

Fiche exercice : résoudre les équations

Exercice 1 (équations classiques et développements)

- $8x - 13 = 7 - 9x$
- $1 + 8x = 45x - 13$
- $\frac{2}{5}x - 3 = 8x - \frac{3}{4}$
- $-\frac{9}{7}x - \frac{2}{3} = \frac{13x}{4} - \frac{3}{5}$
- $5(3x - 4) - 7(2x + 8) = 0$
- $20x(9x - 5) + 12x(9 - 15x) = 0$
- $9x^2 - (3x - 4)^2 = 0$
- $14x^2 + 5x - (2x - 4)(8 + 7x) = 0$

Exercice 2 (équations produit nul et factorisations)

- $(3x - 5)(9x + 8) = 0$
- $(13 - 5x)(25 + 2x) = 0$
- $x(5x - 3)(7x + 21) = 0$
- $(5x - 7)3x + 4(5x - 7) = 0$
- $(9 - 4x)7 - 3x(4x - 9) = 0$
- $(5x - 3)^2 - (7x + 8)^2 = 0$
- $7x - 8 + 9x(7x - 8) = 0$
- $(7 - 2x)^2 - (11 + 3x)^2 = 0$

Exercice 3 (équations avec quotients / domaine de définition)

- $\frac{1}{x} + 5 = 0$
- $\frac{7}{x-3} + \frac{8}{x+5} = 0$
- $\frac{9-x^2}{6x^2+2} = \frac{3+x}{x^2+5x+1}$
- $\frac{3x-21}{35-5x} = \frac{4x-3}{2x+5}$
- $\frac{5x}{2x+3} = \frac{8}{7}$
- $\frac{18x-4}{4x+4} = \frac{7+9x}{2x+7}$

Devoir maison

pour le 22 octobre

- $\frac{9}{5}x + \frac{2}{7} = \frac{3x}{7} - \frac{3}{15}$
- $(5x - 4)(2x + 34) = 0$
- $(9x - 1)2x - 9x + 1 = 0$
- $\frac{5}{x+1} + 6 = 0$
- $\frac{3x+2}{4x-2} + \frac{15x-7}{20x-7} = 0$
- $(3x - 4)4x = (8 + 6x)2x$
- $(2x - 4)^2 - (5x + 7)^2 = 0$
- $14x + 2 - 5x(7x + 1) = 0$
- $\frac{7}{2x-9} = \frac{9}{3x+4}$
- $\frac{7}{16-25x^2} - \frac{9}{4+5x} = 0$

Barème : /25

- a) 1.5 b) 1.5 c) 2 d) 2,5 e) 2,5 f) 2,5 g) 2,5 h) 3 i) 3 j) 4

Exemples :

$$\begin{aligned} \frac{8}{7} - \frac{2}{3}x &= \frac{5}{4}x + \frac{7}{2} \Leftrightarrow \frac{8}{7} - \frac{2}{3}x - \frac{5}{4}x - \frac{8}{7} = \frac{5}{4}x + \frac{7}{2} - \frac{5}{4}x - \frac{8}{7} \\ \Leftrightarrow -\frac{2 \times 4}{3 \times 4}x - \frac{5 \times 3}{4 \times 3}x &= +\frac{7 \times 7}{2 \times 7} - \frac{8 \times 2}{7 \times 2} \Leftrightarrow \frac{-8-15}{12}x = \frac{49-16}{14} \\ \Leftrightarrow \frac{-23}{12}x &= \frac{33}{14} \Leftrightarrow x = \frac{33}{14} \times \frac{12}{-23} \Leftrightarrow x = \frac{3 \times 11}{2 \times 7} \times \frac{2 \times 2 \times 3}{-23} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{3 \times 11 \times 2 \times 3}{-23 \times 7} \Leftrightarrow x = \frac{198}{-161} \quad S = \left\{ -\frac{198}{161} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5x - 8)7x - 3(8 - 5x) &= 0 \quad \Leftrightarrow (5x - 8)7x - 3(-1)(5x - 8) = 0 \\ \Leftrightarrow (5x - 8)(7x - 3(-1)) &= 0 \Leftrightarrow (5x - 8)(7x + 3) = 0 \\ \Leftrightarrow 5x - 8 = 0 \text{ ou } 7x + 3 &= 0 \quad \Leftrightarrow 5x = 8 \text{ ou } 7x = -3 \\ \Leftrightarrow x = \frac{8}{5} \text{ ou } x = -\frac{3}{7} \quad S &= \left\{ \frac{8}{5}; -\frac{3}{7} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3x - 4)^2 - (5 - 9x)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow [(3x - 4) - (5 - 9x)][(3x - 4) + (5 - 9x)] &= 0 \\ \Leftrightarrow [3x - 4 - 5 + 9x][3x - 4 + 5 - 9x] &= 0 \\ \Leftrightarrow [12x - 9][-6x + 1] = 0 \Leftrightarrow 12x - 9 = 0 \text{ ou } -6x + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow 12x = 9 \text{ ou } -6x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{9}{12} \text{ ou } x = \frac{-1}{-6} \quad S &= \left\{ \frac{3}{4}; \frac{1}{6} \right\} \end{aligned}$$

