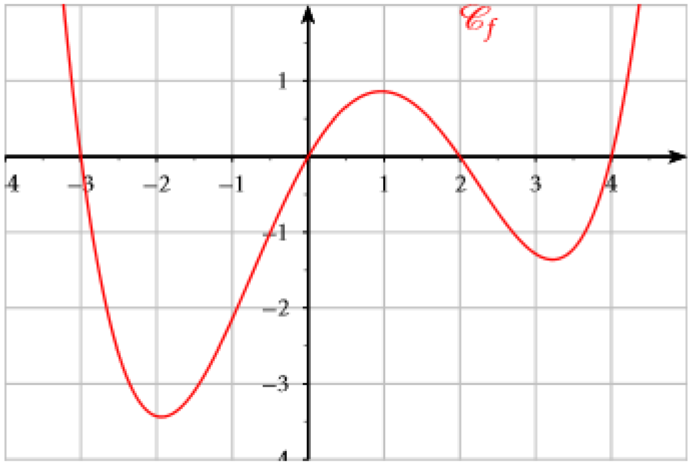
DS Fonctions : Sujet porte

Exercice 1



1) Donner un intervalle sur lequel la courbe vous semble concave.
2) Donner un intervalle sur lequel la courbe vous semble convexe.
3) Donner une valeur approchée de l'abscisse d'un point d'inflexion.
4) Expliquer comment distinguer un morceau de courbe convexe d'un morceau concave.

Exercice 2

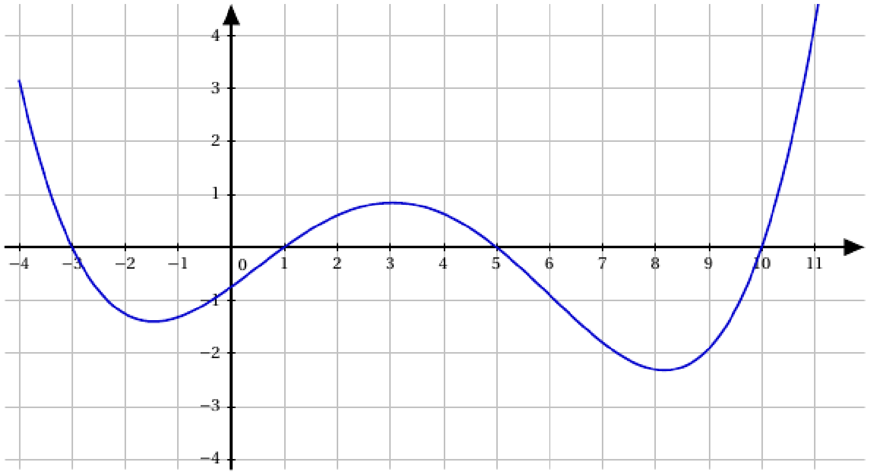
Soit f la fonction définie pour tout x de $[-20; 10]$ par :

$$f(x) = -5x^3 + 2x^2 - 8x + 11$$

1) Déterminer f' et f'' les dérivées première et seconde de la fonction f.
2) Etudier la convexité de f (c'est-à-dire, établir quand est ce que la fonction est concave, convexe et où sont les points d'inflexion de sa courbe représentative)
3) Etudier les variations de f (on attend un tableau complet)
4) On admettra que $f(x) = -50$ a exactement une solution αsur $[-20; 10]$, en donner un encadrement à 10^{-3}.
5) Prouver que $f(x) = -5\,000$ n'a aucune solution sur $[-20; 10]$
6) Prouver que $f(x) = 45\,000$ n'a aucune solution sur $[-20; 10]$

DS Fonctions : Sujet fenêtre

Exercice 1



1) Donner un intervalle sur lequel la courbe vous semble convexe.
2) Donner un intervalle sur lequel la courbe vous semble concave.
3) Expliquer comment distinguer un morceau de courbe convexe d'un morceau concave.
4) Donner une valeur approchée de l'abscisse d'un point d'inflexion.

