Devoir maison 2nde

Exercice 1

1) Une chemise coûtant 70€ est soldée deux fois consécutivement, une fois de 20% , une fois de 30% , quel est le nouveau prix ? Donner l'évolution totale en pourcents
2) Après une augmentation de 20% un tableau coûte 63,6€, combien vallait il initialement.
3) Une classe de 30 élèves est constituée de 40% de garçons dont $\frac{1}{3}$ jouent au volley ball plus d'une heure par jour. Combien de garçons jouent au volleyball plus d'une heure par jour ? quelle proportion de la classe cela représente-t-il ?
4) En 2019 le prix du pétrole Brent (un pétrole assez léger tiré d'une des champs de pétrole de la mer du nord) était de 25,6 dollars. Si on suppose que son prix augmente de 5% tous les ans, combien vaudra-t-il en 2027 ?
5) Compléter le tableau suivant :

Evolution en %	+5	-20	+30	-100			
Coefficient multiplicateur associé	1,05				3	1,2	0,5

Exercice 2

Résoudre les inéquations suivantes : $\frac{(9-x)(2x-1)}{x+3} \leq 0$ et $(2x+3)^2 \geq 9x^2$

Astuces :

- ce genre d'exercice pas toujours bien traité au DM précédent est fondamental, regardez la correction de ce dernier pour vous inspirer ou mieux regardez la fiche méthode proposée au début de l'année et reproduit à la fin du document.
- Pour la seconde inéquation il faudra faire une factorisation en utilisant une identité remarquable pour se ramener à une forme que l'on sait gérer.

Exercice 3

En vous inspirant des comparaison de fonctions de référence dans le polycopié de cours, on va comparer $\frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}$ et $\frac{1}{x^3}$ pour $x > 0$

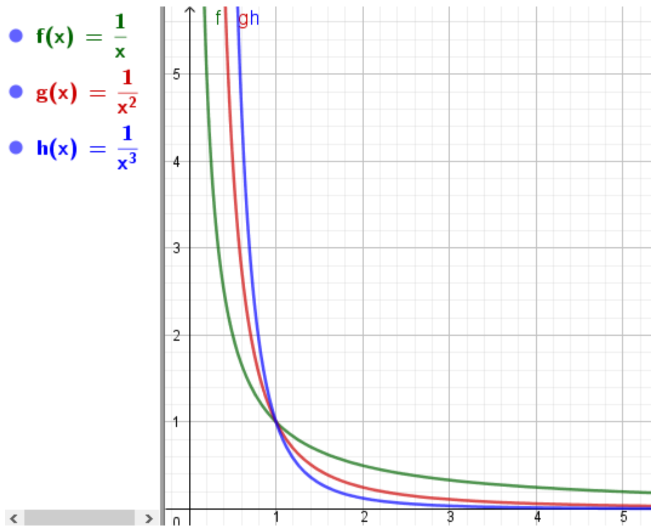
Posons f, g, et h trois fonctions qui a tout réel x de $]0;+\infty[$ associent respectivement $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{1}{x^2}$ et $h(x) = \frac{1}{x^3}$.

1. En observant les courbes ci contre , conjecturer la comparaison des réels $\frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}$ et $\frac{1}{x^3}$ pour $x > 0$.

2.a. Soit un réel $x \geq 1$, comparer x, x^2 et x^3.

b. en déduire la comparaison entre les réels $\frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}$ et $\frac{1}{x^3}$

3. comparer les réels $\frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}$ et $\frac{1}{x^3}$ pour $0 < x \leq 1$



Exercice 4 (exercice de recherche)

1. retrouver sur internet les formules du volume du cylindre et de la sphère

Dans un récipient cylindrique de rayon 10cm et de hauteur 30cm on place une bille de rayon 4cm.

On verse de l'eau dans le cylindre jusqu'à ce que la bille soit recouverte.

On retire la bille et on la remplace par une autre dont le rayon inconnu R est à différent de 4cm.

Dire suivant la valeur de R si l'eau recouvre exactement la nouvelle bille.