$$\frac{7}{3x-4} = \frac{9}{7+9x}$$

Cherchons les valeurs interdites : $3x - 4 = 0 \Leftrightarrow 3x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$

$$7 + 9x = 0 \Leftrightarrow 9x = -7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{9} \quad D_e = \mathbb{R} - \left\{ \frac{4}{3}; -\frac{7}{9} \right\}$$

$$\text{Sur } D_e \quad \frac{7}{3x-4} = \frac{9}{7+9x} \Leftrightarrow \frac{7}{3x-4}(3x-4)(7+9x) = \frac{9}{7+9x}(3x-4)(7+9x)$$

$$\Leftrightarrow 7(7+9x) = 9(3x-4) \quad \Leftrightarrow 49 + 63x = 27x - 36$$

$$\Leftrightarrow 49 + 36 = 27x - 63x \Leftrightarrow 85 = -36x \Leftrightarrow \frac{85}{-36} = x$$

Or $\frac{85}{-36} \neq \frac{4}{3}$ et $\frac{85}{-36} \neq -\frac{7}{9}$ donc $\frac{85}{-36}$ est une solution acceptable $S = \left\{ \frac{85}{-36} \right\}$

$$\frac{6x-5}{22x+4} = \frac{3x+2}{11x-4}$$

Pour éviter que les dénominateurs s'annulent cherchons les valeurs interdites :

$$22x + 4 = 0 \Leftrightarrow 22x = -4 \Leftrightarrow x = \frac{-4}{22} \quad 11x - 4 = 0 \Leftrightarrow 11x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{11}$$

$$D_e = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{2}{11}; \frac{4}{11} \right\}$$

$$\text{Sur } D_e \quad \frac{6x-5}{22x+4} = \frac{3x+2}{11x-4} \Leftrightarrow \frac{6x-5}{22x+4}(22x+4)(11x-4) = \frac{3x+2}{11x-4}(22x+4)(11x-4)$$

$$\Leftrightarrow (6x - 5)(11x - 4) = (22x + 4)(3x + 2)$$

$$\Leftrightarrow 66x^2 - 24x - 55x + 20 = 66x^2 + 44x + 12x + 8$$

$$\Leftrightarrow 66x^2 - 79x - 66x^2 - 44x - 12x = +8 - 20 \Leftrightarrow -135x = -12 \Leftrightarrow x = \frac{-12}{-135}$$

$$\frac{28}{-135} \text{ n'étant pas une valeur interdite on aura } S = \left\{ \frac{12}{135} \right\} = \left\{ \frac{4}{45} \right\}$$

Correction

Exercice 1 (équations classiques et développements)

a) $8x - 13 = 7 - 9x$

$\Leftrightarrow 8x + 9x = 7 + 13$

$\Leftrightarrow \frac{17x}{17} = \frac{20}{17} \quad S = \left\{ \frac{20}{17} \right\}$

b) $1 + 8x = 45x - 13$

$\Leftrightarrow 8x - 45x = -1 - 13$

$\Leftrightarrow 37x = -14$

$\Leftrightarrow x = -\frac{14}{37} \quad S = \left\{ -\frac{14}{37} \right\}$

c) $\frac{2}{5}x - 3 = 8x - \frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow \frac{2}{5}x - \frac{8}{1}x = -\frac{3}{4} + \frac{3}{1}$

