

Fiches méthode :

Résolution d'inéquations ou l'on compare un quotient avec zéro

Etude du signe d'une expression :

On commence par faire l'étude de chacun des facteurs de l'expression

On détermine sur quel intervalle chaque facteur est positif, ce qui nous aidera à mettre les « + » dans les bonnes cases

on va pouvoir faire le tableau

D'abord sur la ligne des x , entre $-\infty$ et $+\infty$ on met toutes les valeurs d'annulation dans l'ordre croissant. Puis sur les lignes qui suivent on met les « + » là où notre étude précédente l'indique, ailleurs on mettra des moins et à la jonction des zéros.

Pour la ligne de synthèse on remplira les cases en utilisant la règle des signes des produits.

Sur les traits on mettra des zéros quand au-dessus il y a un zéro pour un facteur du numérateur et une double barre quand le zéro au-dessus correspond au dénominateur.

Pour ce qui est de la résolution d'inéquation on cherche les cases correspondant à l'inéquation (+ si on cherche à résoudre $Q > 0$ ou ≥ 0 , et - si on cherche à résoudre $Q < 0$ ou $Q \leq 0$)

Pour les crochets, ils sont ouverts si la valeur est interdite, si elle vaut $-\infty$ ou $+\infty$, ou si l'inégalité est stricte, sinon elle sera fermée.

Pour une équation $Q(x) = 0$ il nous suffira de glisser dans des accolades tous les x donnant des zéros à la ligne de synthèse.

Etudions le signe de $\frac{(3x-5)(8-x)}{(13-3x)(7+2x)}$

$$3x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{3}$$

$$8 - x \geq 0 \Leftrightarrow 8 \geq x$$

$$13 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow \frac{13}{3} \geq x$$

$$7 + 2x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{7}{2}$$

x	$-\infty$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{13}{3}$	8	$+\infty$
$3x - 5$	-	-	0 +	+	+	+
$8 - x$	+	+	+	+	0 -	-
$13 - 3x$	+	+	+	0 -	-	-
$7 + 2x$	-	0 +	+	+	+	+
Q	+		- 0 +		- 0 +	+

$$Q(x) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x \in] -7/2 ; 5/3] \cup] 13/3 ; 8]$$

$$Q(x) > 0 ,$$

$$S =] -\infty ; -7/2 [\cup] 5/3 ; 13/3 [\cup] 8 ; +\infty [$$

$$Q(x) = 0 \quad S = \left\{ \frac{5}{3} ; 8 \right\}$$

Simplifications de racines

Racine isolé

Je décompose le radicande sous forme de produit de facteurs premier, ou de carré s'ils sont apparents. Après un regroupement je sors tous les nombre au carrés de la racine (il perdront leur exposant en sortant)

$$\begin{aligned}\sqrt{588} &= \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 7^2} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3 \times 7^2} = 2 \times 7\sqrt{3} \\ &= 14\sqrt{3}\end{aligned}$$

Produit de racines

La propriété « le produit de deux racines est la racine du produit » permet de faire la fusion, pour terminer la simplification on se réfèrera au cas précédent.

$$\begin{aligned}\sqrt{60}\sqrt{231} &= \sqrt{60 \times 231} \\ &= \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 7 \times 11} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11} \\ &= 2 \times 3\sqrt{5 \times 7 \times 11} = 6\sqrt{385}\end{aligned}$$

Quotient de racines

Deux cas :

- 1) Si la racine du dénominateur est isolée ou si elle est un facteur, alors on multipliera le numérateur et dénominateur par cette racine. Simplification instantanée au dénominateur, au numérateur on utilisera la démarche décrit à « produit de racines »
- 2) si la racine du dénominateur est impliquée dans une addition ou une soustraction, on va compléter le dénominateur pour obtenir l'identité remarquable $(a+b)(a-b)$ en le multipliant par la quantité conjuguée du dénominateur (pour compenser on multipliera aussi le numérateur par la même expression)

$$\begin{aligned}\frac{7\sqrt{50}}{2\sqrt{45}} &= \frac{7\sqrt{50}\sqrt{45}}{2\sqrt{45}\sqrt{45}} = \frac{7\sqrt{50 \times 45}}{2 \times 45} \\ &= \frac{7\sqrt{2 \times 5^2 \times 5 \times 3^2}}{90} = \frac{7 \times 5 \times 3\sqrt{2 \times 5}}{90} \\ &= \frac{7 \times 5 \times 3\sqrt{10}}{3 \times 3 \times 5 \times 2} = \frac{7\sqrt{10}}{3 \times 2} = \frac{7\sqrt{10}}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{5-3\sqrt{2}}{3-\sqrt{10}} &= \frac{(5-3\sqrt{2})(3+\sqrt{10})}{(3-\sqrt{10})(3+\sqrt{10})} \\ &= \frac{15+5\sqrt{10}-9\sqrt{2}-3\sqrt{2}\sqrt{10}}{3^2-\sqrt{10}^2} \\ &= \frac{15+5\sqrt{10}-9\sqrt{2}-3\sqrt{2} \times 10}{9-10} \\ &= \frac{15+5\sqrt{10}-9\sqrt{2}-3\sqrt{2} \times 5}{-1} \\ &= \frac{15+5\sqrt{10}-9\sqrt{2}-3 \times 2\sqrt{5}}{-1} \\ &= -15 - 5\sqrt{10} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{5}\end{aligned}$$

x	$-\infty$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{13}{3}$	8	$+\infty$			
$3x - 5$	-	-	0	+	+	+			
$8 - x$	+	+	+	+	0	-			
$13 - 3x$	+	+	+	0	-	-			
$7 + 2x$	-	0	+	+	+	+			
Q	+		-	0	+		-	0	+