Exercice 5

Donner pour les trois séries suivantes la moyenne et la médiane (ou la classe médiane pour la troisième série)

Série 1 : 5, 9, 19, 25, 34, 57,68, 94

Série 2 :

Valeur	3	5	7	8
Effectif	8	7	3	1
Effectif cumulé croissant				

Série 3 :

Milieu de classe						
Valeur	[50 ;70[	[70 ;100[	[100 ;110[	[110 ;115[	[115 ;125[	[125 ;155[
Effectif	8	10	6	4	6	7
Effectif cumulé croissant						

Fiches méthode :

Résolution d’inéquations ou l’on compare un quotient avec zéro

Etude du signe d’une expression :

Etudions le signe de $\frac{(3x-5)(8-x)}{(13-3x)(7+2x)}$

On commence par faire l’étude de chacun des facteurs de l’expression

On détermine sur quel intervalle chaque facteur est positif, ce qui nous aidera a mettre les « + » dans les bonnes cases

$3x-5 \geq 0 \quad \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{3}$

$8-x \geq 0 \quad \Leftrightarrow 8 \geq x$

$13-3x \geq 0 \quad \Leftrightarrow \frac{13}{3} \geq x$

$7+2x \geq 0 \quad \Leftrightarrow x \geq -\frac{7}{2}$

on va pouvoir faire le tableau

D’abord sur la ligne des x, entre $-\infty$ et $+\infty$ on met toutes les valeurs d’annulation dans l’ordre croissant.
Puis sur les lignes qui suivent on met les « + » là où notre étude précédente l’indique, ailleurs on mettra des moins et à la jonction des zéros.
Pour la ligne de synthèse on remplira les cases en utilisant la règle des signes des produits.
Sur les traits on mettra des zéros quand au-dessus il y a un zéro pour un facteur du numérateur et une double barre quand le zéro au-dessus correspond au dénominateur.

x	$-\infty$		$-\frac{7}{2}$		$\frac{5}{3}$		$\frac{13}{3}$		8		$+\infty$
$3x-5$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$8-x$		$+$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$13-3x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$7+2x$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
Q		$+$	||	$-$	0	$+$	||	$-$	0	$+$	

Pour ce qui est de la résolution d’inéquation on cherche les cases correspondant à l’inéquation (+ si on cherche à résoudre $Q > 0$ ou ≥ 0 , et – si on cherche à résoudre $Q < 0$ ou $Q \leq 0$)

$Q(x) \leq 0$
$\Leftrightarrow x \in]-7/2\,;5/3]\ \cup]13/3\,;8]$

Pour les crochets, ils sont ouvert si la valeur est interdite, si elle vaut $-\infty$ ou $+\infty$, ou si l’inégalité est stricte, sinon elle sera fermée.

$Q(x) > 0$,
$S =]-\infty; -7/2[\ \cup]5/3; 13/3[\cup]8; +\infty[$

Pour une équation $Q(x) = 0$ il nous suffira de glisser dans des accolades tous les x donnant des zéro à la ligne de synthèse.

$Q(x) = 0 \qquad S = \left\{\frac{5}{3}; 8\right\}$

Devoir maison 2^{nde}

Exercice 1 /5

1) Le nouveau prix est $70\left(1-\frac{20}{100}\right)\left(1-\frac{30}{100}\right)=70\times 0{,}8\times 0{,}7=39{,}2$, le taux d'évolution est de $t=\frac{39{,}2-70}{70}=-0{,}44$ on a donc à faire à une diminution de 44%
2) $V_I\left(1+\frac{20}{100}\right)=V_F$ donc $1{,}2V_I=63{,}6$ donc $V_I=\frac{63{,}6}{1{,}2}=53$ le prix initial était de 53€.
3) $30\times\frac{40}{100}\times\frac{1}{3}=4$ donc 4 garçons jouent au volley ball plus d'une heure par jour. Ça correspond à une proportion de $\frac{4}{30}=\frac{2}{15}\approx 0{,}133$ autrement dit à peu près 13,3%
4) $25{,}6\left(1+\frac{5}{100}\right)^8\approx 37{,}82$ il vaudra approximativement 37,82$.
5) Compléter le tableau suivant :

Evolution en %	+5	-20	+30	-100	+200	+20	-50
Cm	1,05	0,8	1,3	0	3	1,2	0,5

Exercice 2 /9

Préparation du tableau :