$\Leftrightarrow \frac{2}{5}x - \frac{8 \times 5}{1 \times 5}x = -\frac{3}{4} + \frac{3 \times 4}{1 \times 4}$

$\Leftrightarrow -\frac{38}{5}x = \frac{9}{4}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\frac{9}{4}}{-\frac{38}{5}} \Leftrightarrow x = \frac{9}{4} \times \frac{-5}{38}$

$\Leftrightarrow x = \frac{-45}{152} \quad S = \left\{ \frac{-45}{152} \right\}$

d) $-\frac{9}{7}x - \frac{2}{3} = \frac{13x}{4} - \frac{3}{5}$

$\Leftrightarrow -\frac{9}{7}x - \frac{13x}{4} = -\frac{3}{5} + \frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow -\frac{9 \times 4}{7 \times 4}x - \frac{13 \times 7}{4 \times 7} = -\frac{3 \times 3}{5 \times 3} + \frac{2 \times 5}{3 \times 5}$

$\Leftrightarrow \frac{-36-91}{28}x = \frac{-9+10}{15}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\frac{1}{15}}{-\frac{127}{28}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{15} \times \frac{-28}{127}$

$\Leftrightarrow x = \frac{-28}{1905} \quad S = \left\{ \frac{-28}{1905} \right\}$

e) $5(3x - 4) - 7(2x + 8) = 0$

$\Leftrightarrow 15x - 20 - (14x + 56) = 0$

$\Leftrightarrow 15x - 20 - 14x - 56 = 0$

$\Leftrightarrow 1x - 76 = 0$

$\Leftrightarrow x = 76 \quad S = \{76\}$

f) $20x(9x - 5) + 12x(9 - 15x) = 0$

$\Leftrightarrow 180x^2 - 100x + 108x - 180x^2 = 0$

$\Leftrightarrow 8x = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{0}{8}$

$S = \{0\}$

g) $9x^2 - (3x - 4)^2 = 0$

$\Leftrightarrow 9x^2 - (9x^2 - 24x + 16) = 0$

$\Leftrightarrow 9x^2 - 9x^2 + 24x - 16 = 0$

$\Leftrightarrow 24x = 16$

$\Leftrightarrow x = \frac{16}{24} \quad S = \left\{ \frac{2}{3} \right\}$

h) $14x^2 + 5x - (2x - 4)(8 + 7x) = 0$

$\Leftrightarrow 14x^2 + 5x - (16x + 14x^2 - 32 - 28x) = 0$

$\Leftrightarrow 14x^2 + 5x - 16x - 14x^2 + 32 + 28x = 0$

$\Leftrightarrow 17x + 32 = 0 \quad \Leftrightarrow 17x = -32$

$\Leftrightarrow x = -\frac{32}{17} \quad S = \left\{ -\frac{32}{17} \right\}$

Exercice 2 (équations produit nul et factorisations)

a) $(3x - 5)(9x + 8) = 0$

$\Leftrightarrow 3x - 5 = 0$ ou $9x + 8 = 0$

$\Leftrightarrow 3x = 5$ ou $9x = -8$

$\Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$ ou $x = -\frac{8}{9}$

$S = \left\{ \frac{5}{3}; -\frac{8}{9} \right\}$

b) $(13 - 5x)(25 + 2x) = 0$

$\Leftrightarrow 13 - 5x = 0$ ou $25 + 2x = 0$

$\Leftrightarrow -5x = -13$ ou $2x = -25$

$\Leftrightarrow x = \frac{-13}{-5}$ ou $x = -\frac{25}{2}$

$S = \left\{ \frac{13}{5}; -\frac{25}{2} \right\}$

c) $x(5x - 3)(7x + 21) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $5x - 3 = 0$

d) $(5x - 7)3x + 4(5x - 7) = 0$

$\Leftrightarrow (5x - 7)(3x + 4) = 0$

ou $7x + 21 = 0 \quad \Leftrightarrow 5x - 7 = 0$ ou $3x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $5x = 3$ ou $7x = -21$

