

Nom & Prénom :

Vecteurs (deuxième partie)

Exercice 1

Soit A(-5 ; -3), B (-1 ; 5) et C (3 ; 7) trois points

1) Déterminer les coordonnées de **A'** milieu de [BC], **B'** celui de [AC], **C'** celui de [AB], **G** le centre de gravité du triangle. Vous n'indiquerez pas vos calculs.

A'(...;...), B'(...;...), C'(...;...) et G'(...;...).

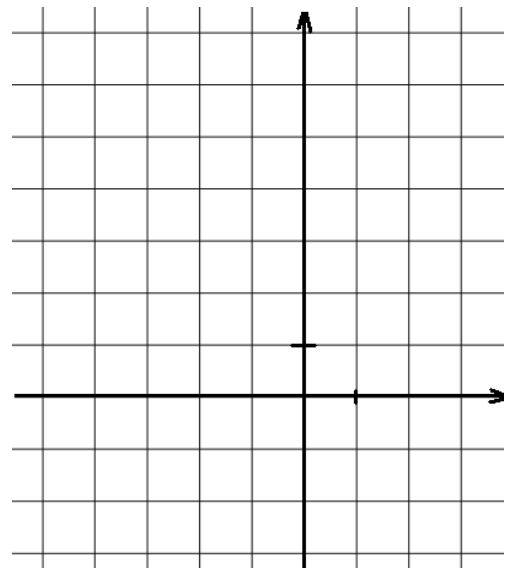
2) Placer les points dans le repère

3) Placer D tel que $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC}$ 4) Placer E tel que $\vec{AE} = 2\vec{BC}$

5) Conjecturer la nature de ABCD : ABCD semble être

6) Prouver votre conjecture :

.....
.....
.....
.....



Exercice 2

Soit I(-2 ; 4), J(3 ; 5) et K(-1 ; 7) trois points.

1) Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants (vous marquez directement les coordonnées):

a) \vec{IJ} $\left(\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \right)$; \vec{IK} $\left(\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \right)$; \vec{JK} $\left(\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \right)$ b) $3\vec{IJ}$ $\left(\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \right)$; $-\vec{IK}$ $\left(\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \right)$;

$\frac{1}{2}\vec{JK}$ $\left(\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \right)$ c) $(3\vec{IJ} + \frac{1}{2}\vec{JK})$ $\left(\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \right)$ $\vec{IJ} - \vec{IK}$ $\left(\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \right)$

2) Trouver les coordonnées x et y de M le point vérifiant $\vec{KM} = (3\vec{IJ} + \frac{1}{2}\vec{JK})$

.....
.....
.....

Exercice 3

Soit R(13 ; 50), S(-7 ; 78) et T(10 ; -6)

1) déterminer l'équation de la droite (RS)

.....
.....
.....
.....

2) Est-ce que R, S et T sont alignés ? (utiliser le déterminant)

.....
.....
.....

3) Est-ce que R, S et T sont alignés ? (utiliser l'équation de (RS) trouvée à la question 1)

.....
.....

Exercice 4

Exprimez \vec{u} et \vec{v} en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC}

$\vec{u} = 3\vec{CB} - 2\vec{BA} =$

$\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{AC} - \frac{1}{5}\vec{BC} =$

Correction :

Exercice 1

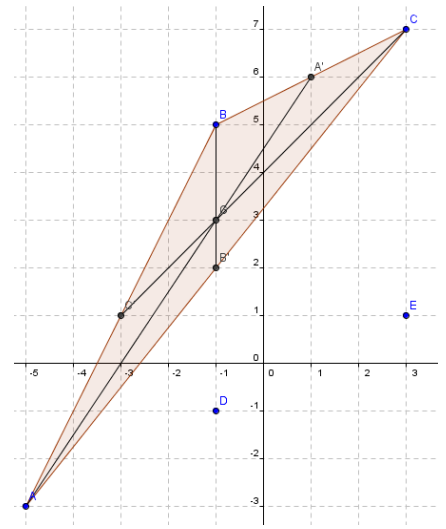
- 1) A'(1 ;6) , B'(-1 ;2) et C'(-3 ;1) et G(-1 ;3)
- 2) 3) 4) voir ci-contre
- 5) ABCD semble être un parallélogramme
- 6) $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA}$
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow$ ABCD est un parallélogramme

