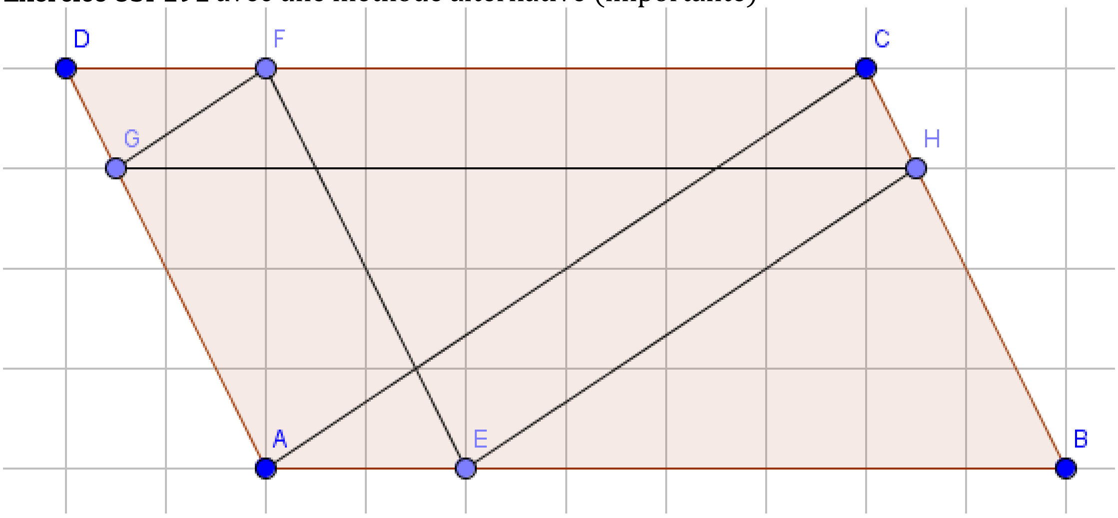
Travail fait pendant le voyage en Italie

Cours
Il vous faut travailler sur les méthodes pour trouver l'équation d'une droite en fonction des coordonnées de deux de ses points.

Exercice 85P191 avec une méthode alternative (importante)



Pour se faciliter la vie on peut transformer la recherche géométrique en une recherche analytique (qui se fera uniquement avec du calcul et de l'application de formule)
Il nous faut commencer par trouver un repère dans lequel travailler (généralement on vous le donne pour vous faciliter la vie)
Quand on regarde l'énoncé on voit que tout tourne autour du point A et qu'on utilise deux vecteurs comme référence $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ donc je vais choisir de travailler dans le repères $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right)$ bien d'autres repères pourraient faire l'affaire mais c'est celui qui va nous faciliter le plus la vie.
A partir de là il me faut trouver les coordonnées de chacun des points.
La méthode pour trouver les coordonnées du point M c'est de décomposer le vecteur $\overrightarrow{AM}$ en fonction des deux du repère, c'est à dire d'utiliser la définition du cours : $M(x;y) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$
Par exemple $\overrightarrow{AA} = \vec{0} = 0\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD}$ donc $A(0;0)$

$\overrightarrow{AB} = 1\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD}$ donc $B(1;0)$ $\qquad$ $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD}$ donc $E\left(\frac{1}{4};0\right)$

$\overrightarrow{AD} = 0\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AD}$ donc $D(0;1)$ $\qquad$ $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} = 0\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$ donc $G\left(0;\frac{3}{4}\right)$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 1\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AD}$ donc $C(1;1)$ on a utilisé le fait que ABCD est un parallélogramme et donc que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$
De plus vu qu'on a tracé des parallèles pour placer les points F et H on peut prouver rapidement que AEFD et AGHB sont des parallélogrammes. On aura donc $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AG}$
Et donc

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = 0\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AD}$ $\qquad$ donc $F\left(\frac{1}{4};1\right)$

$\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AG} = 1\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD} + 0\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} = 1\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$ $\qquad$ donc $H\left(1;\frac{3}{4}\right)$

Ainsi $\overrightarrow{GF}\begin{pmatrix}\frac{1}{4}-0\\1-\frac{3}{4}\end{pmatrix} = \overrightarrow{GF}\begin{pmatrix}\frac{1}{4}\\\frac{1}{4}\end{pmatrix}$ ce qui confirme bien que $\overrightarrow{GF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{EH}\begin{pmatrix}1-\frac{1}{4}\\\frac{3}{4}-0\end{pmatrix} = \overrightarrow{EH}\begin{pmatrix}\frac{3}{4}\\\frac{3}{4}\end{pmatrix}$ ce qui confirme bien que $\overrightarrow{EH} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$

Pour montrer le parallélisme de (GF), (EH) et (AC) on peut prouver que les vecteurs associés sont colinéaires.
$\overrightarrow{GF}\begin{pmatrix}\frac{1}{4}\\\frac{1}{4}\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{EH}\begin{pmatrix}\frac{3}{4}\\\frac{3}{4}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} = 1\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AD}$ donc $\overrightarrow{AC}\binom{1}{1}$ donc $\overrightarrow{GF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{EH} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{EH} = 3\overrightarrow{GF}$
Donc les vecteurs sont colinéaires et donc les droites sont parallèles.