$9-x\geq 0 \Leftrightarrow 9\geq x$

$2x-1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq\frac{1}{2}$

$x+3\geq 0\Leftrightarrow x\geq -3$

x	$-\infty$		-3		$\frac{1}{2}$		9		$+\infty$
$9-x$		+		+		+	0	-	
$2x-1$		-		-	0	+		+	
$x+3$		-	0	+		+		+	
$\frac{(9-x)(2x-1)}{x+3}$		+	||	-	0	+	0	-	

Ainsi : $\frac{(9-x)(2x-1)}{x+3}\leq 0$ a pour solutions :
$\boldsymbol{S}=]-\mathbf{3};\mathbf{1/2}]\cup[\mathbf{9};+\infty[$

Résolution de $(2x+3)^2\geq 9x^2$

$\Leftrightarrow (2x+3)^2-(3x)^2\geq 0\Leftrightarrow$

$\big((2x+3)-3x\big)(2x+3+3x)\geq 0$

$\Leftrightarrow (-x+3)(5x+3)\geq 0$

Préparation du tableau :

$-x+3\geq 0\Leftrightarrow 3\geq x$

$5x+3\geq 0\Leftrightarrow x\geq -\frac{3}{5}$

x	$-\infty$		$-\frac{3}{5}$		3		$+\infty$
$-x+3$		+		+	0	-	
$5x+3$		-	0	+		+	
$(-x+3)(5x+3)$		-	0	+	0	-	

Ainsi : $(2x+3)^2\geq 9x^2$ a pour solutions : $\boldsymbol{S}=\left[-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}};\mathbf{3}\right]$

Exercice 3 /5

1. Conjecture : avant 1 on a $\frac{1}{x}\leq\frac{1}{x^2}\leq\frac{1}{x^3}$ après 1 on a $\frac{1}{x}\geq\frac{1}{x^2}\geq\frac{1}{x^3}$

2.a. Soit un réel $x\geq 1$, comparer x, x^2 et x^3.

Si $x\geq 1$ alors en multipliant les deux membres pas x on obtient : $x^2\geq x$ et si on recommence on obtient $x^3\geq x^2$ ainsi $x^3\geq x^2\geq x\geq 1$

b. n'ayant que des valeurs positives en passant à l'inverse on a $\frac{1}{x^3}\leq\frac{1}{x^2}\leq\frac{1}{x}\leq 1$ en déduire la comparaison entre les réels $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2}$ et $\frac{1}{x^3}$

3. comparer les réels $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2}$ et $\frac{1}{x^3}$ pour $0<x\leq 1$ on aura $0x<x^2\leq x$ et $0x^2<x^3\leq x^2$ ainsi $0<x^3\leq x^2\leq x\leq 1$ comme ce ne sont que des des valeurs positives en utilisant la fonction inverse on obtient : $\frac{1}{x^3}\leq\frac{1}{x^2}\leq\frac{1}{x}\leq\frac{1}{1}$

Exercice 4 (exercice de recherche) /5

1. retrouver sur internet les formules du volume du cylindre et de la sphère

Dans un récipient cylindrique de rayon 10cm et de hauteur 30cm on place une bille de rayon 4cm.

On verse de l'eau dans le cylindre jusqu'à ce que la bille soit recouverte.

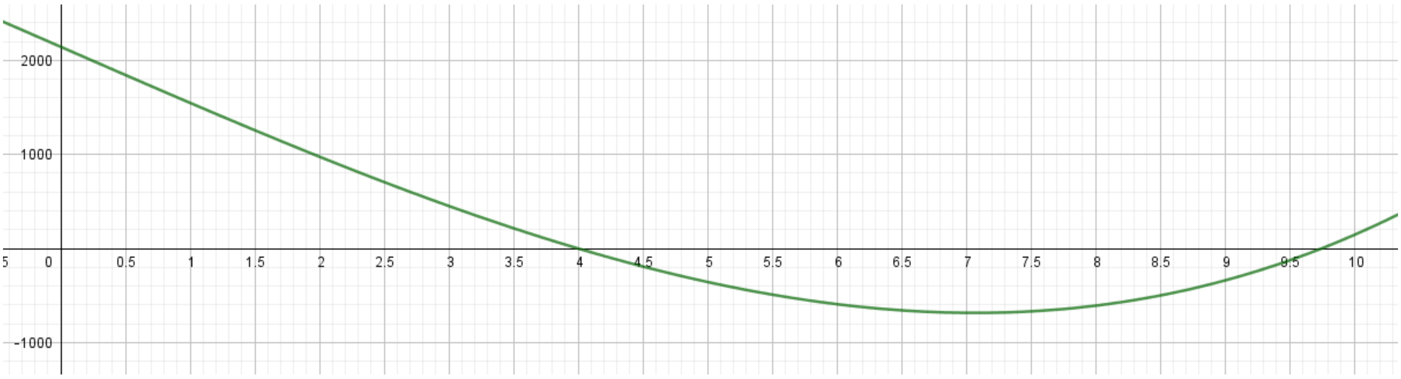
On retire la bille et on la remplace par une autre dont le rayon inconnu R est à différent de 4cm.

