienne)

Je connais deux points de la droites $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$

Méthode

$M(x; y) \in (AB)$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \end{pmatrix}$ colinéaires

$\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AM}) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} (x_B - x_A) & (x - x_A) \\ (y_B - y_A) & (y - y_A) \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow (x_B - x_A)(y - y_A) - (y_B - y_A)(x - x_A) = 0$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ax + by + c = 0$

Exemple $A(5; 7)$ et $B(8; -3)$

$M(x; y) \in (AB)$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 8 - 5 \\ -3 - 7 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ -10 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - 5 \\ y - 7 \end{pmatrix}$ colinéaires

$\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AM}) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} 3 & (x - 5) \\ -10 & (y - 7) \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow 3(y - 7) - (-10)(x - 5) = 0$

$\Leftrightarrow 3y - 21 - (-10x + 50) = 0$

$\Leftrightarrow 3y - 21 + 10x - 50 = 0$

$\Leftrightarrow 10x + 3y - 71 = 0$

Méthode 2 (cartésienne)

Je connais un point $A(x_A; y_A)$ et un vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} x_u \\ y_u \end{pmatrix}$ de la droite (D)

(si on connait deux points on peut se servir de cette méthode en faisant une étape supplémentaire en déterminant les coordonnées du vecteur ayant pour extrémités les deux points… c'est un vecteur directeur de la droite.

Méthode

$(D) : ax + by + c = 0$

Comme $\vec{u}\begin{pmatrix} x_u \\ y_u \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (D) on peut dire que $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ et donc :

$a = y_u$ et $b = -x_u$ donc

$(D) : y_u x + (-x_u)y + c = 0$

Comme (D) passe par le point $A(x_A; y_A)$ on a :

$(D) : y_u x_A + (-x_u)y_A + c = 0$

Et donc $c = -y_u x_A + x_u y_A$

Donc $(D) : y_u x_A + (-x_u)y_A + (-y_u x_A + x_u y_A) = 0$

Exemple

Soit (D) la droite dirigée par $\vec{u}\begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$ et passant par $A(5; 11)$

(D) est une droite donc ses équations cartésiennes seront de la forme $ax + by + c = 0$

Comme $\vec{u}\begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (D) on peut fixer a et b en posant $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ et donc :

$a = -3$ et $b = -7$ donc

$(D) : -3x + (-7)y + c = 0$

Comme (D) passe par le point $A(5; 11)$ on a :

$(D) : -3 \times 5 + (-7) \times 11 + c = 0$

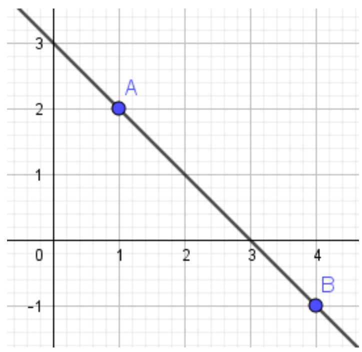
Et donc $c = 15 + 77$

Donc $(D) : -3x + (-7)y + 92 = 0$

Méthode 3 (réduite) Par lecture graphique :

Si on voit bien ou la droite coupe l'axe des ordonnées et que la montée observable quand on avance d'une unité est bien lisible alors on aura $y = mx + p$ avec m le coefficient directeur qui vaudra la montée effectuée quand on avance d'une unité sur la droite, p l'ordonnée à l'origine sera l'ordonnée du point d'intersection entre la droite et l'axe des ordonnées.

Exemple : ici la droite coupe l'axe des ordonnées en 3 donc $p = 3$ et quand on avance d'une unité sur la droite on descend de 1 donc $m = -1$ ainsi $(AB): y = -x + 3$



Méthode 4 (réduite)

Pour déterminer le coefficient directeur de la droite et l'ordonnée à l'origine de la droite je peux utiliser les formules $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ et $p = y_A - x_A m$

Exemple : dans la figure précédente $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1-2}{4-1} = -1$ et $p = y_A - x_A m = 2 - 1(-1) = 3$

ainsi $(AB): y = -x + 3$