$\Leftrightarrow 5x = 7$ ou $3x = -4$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \frac{3}{5}$ ou $x = -\frac{21}{7}$

$\Leftrightarrow x = \frac{7}{5}$ ou $x = -\frac{4}{3}$

$S = \left\{ 0; \frac{3}{5}; -3 \right\}$

$S = \left\{ \frac{7}{5}; -\frac{4}{3} \right\}$

e) $(9 - 4x)7 - 3x(4x - 9) = 0$

$\Leftrightarrow (4x - 9)(-1)7 - 3x(4x - 9) = 0$

$\Leftrightarrow (4x - 9)(-7 - 3x) = 0$

$\Leftrightarrow 4x - 9 = 0$ ou $-7 - 3x = 0$

$\Leftrightarrow 4x = 9$ ou $-3x = 7$

$\Leftrightarrow x = \frac{9}{4}$ ou $x = \frac{7}{-3}$

$S = \left\{ \frac{9}{4}; -\frac{7}{3} \right\}$

f) $(5x - 3)^2 - (7x + 8)^2 = 0$

$\Leftrightarrow [(5x - 3) + (7x + 8)]$

$\times [(5x - 3) - (7x + 8)] = 0$

$\Leftrightarrow [5x - 3 + 7x + 8][5x - 3 - 7x - 8] = 0$

$\Leftrightarrow [12x + 5][-2x - 11] = 0$

$\Leftrightarrow 12x = -5$ ou $-2x = 11$

$\Leftrightarrow x = -\frac{5}{12}$ ou $x = \frac{11}{-2} \quad S = \left\{ -\frac{5}{12}; \frac{11}{-2} \right\}$

h) $7x - 8 + 9x(7x - 8) = 0$

$\Leftrightarrow (7x - 8)1 + 9x(7x - 8) = 0$

$\Leftrightarrow (7x - 8)(1 + 9x) = 0$

$\Leftrightarrow 7x - 8 = 0$ ou $1 + 9x = 0$

$\Leftrightarrow 7x = 8$ ou $9x = -1$

$\Leftrightarrow x = \frac{8}{7}$ ou $x = -\frac{1}{9}$

$S = \left\{ \frac{8}{7}; -\frac{1}{9} \right\}$

i) $(7 - 2x)^2 - (11 + 3x)^2 = 0$

$\Leftrightarrow [(7 - 2x) + (11 + 3x)][(7 - 2x) - (11 + 3x)] = 0$

$\Leftrightarrow [7 - 2x + 11 + 3x][7 - 2x - 11 - 3x] = 0$

$\Leftrightarrow [18 + x][-4 - 5x] = 0$

$\Leftrightarrow 18 + x = 0$ ou $-4 - 5x = 0$

$\Leftrightarrow x = -18$ ou $-5x = 4$

$\Leftrightarrow x = -18$ ou $x = \frac{4}{-5} \quad S = \left\{ -18; \frac{4}{-5} \right\}$

Exercice 3 (équations avec quotients / domaine de définition)

a) $\frac{1}{x} + 5 = 0$ Recherche des valeurs interdites : $x = 0$

donc le domaine d'étude est : $D_e = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

Sur D_e $\frac{1}{x} + 5 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{x} + 5\right)x = 0x \Leftrightarrow 1 + 5x = 0 \Leftrightarrow 5x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{5}$

Or $-\frac{1}{5}$ n'est pas une valeur interdite et donc je peux la conserver $S = \left\{ -\frac{1}{5} \right\}$

b) $\frac{7}{x-3} + \frac{8}{x+5} = 0$ recherche des valeurs interdites :

$x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

$x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$

donc le domaine d'étude est : $D_e = \mathbb{R} - \{3; -5\}$

Sur D_e $\frac{7}{x-3} + \frac{8}{x+5} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{7}{x-3} + \frac{8}{x+5}\right)(x-3)(x+5) = 0(x-3)(x+5)$

$\Leftrightarrow \frac{7}{x-3}(x-3)(x+5) + \frac{8}{x+5}(x-3)(x+5) = 0$

$\Leftrightarrow 7(x+5) + 8(x-3) = 0 \quad \Leftrightarrow 7x + 35 + 8x - 24 = 0$

