Correction du DM 2

Exercice 71 P 48

1) a) On sait que $u_{n+1} = 3\sqrt{u_n^2+8}$

Donc $u_1 = 3\sqrt{u_0^2+8} = 3\sqrt{1^2+8} = 3\times 3 = 9$

Donc $u_2 = 3\sqrt{u_1^2+8} = 3\sqrt{9^2+8} = 3\times\sqrt{90} \approx 28{,}46$

b) $\frac{u_2}{u_1} \approx 3{,}16$ et $\frac{u_1}{u_0} = \frac{9}{1}$ donc $\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_1}{u_0}$ et donc la suite (u_n) n'est pas géométrique.

2) a) $v_0 = u_0^2+9 = 1^2+9 = 10,\quad v_1 = u_1^2+9 = 81+9 = 90$ et

$v_2 = u_2^2+9 = \left(3\times\sqrt{90}\right)^2+9 = 9\times 90+9 = 900$

b) $v_{n+1} = u_{n+1}^2+9 = \left(3\sqrt{u_n^2+8}\right)^2+9 = 9(u_n^2+8)+9$ or $v_n = u_n^2+9$ et donc $v_n-9 = u_n^2$ et ainsi $v_{n+1} = 9\big((v_n-9)+8\big)+9 = 9(v_n-1)+9 = 9v_n-9+9 = 9v_n$ la suite (v_n)est donc géométrique de raison 9 et de premier terme $v_0 = 10$

c) le premier terme est positif et la raison est strictement supérieure à 1 donc la suite est croissante.

3) a) d'après la conclusion de la question 2b) pour tout entier naturel n on aura : $v_n = 10\times 9^n$

b) Comme $v_n-9 = u_n^2$ on aura $u_n^2 = 10\times 9^n-9$ et donc $u_n = \sqrt{10\times 9^n-9}$

Exercice 72P48

1) a) $u_{n+1} = u_n\left(1+\frac{3}{100}\right) = 1{,}03u_n$

b) La suite est géométrique de raison 1,03 et de premier terme $u_0 = 7\,000$

c) le premier terme étant positif et la raison étant strictement supérieure à 1, la suite sera croissante.

d) de la question 2 je déduis que pour tout entier naturel n on aura $u_n = 7\,000\times 1{,}03^n$ au bout de vingt ans on aura le capital suivant $u_{20} = 7\,000\times 1{,}03^{20} \approx 12\,642{,}78$

2)

a) on sait qu'au bout de 20 ans on a largement dépassé les 10 000 € donc le nombre d'année à attendre est inférieur ou égal à 20.

b) on veut que $u_n \geq 10\,000 \Leftrightarrow 7\,000\times 1{,}03^n \geq 10\,000$

c)

Algorithme	Programme : Texas intrument	Programme : Casio
$N \leftarrow 0$ $U \leftarrow 7000$ Tant que U≤1000 $U \leftarrow 1{,}03U$ $N \leftarrow N+1$ Fin Tant que Afficher N	$0 \rightarrow N$ $7000 \rightarrow U$ While U≤1000 $1{,}03U \rightarrow U$ $N+1 \rightarrow N$ End Disp N	$0 \rightarrow N$↲ $7000 \rightarrow U$↲ While U≤1000↲ $1{,}03U \rightarrow U$↲ $N+1 \rightarrow N$↲ WhileEnd↲ N

Grace au programme on apprend qu'il faudra attendre 13 ans

www.dimension-k.com

Correction du DM 2

Exercice 71 P 48

1) a) On sait que $u_{n+1} = 3\sqrt{u_n^2+8}$

Donc $u_1 = 3\sqrt{u_0^2+8} = 3\sqrt{1^2+8} = 3\times 3 = 9$

Donc $u_2 = 3\sqrt{u_1^2+8} = 3\sqrt{9^2+8} = 3\times\sqrt{90} \approx 28{,}46$

b) $\frac{u_2}{u_1} \approx 3{,}16$ et $\frac{u_1}{u_0} = \frac{9}{1}$ donc $\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_1}{u_0}$ et donc la suite (u_n) n'est pas géométrique.

2) a) $v_0 = u_0^2+9 = 1^2+9 = 10,\quad v_1 = u_1^2+9 = 81+9 = 90$ et

$v_2 = u_2^2+9 = \left(3\times\sqrt{90}\right)^2+9 = 9\times 90+9 = 900$

b) $v_{n+1} = u_{n+1}^2+9 = \left(3\sqrt{u_n^2+8}\right)^2+9 = 9(u_n^2+8)+9$ or $v_n = u_n^2+9$ et donc $v_n-9 = u_n^2$ et ainsi $v_{n+1} = 9\big((v_n-9)+8\big)+9 = 9(v_n-1)+9 = 9v_n-9+9 = 9v_n$ la suite (v_n)est donc géométrique de raison 9 et de premier terme $v_0 = 10$

c) le premier terme est positif et la raison est strictement supérieure à 1 donc la suite est croissante.

3) a) d'après la conclusion de la question 2b) pour tout entier naturel n on aura : $v_n = 10\times 9^n$

b) Comme $v_n-9 = u_n^2$ on aura $u_n^2 = 10\times 9^n-9$ et donc $u_n = \sqrt{10\times 9^n-9}$

Exercice 72P48

1) a) $u_{n+1} = u_n\left(1+\frac{3}{100}\right) = 1{,}03u_n$

b) La suite est géométrique de raison 1,03 et de premier terme $u_0 = 7\,000$

c) le premier terme étant positif et la raison étant strictement supérieure à 1, la suite sera croissante.

d) de la question 2 je déduis que pour tout entier naturel n on aura $u_n = 7\,000\times 1{,}03^n$ au bout de vingt ans on aura le capital suivant $u_{20} = 7\,000\times 1{,}03^{20} \approx 12\,642{,}78$

2)

a) on sait qu'au bout de 20 ans on a largement dépassé les 10 000 € donc le nombre d'année à attendre est inférieur ou égal à 20.

b) on veut que $u_n \geq 10\,000 \Leftrightarrow 7\,000\times 1{,}03^n \geq 10\,000$

c)

Algorithme	Programme : Texas intrument	Programme : Casio
$N \leftarrow 0$ $U \leftarrow 7000$ Tant que U≤1000 $U \leftarrow 1{,}03U$ $N \leftarrow N+1$ Fin Tant que Afficher N	$0 \rightarrow N$ $7000 \rightarrow U$ While U≤1000 $1{,}03U \rightarrow U$ $N+1 \rightarrow N$ End Disp N	$0 \rightarrow N$↲ $7000 \rightarrow U$↲ While U≤1000↲ $1{,}03U \rightarrow U$↲ $N+1 \rightarrow N$↲ WhileEnd↲ N

Grace au programme on apprend qu'il faudra attendre 13 ans