Dire suivant la valeur de R si l'eau recouvre exactement la nouvelle bille.

Si la première bille a un rayon de 4cm alors son volume est de $V_b = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi 4^3 = \frac{256}{3}\pi$
Le volume occupé par la sphère et l'eau est un cylindre de rayon 10 et de hauteur $2 \times 4 = 8$
Il mesure donc $\pi R^2 h = \pi 10^2 8 = 800\pi$
Ainsi le volume de l'eau est $800\pi - \frac{256}{3}\pi = \frac{2144}{3}\pi$

Maintenant si on a une bille de rayon R , le volume de celle-ci sera de $\frac{4}{3}\pi R^3$, le volume de l'eau reste $\frac{2144}{3}\pi$ et pour que l'eau affleure juste au-dessus de la bille il suffit que la hauteur soit $2R$
Donc le volume total doit être de $\pi RayonCylindre^2 h = \pi 10^2 2R$

On aura un affleurement de l'eau au-dessus de la bille seulement si on a : $\frac{4}{3}\pi R^3 + \frac{2144}{3}\pi = \pi 10^2 2R$
$\Leftrightarrow \frac{4}{3}R^3 + \frac{2144}{3} = 200R \Leftrightarrow 4R^3 + 2144 = 600R \Leftrightarrow 4R^3 - 600R + 2144 = 0$
Je ne sais pas résoudre une telle équation
Je peux tracer la courbe de la fonction $f(x) = 4x^3 - 600x + 2144$ et regarder quand elle s'annule. Les racines de la fonction seront les solutions de $4R^3 - 600R + 2144 = 0$



On voit que biensûr ça fonctionne très bien quand le rayon vaut 4 mais aussi pour un rayon valant approximativement 9,75

Exercice 5 /5
Donner pour les trois séries suivantes la moyenne et la médiane (ou la classe médiane pour la troisième série)
Série 1 : 5, 9, 19, 25, 34, 57,68, 94
$moy = \frac{5+9+19+25+34+57+68+94}{8} = \frac{311}{8} = 38{,}875$
$\frac{N+1}{2} = \frac{8+1}{2} = 4{,}5$ je regarde les valeurs des éléments de rang 4 et 5 , elles sont respectivement 25 et 34 et donc une médiane sera : $\frac{(25+34)}{2} = 29{,}5$

Série 2 :

Valeur	3	5	7	8
Effectif	8	7	3	1
Effectif cumulé croissant	8	15	18	19

$moy = \frac{8\times3+7\times5+3\times7+1\times8}{19} = \frac{88}{19} \approx 4{,}632$
$\frac{N+1}{2} = \frac{19+1}{2} = 10$ je regarde la 10ème valeur, elles vaut 5 et donc une médiane sera : 5

Série 3 :

Milieu de classe	60	85	105	112,5	120	140
Valeur	[50 ;70[	[70 ;100[	[100 ;110[	[110 ;115[	[115 ;125[	[125 ;155[
Effectif	8	10	6	4	6	7
Effectif cumulé croissant	8	18	24	28	34	41

$moy = \frac{60\times8+85\times10+105\times6+112.5\times4+120\times6+140\times7}{41} = \frac{240+850+630+450+720+980}{41} = \frac{4110}{41} \approx 94{,}39$
Pour la médiane on va chercher l'élément de rang $\frac{41+1}{2} = 21$, il est dans la classe [100 ;105[la classe médiane est donc [100 ;105[