$\Leftrightarrow 15x + 11 = 0$

$\Leftrightarrow 15x = -11$

$\Leftrightarrow x = -\frac{11}{15}$

Or $-\frac{11}{15}$ n'est pas une valeur interdite et donc je peux la conserver $S = \left\{ -\frac{11}{15} \right\}$

c) $\frac{5}{9-x^2} = \frac{9}{3+x}$ recherche des valeurs interdites :
 $9 - x^2 = 0 \Leftrightarrow (3-x)(3+x) = 0 \Leftrightarrow 3-x = 0$ ou $3+x = 0 \Leftrightarrow 3 = x$ ou $x = -3$
 $3+x = 0 \Leftrightarrow x = -3$

donc le domaine d'étude est : $D_e = \mathbb{R} - \{3; -3\}$

Sur D_e $\frac{5}{9-x^2} = \frac{9}{3+x} \Leftrightarrow \frac{5}{(3-x)(3+x)} (3-x)(3+x) = \frac{9}{3+x} (3-x)(3+x)$
 $\Leftrightarrow 5 = 9(3-x) \Leftrightarrow 5 = 27 - 9x \Leftrightarrow 5 - 27 = -9x \Leftrightarrow -22 = -9x \Leftrightarrow \frac{-22}{-9} = x$

Or $\frac{22}{9}$ n'est pas une valeur interdite et donc je peux la conserver $S = \left\{\frac{22}{9}\right\}$

d) $\frac{6x^2+2}{4x-10} = \frac{x^2+5x+1}{2x-5}$ recherche des valeurs interdites :

$4x - 10 = 0 \Leftrightarrow 4x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{4} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$

$2x - 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$

donc le domaine d'étude est : $D_e = \mathbb{R} - \left\{\frac{5}{2}\right\}$

Sur D_e $\frac{6x^2+2}{4x-10} = \frac{x^2+5x+1}{2x-5} \Leftrightarrow \frac{6x^2+2}{4x-10} 2(2x-5) = \frac{x^2+5x+1}{2x-5} 2(2x-5)$

$\Leftrightarrow 6x^2 + 2 = 2x^2 + 10x + 2 \Leftrightarrow 6x^2 - 2x^2 - 10x = -2 + 2$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow 2x(2x - 5) = 0$

$\Leftrightarrow 2x = 0$ ou $2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \frac{5}{2}$

Or $\frac{5}{2}$ est une valeur interdite et donc je ne peux la conserver $S = \{0\}$

e) $\frac{3x-21}{35-5x} = \frac{4x-3}{2x+5}$ recherche des valeurs interdites :

$35 - 5x = 0 \Leftrightarrow 35 = 5x \Leftrightarrow \frac{35}{5} = x \Leftrightarrow x = 7$

$2x + 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$

donc le domaine d'étude est : $D_e = \mathbb{R} - \left\{-\frac{5}{2}; 7\right\}$

Sur D_e $\frac{3x-21}{35-5x} = \frac{4x-3}{2x+5} \Leftrightarrow \frac{3x-21}{35-5x} (35-5x)(2x+5) = \frac{4x-3}{2x+5} (35-5x)(2x+5)$

$\Leftrightarrow (3x-21)(2x+5) = (35-5x)(4x-3)$

$\Leftrightarrow 6x^2 + 15x - 42x - 105 = 140x - 105 - 20x^2 + 15x$

$\Leftrightarrow 6x^2 + 20x^2 + 15x - 42x - 140x - 15x = -105 + 105$

$\Leftrightarrow 26x^2 - 182x = 0 \Leftrightarrow 2x(13x - 91) = 0$

$\Leftrightarrow 2x = 0$ ou $(13x - 91) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \frac{91}{13}$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 7$

Or 7 est une valeur interdite et donc je ne peux la conserver $S = \{0\}$

f) $\frac{5x}{2x+3} = \frac{8}{7}$ recherche des valeurs interdites :