Exercice 2

Soit g la fonction définie pour tout x de $[-15; 20]$ par :

$$g(x) = 7x^3 - 3x^2 + 6x - 9$$

1) Déterminer g' et g'' les dérivées première et seconde de la fonction g.
2) Etudier la convexité de g (c'est-à-dire, établir quand est ce que la fonction est concave, convexe et où sont les points d'inflexion de sa courbe représentative)
3) Etudier les variations de g (on attend un tableau complet)
4) On admettra que $g(x) = -50$ a exactement une solution αsur $[-15; 20]$, en donner un encadrement à 10^{-3}.
5) Prouver que $g(x) = 60\,000$ n'a aucune solution sur $[-15; 20]$
6) Prouver que $g(x) = -25\,000$ n'a aucune solution sur $[-15; 20]$

DS Fonctions :
Correction du Sujet porte

Exercice 1

1) La courbe semble concave sur $[-1; 2]$
2) La courbe semble convexe sur $[-3{,}2; -1]$ et sur $[2; 4{,}3]$
3) Il semble il y avoir deux points d'inflexion, un en -1 et un en 2.
4) Un morceau de courbe est convexe s'il est au-dessus de toute ses tangentes, il est concave s'il est sous celles-ci

Exercice 2

Soit f la fonction définie pour tout x de $[-20; 10]$ par :

$$f(x) = -5x^3 + 2x^2 - 8x + 11$$

1) $f'(x) = -15x^2 + 4x - 8$ et $f''(x) = -30x + 4$
2) Etudions le signe de f''. $-30x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow -30x \geq -4 \Leftrightarrow x \leq \frac{4}{30}$ donc la fonction f est convexe sur $[-20; \frac{2}{15}]$ et concave sur $\left[\frac{2}{15}; 10\right]$
3) Etudions le signe de f', $\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4(-15)(-8) = -464$ $\Delta < 0$ donc pas de racine et donc f'est du signe de a sur $[-20; 10]$ donc négative donc f est décroissante et on a $f(-20) = 40971$ et $f(10) = -4869$.
4) $\alpha \in [-2{,}197; 2{,}198]$.
5) Sur $[-20; 10]$, f admet -4869 comme minimum, or $-4869 > -5000$, autrement dit $\forall x \in [-20; 10]$, $f(x) \geq -4869 > -5000$ ainsi $f(x) = -5000$ n'a aucune solution sur $[-20; 10]$
6) Sur $[-20; 10]$, f admet 40971 comme maximum, or $40971 < 50000$, autrement dit $\forall x \in [-20; 10]$, $f(x) \leq 40971 < 45\,000$ ainsi $f(x) = 45\,000$ n'a aucune solution sur $[-20; 10]$

DS Fonctions :
Correction du Sujet fenêtre

Exercice 1

1) La courbe semble convexe sur $[-4; 1]$ et sur $[6; 11]$
2) La courbe semble concave sur $[1; 5]$
3) Un morceau de courbe est convexe s'il est au-dessus de toute ses tangentes, il est concave s'il est sous celles-ci
4) Les abscisses des points d'inflexion, valent approximativement 1 et 5.

Exercice 2

Soit g la fonction définie pour tout x de $[-15; 20]$ par :

$$g(x) = 7x^3 - 3x^2 + 6x - 9$$

1) $g'(x) = 21x^2 - 6x + 6$ et $g''(x) = 42x - 6$
2) Etudions le signe de g''.$42x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow 42x \geq 6 \Leftrightarrow x \geq 6/42$ donc sur $\left[-15; \frac{1}{7}\right]$ la fonction est concave et sur $\left[\frac{1}{7}; 20\right]$ elle sera convexe.
3) Etudions le signe de g', $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 21 \times 6 = -468$ $\Delta < 0$ donc pas de racine et donc g'est du signe de a sur $[-15; 20]$ donc positive donc g est croissante et on a $g(-15) = -24399$ et$g(20) = 54911$.
4) $\alpha \in [-1{,}526; -1{,}525]$.
5) Sur $[-15; 20]$, g admet 40971 comme maximum, or $54911 < 60\,000$, autrement dit $[-15; 20]$, $g(x) \leq 54911 < 60\,000$ ainsi $g(x) = 60\,000$ n'a aucune solution sur $[-15; 20]$
6) Sur $[-15; 20]$, f admet -24399 comme minimum, or $-24399 > -25\,000$, autrement dit $\forall x \in [-15; 20]$, $g(x) \geq -24399 > -25\,000$ ainsi $g(x) = -25\,000$ n'a aucune solution sur $[-15; 20]$