Version alternative avec les coordonnées :

$$\overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} -4 \\ -8 \end{pmatrix} + \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} x-(-1) \\ y-5 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \\ y - 5 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases} \text{ donc D(-1 ; -1) et donc}$$

$$\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et donc ABCD est un parallélogramme}$$



Exercice 2

Soit I(-2 ;4) , J(3 ;5) et K(-1 ;7) trois points.

- 1) a) $\overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{IK} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{JK} \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $3\overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} 15 \\ 3 \end{pmatrix}$; $-\overrightarrow{IK} \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$; $\frac{1}{2}\overrightarrow{JK} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$
 c) $(3\overrightarrow{IJ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{JK}) \begin{pmatrix} 13 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{IJ} - \overrightarrow{IK} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$
- 2) $\overrightarrow{KM} \begin{pmatrix} x-(-1) \\ y-7 \end{pmatrix}$ et $(3\overrightarrow{IJ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{JK}) \begin{pmatrix} 13 \\ 4 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{KM} = (3\overrightarrow{IJ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{JK}) \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 13 \\ y - 7 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13 - 1 \\ y = 4 + 7 \end{cases} \Leftrightarrow M(12 ; 11)$

Exercice 3 Soit R(13 ;50) , S(-7 ;78) et T(10 ;-6)

1) déterminer l'équation de la droite (RS)

Soit M un point de coordonnées x et y, $\overrightarrow{RM} \begin{pmatrix} x-13 \\ y-50 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} -20 \\ 28 \end{pmatrix}$, $M \in (RS) \Leftrightarrow (RM)$ et (RS) sont confondues $\Leftrightarrow \overrightarrow{RM}$ et

$$\overrightarrow{RS} \text{ sont colinéaires} \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{RM}, \overrightarrow{RS}) = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-13 & -20 \\ y-50 & 28 \end{vmatrix} = 0 \quad \Leftrightarrow 28(x-13) - (y-50)(-20) = 0$$

$$\Leftrightarrow 28x - 364 - (-20y + 1000) = 0 \quad \Leftrightarrow 28x - 364 + 20y - 1000 = 0 \Leftrightarrow 20y = -28x + 1364$$

$$\Leftrightarrow y = -1,4x + 68,2$$

2) Est-ce que R, S et T sont alignés ? (utiliser le déterminant)

$$\det(\overrightarrow{RT}, \overrightarrow{RS}) = \begin{vmatrix} -3 & -20 \\ -56 & 28 \end{vmatrix} = -84 - 1120 = -1204 \text{ or } -1204 \neq 0 \text{ donc } \overrightarrow{RT} \text{ et } \overrightarrow{RS} \text{ ne sont pas colinéaires et donc}$$

les droites (RS) et (RT) ne sont pas parallèles et donc les trois points R, S et T ne sont pas alignés.

3) Est-ce que R, S et T sont alignés ? (utiliser l'équation de (RS))

Les trois points sont alignés que si T est sur la droite (RS) et donc ses coordonnées doivent être un couple solution de l'équation $y = 1,4x - 68,2$, or $y = -6$ et $1,4x - 68,2 = 14 - 68,2 = -54,2$ or $-6 \neq -54,2$ donc T n'est pas sur la droite (TS) , les trois points ne sont pas alignés.

Exercice 4

Exprimez \vec{u} et \vec{v} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC}

$$\vec{u} = 3\overrightarrow{CB} - 2\overrightarrow{BA} = 3(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}) + 2\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{CA} + 5\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AB}$$

$$\vec{v} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{5}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{5}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{5}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{5}\overrightarrow{AC} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{5}\overrightarrow{BA} = \frac{3}{10}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$$