$2x + 3 = 0 \Leftrightarrow 2x = -3 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$

donc le domaine d'étude est : $D_e = \mathbb{R} - \left\{-\frac{3}{2}\right\}$

Sur D_e $\frac{5x}{2x+3} = \frac{8}{7} \Leftrightarrow \frac{5x}{2x+3} (2x+3)7 = \frac{8}{7} (2x+3)7 \Leftrightarrow 5x7 = 8(2x+3)$

$\Leftrightarrow 35x = 16x + 24 \Leftrightarrow 35x - 16x = 24 \Leftrightarrow 19x = 24 \Leftrightarrow x = \frac{24}{19}$

Or $\frac{24}{19}$ est une valeur interdite et donc je ne peux la conserver $S = \left\{\frac{24}{19}\right\}$

g) $\frac{18x-4}{4x+4} = \frac{7+9x}{2x+7}$ recherche des valeurs interdites :

$4x + 4 = 0 \Leftrightarrow 4x = -4 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{4}$

$2x + 7 = 0 \Leftrightarrow 2x = -7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{2}$

donc le domaine d'étude est : $D_e = \mathbb{R} - \left\{-1; -\frac{7}{2}\right\}$

Sur D_e $\frac{18x-4}{4x+4} = \frac{7+9x}{2x+7} \Leftrightarrow \frac{18x-4}{4x+4} (4x+4)(2x+7) = \frac{7+9x}{2x+7} (4x+4)(2x+7)$

$\Leftrightarrow (18x-4)(2x+7) = (4x+4)(7+9x)$

$\Leftrightarrow 36x^2 + 126x - 8x - 28 = 28x + 36x^2 + 28 + 36x$

$\Leftrightarrow 36x^2 + 126x - 8x - 36x^2 - 28x - 36x = 28 + 28$

$\Leftrightarrow 126x - 8x - 28x - 36x = 56$

$\Leftrightarrow 54x = 56 \Leftrightarrow x = \frac{56}{54} \Leftrightarrow x = \frac{28}{27}$

Or $\frac{28}{27}$ n'est pas une valeur interdite et donc je peux la conserver $S = \left\{\frac{28}{27}\right\}$

Devoir maison pour le 22 octobre

$$\begin{aligned} \frac{9}{5}x + \frac{2}{7} &= \frac{3x}{7} - \frac{3}{15} \\ \Leftrightarrow \frac{9}{5}x - \frac{3x}{7} &= -\frac{3}{15} - \frac{2}{7} \\ \Leftrightarrow \frac{9 \times 7}{5 \times 7}x - \frac{3x \times 5}{7 \times 5} &= -\frac{3 \times 7}{15 \times 7} - \frac{2 \times 15}{7 \times 5} \\ \Leftrightarrow \frac{63-15}{35}x &= \frac{-21-30}{105} \\ \Leftrightarrow \frac{48}{35}x &= \frac{-51}{105} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{\frac{-51}{105}}{\frac{48}{35}} \quad \Leftrightarrow x = \frac{-51}{105} \times \frac{35}{48} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-1 \times 3 \times 17 \times 7 \times 5}{3 \times 7 \times 5 \times 48} \quad \Leftrightarrow x = \frac{-17}{48} \end{aligned}$$

$$S = \left\{ -\frac{17}{48} \right\}$$

$$\begin{aligned} (3x - 4)4x &= (8 + 6x)2x \\ \Leftrightarrow 12x^2 - 16x &= 16x + 12x^2 \\ \Leftrightarrow -32x &= 0 \quad \Leftrightarrow x = \frac{0}{-32} \end{aligned}$$

$$S = \{0\}$$

$$\begin{aligned} (5x - 4)(2x + 34) &= 0 \\ \Leftrightarrow 5x - 4 = 0 \text{ ou } 2x + 34 &= 0 \\ \Leftrightarrow 5x = 4 \text{ ou } 2x &= -34 \\ \Leftrightarrow x = \frac{4}{5} \text{ ou } x = -\frac{34}{2} \end{aligned}$$

