Interrogation : vecteurs

Soit ABCD un parallélogramme
Soit I et J deux points tels que $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$

1) Tracer à main levée ABCD et la droite (IJ)
2) Exprimez en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ les vecteurs suivants : $\overrightarrow{AD}$ $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AI}$et $\overrightarrow{AJ}$ (on attend des égalité de la forme $\overrightarrow{AB} = 1\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD}$)
3) En déduire les coordonnées des points A,B,C,D,I et J dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right)$
4) En déduire les coordonnées de $\overrightarrow{CI}$, $\overrightarrow{DJ}$, $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{CA}$
5) Les vecteurs $\overrightarrow{CI}$, $\overrightarrow{DJ}$ sont-ils colinéaires
6) Prouver que (IJ) // (CA)
7) Donner l'équation de la droite passant par B et parallèle à (CI)

Interrogation : vecteurs

Soit ABCD un parallélogramme
Soit I et J deux points tels que $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$

1) Tracer à main levée ABCD et la droite (IJ)
2) Exprimez en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ les vecteurs suivants : $\overrightarrow{AD}$ $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AI}$et $\overrightarrow{AJ}$ (on attend des égalité de la forme $\overrightarrow{AB} = 1\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD}$)
3) En déduire les coordonnées des points A,B,C,D,I et J dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right)$
4) En déduire les coordonnées de $\overrightarrow{CI}$, $\overrightarrow{DJ}$, $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{CA}$
5) Les vecteurs $\overrightarrow{CI}$, $\overrightarrow{DJ}$ sont-ils colinéaires
6) Prouver que (IJ) // (CA)
7) Donner l'équation de la droite passant par B et parallèle à (CI)

Interrogation : vecteurs

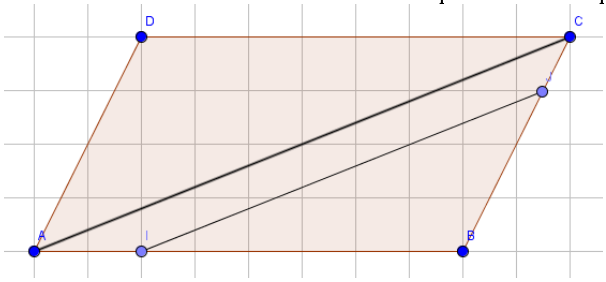
Soit ABCD un parallélogramme
Soit I et J deux points tels que $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$

1) Tracer à main levée ABCD et la droite (IJ)
2) Exprimez en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ les vecteurs suivants : $\overrightarrow{AD}$ $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AI}$et $\overrightarrow{AJ}$ (on attend des égalité de la forme $\overrightarrow{AB} = 1\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD}$)
3) En déduire les coordonnées des points A,B,C,D,I et J dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right)$
4) En déduire les coordonnées de $\overrightarrow{CI}$, $\overrightarrow{DJ}$, $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{CA}$
5) Les vecteurs $\overrightarrow{CI}$, $\overrightarrow{DJ}$ sont-ils colinéaires
6) Prouver que (IJ) // (CA)
7) Donner l'équation de la droite passant par B et parallèle à (CI)

Interrogation : vecteurs

Soit ABCD un parallélogramme

Soit I et J deux points tels que $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$



1) Tracer à main levée ABCD et la droite (IJ)

2) et 3)

$\overrightarrow{AB} = 1\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD}$ donc $B(1;0)$

$\overrightarrow{AD} = 0\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AD}$ donc $D(0;1)$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 1\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AD}$ donc $C(1;1)$

$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD}$ donc $I\left(\frac{1}{4};0\right)$

$\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CJ} = 1\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}\overrightarrow{CB} = 1\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}\overrightarrow{DA} = 1\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$ donc $J\left(1;\frac{3}{4}\right)$

4) $\overrightarrow{CI}\begin{pmatrix}\frac{1}{4}-1\\0-1\end{pmatrix} = \overrightarrow{CI}\begin{pmatrix}-\frac{3}{4}\\-1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{DJ}\begin{pmatrix}1-0\\\frac{3}{4}-1\end{pmatrix} = \overrightarrow{DJ}\begin{pmatrix}1\\-\frac{1}{4}\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix}1-\frac{1}{4}\\\frac{3}{4}-0\end{pmatrix} = \overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix}\frac{3}{4}\\\frac{3}{4}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CA}\binom{0-1}{0-1} = \overrightarrow{CI}\binom{-1}{-1}$

5) $\overrightarrow{CI}\begin{pmatrix}-\frac{3}{4}\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DJ}\begin{pmatrix}1\\-\frac{1}{4}\end{pmatrix}$. $xy' - x'y = \frac{3}{16} + 1 = \frac{19}{16} \neq 0$ donc ces vecteurs ne sont pas colinéaires.

6) $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix}\frac{3}{4}\\\frac{3}{4}\end{pmatrix} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{CI}\binom{-1}{-1}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{CI}$ sont colinéaires.

7) soit $M(x\,;y)$ un point de cette droite, alors $\overrightarrow{CI}\begin{pmatrix}-\frac{3}{4}\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}x-1\\y-0\end{pmatrix}$ sont colinéaires et donc

$xy' - x'y = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}y - (x-1)(-1) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}y = -x + 1 \Leftrightarrow y = (-x+1)\left(-\frac{4}{3}\right)$

$\Leftrightarrow y = \frac{4}{3}x - \frac{4}{3}$