$$S = \left\{ \frac{4}{5}; -17 \right\}$$

$$\begin{aligned} (2x - 4)^2 - (5x + 7)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow [(2x - 4) + (5x + 7)][(2x - 4) - (5x + 7)] &= 0 \\ \Leftrightarrow [2x - 4 + 5x + 7][2x - 4 - 5x - 7] &= 0 \\ \Leftrightarrow [7x + 3][-3x - 11] &= 0 \\ \Leftrightarrow 7x + 3 = 0 \text{ ou } -3x - 11 &= 0 \\ \Leftrightarrow 7x = -3 \text{ ou } -3x = 11 \\ \Leftrightarrow x = -\frac{3}{7} \text{ ou } x = \frac{11}{-3} \end{aligned}$$

$$S = \left\{ -\frac{3}{7}; \frac{11}{-3} \right\}$$

$$\begin{aligned} (9x - 1)2x - 9x + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow (9x - 1)2x - (9x - 1)1 &= 0 \\ \Leftrightarrow (9x - 1)(2x - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow 9x - 1 = 0 \text{ ou } 2x - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow 9x = 1 \text{ ou } 2x = 1 \\ \Leftrightarrow x = \frac{1}{9} \text{ ou } x = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$S = \left\{ \frac{1}{9}; \frac{1}{2} \right\}$$

$$\begin{aligned} 14x + 2 - 5x(7x + 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2(7x + 1) - 5x(7x + 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow (2 - 5x)(7x + 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 - 5x = 0 \text{ ou } 7x + 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 2 = 5x \text{ ou } 7x = -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{5} = x \text{ ou } x = -\frac{1}{7}$$

$$S = \left\{ \frac{2}{5}; -\frac{1}{7} \right\}$$

$$\begin{aligned} \frac{5}{x+1} + 6 = 0 & \quad \text{recherche des valeurs interdites :} \\ x + 1 = 0 \Leftrightarrow x &= -1 \end{aligned}$$

donc le domaine d'étude est : $D_e = \mathbb{R} - \{-1\}$

$$\text{Sur } D_e \quad \frac{5}{x+1} + 6 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{x+1} + 6 \right) (x+1) = 0(x+1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{x+1}(x+1) + 6(x+1) = 0 \quad \Leftrightarrow 5 + 6x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6x = -11 \Leftrightarrow x = -\frac{11}{6}$$

Or $-\frac{11}{6}$ n'est pas une valeur interdite et donc je peux la conserver $S = \left\{ -\frac{11}{6} \right\}$

$$\frac{7}{2x-9} = \frac{9}{3x+4} \quad \text{recherche des valeurs interdites :}$$

$$2x - 9 = 0 \Leftrightarrow 2x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{2}$$

$$3x + 4 = 0 \Leftrightarrow 3x = -4 \quad \Leftrightarrow x = -\frac{4}{3}$$

donc le domaine d'étude est : $D_e = \mathbb{R} - \left\{ \frac{9}{2}; -\frac{4}{3} \right\}$

$$\text{Sur } D_e \quad \frac{7}{2x-9} = \frac{9}{3x+4} \Leftrightarrow \frac{7}{2x-9}(2x-9)(3x+4) = \frac{9}{3x+4}(2x-9)(3x+4)$$

$$\Leftrightarrow 7(3x+4) = 9(2x-9) \quad \Leftrightarrow 21x + 28 = 18x - 81$$

$$\Leftrightarrow 21x - 18x = -81 - 28 \quad \Leftrightarrow 3x = -109$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{109}{3}$$

Or $-\frac{109}{3}$ n'est pas une valeur interdite et donc je peux la conserver $S = \left\{ -\frac{109}{3} \right\}$

$$\frac{3x+2}{4x-2} + \frac{15x-7}{20x-7} = 0 \quad \text{recherche des valeurs interdites :}$$

$$4x - 2 = 0 \Leftrightarrow 4x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{4}$$

$$20x - 7 = 0 \Leftrightarrow 20x = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{20}$$

donc le domaine d'étude est : $D_e = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2}; \frac{7}{20} \right\}$

$$\text{Sur } D_e \quad \frac{3x+2}{4x-2} + \frac{15x-7}{20x-7} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3x+2}{4x-2} + \frac{15x-7}{20x-7} \right) (4x-2)(20x-7) = 0(4x-2)(20x-7)$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+2}{4x-2}(4x-2)(20x-7) + \frac{15x-7}{20x-7}(4x-2)(20x-7) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x+2)(20x-7) + (4x-2)(15x-7) = 0$$

$$\Leftrightarrow 60x^2 - 21x + 40x - 14 + 60x^2 - 28x - 30x + 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow 120x^2 - 39x = 0 \Leftrightarrow x(120x - 39) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 120x - 39 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{39}{120}$$

Or ni 0 ni $\frac{39}{120} = \frac{13}{40}$ ne sont des valeurs interdites donc je peux garder ces solutions.

$$S = \left\{ 0; \frac{13}{40} \right\}$$

$$\frac{5x+4}{16-25x^2} - \frac{7}{4+5x} = 0 \text{ recherche des valeurs interdites :}$$

$$16 - 25x^2 = 0 \Leftrightarrow (4 - 5x)(4 + 5x) = 0 \Leftrightarrow 4 - 5x = 0 \text{ ou } 4 + 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow -5x = -4 \text{ ou } 5x = -4 \Leftrightarrow x = \frac{-4}{-5} \text{ ou } x = -\frac{4}{5}$$

$$4 + 5x = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{5}$$

donc le domaine d'étude est : $D_e = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{4}{5}; \frac{4}{5} \right\}$

$$\text{Sur } D_e, \frac{5x+4}{16-25x^2} - \frac{7}{4+5x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5x+4}{(4-5x)(4+5x)} - \frac{7}{4+5x} \right) (4-5x)(4+5x) = 0 \quad (4-5x)(4+5x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x+4}{(4-5x)(4+5x)} (4-5x)(4+5x) - \frac{7}{4+5x} (4-5x)(4+5x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x + 4 - 7(4 - 5x) = 0 \quad \Leftrightarrow 5x + 4 - (28 - 35x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x + 4 - 28 + 35x = 0 \quad \Leftrightarrow 40x - 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow 40x = 24 \quad \Leftrightarrow x = \frac{24}{40} \quad x = \frac{3}{5}$$

Or $\frac{3}{5}$ n'est pas une valeur interdite et donc je peux la conserver $S = \left\{ \frac{3}{5} \right\}$

Méthode alternative

Elle s'appuie sur une propriété qui dit que si on a une équation de la forme :

$\frac{N(x)}{D(x)} = 0$ alors celle-ci est équivalente à $N(x) = 0$ partout où $D(x)$ ne s'annule pas.

$$\text{Exemple : } \frac{3x+2}{4x-2} + \frac{15x-7}{20x-7} = 0$$

Résolution : pour me ramener à la forme $\frac{N(x)}{D(x)} = 0$ je dois ajouter mes deux quotients et

avant ça les mettre au même dénominateur. De plus pour éviter les cas où le

dénominateur s'annule je vais me placer sur D_e ainsi :

$$\text{recherche des valeurs interdites : } \quad 4x - 2 = 0 \Leftrightarrow 4x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{4}$$

$$20x - 7 = 0 \Leftrightarrow 20x = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{20}$$

donc le domaine d'étude est : $D_e = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2}; \frac{7}{20} \right\}$

$$\text{Sur } D_e, \frac{3x+2}{4x-2} + \frac{15x-7}{20x-7} = 0 \Leftrightarrow \frac{(3x+2)(20x-7)}{(4x-2)(20x-7)} + \frac{(15x-7)(4x-2)}{(20x-7)(4x-2)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(3x+2)(20x-7) + (15x-7)(4x-2)}{(4x-2)(20x-7)} = 0 \quad \text{comme on ne voit pas de factorisation on développe}$$

$$\Leftrightarrow \frac{60x^2 - 21x + 40x - 14 + 60x^2 - 28x - 30x + 14}{(4x-2)(20x-7)} = 0 \quad \text{comme on est sur } D_e \text{ d'après la propriété :}$$

$$\Leftrightarrow 120x^2 - 39x = 0 \quad \Leftrightarrow x(120x - 39) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 120x - 39 = 0 \quad \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{39}{120}$$

Or ni 0 ni $\frac{39}{120} = \frac{13}{40}$ ne sont des valeurs interdites donc je peux garder ces solutions.

$$S = \left\{ 0; \frac{13}{40} \right\}$$