Méthodes (chapitre sur les suites)

savoir déterminer un terme précis d'une suite (par exemple u_5)

— si la suite est définie en fonction de n, trouver u_5 correspond à remplacer n par 5 dans la formule de définition

— si la suite est définie par récurrence, il faudra calculer successivement tous les termes jusqu'à u_5

- on peut utiliser la calculatrice rentrer le premier terme appuyer sur Exe puis rentrer la formule en remplaçant tous les u_n par des *Rep* (ou des *Ans* si votre calculatrice est en anglais)

Etudier les variations d'une suite (1ES)

— On étudie les signe de $u_{n+1} - u_n$ s'il est positif la suite est croissante , s'il est négatif la suite est décroissante

— Cas de la suite géom. de premier terme positif : $q > 1$ la suite est croissante sa limite tends vers $+\infty$

$q = 1$ constante sa limite est u_0

$0 < q < 1$ la suite est décroissante sa limite est 0

(si le premier terme est négatif alors l'ordre est inversé)

Savoir prouver qu'une suite est géométrique (ou le contraire)

— Prouver que u_{n+1} peut-être écrit sous la forme : $u_{n+1} = qu_n$

— Si la définition de u_n est de la forme $u_n = a \times b^n$ le premier terme est $u_0 = a$ et la raison est b. Si elle est de la forme $a \times b^{n-p}$ alors elle est de raison b et de premier terme $u_p = a$.

— Si (v_n) est une suite auxiliaire dans le cadre d'un travail sur une suite arithmético-géométrique :

on part de v_{n+1} on exprime ça en fonction de u_{n+1}

puis à l'aide de la formule de définition de (u_n) par récurrence on exprime ça en fonction de u_n

et là avec la formule liant $u_n$et v_n on trouve qv_n

— Pour montrer qu'elle n'est pas géométrique il suffit de comparer deux quotients comme $\frac{u_1}{u_0}, \frac{u_2}{u_1}$ s'ils sont différents la suite ne peut être géométrique.

Savoir prouver qu'une suite est arithmétique (1ES)

— Prouver que $u_{n+1} - u_n$ est constant (la constante est la raison) ⇔ Trouver r tel que $u_{n+1} = u_n + r$

— Si la définition de u_n est de la forme $u_n = a + b \times n$ le premier terme est $u_0 = a$ et la raison est b.

Savoir calculer la somme des termes

$$u_p + u_{p+1} + \cdots + u_n = u_p \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} = premier\ terme \frac{1 - q^{nombres\ de\ termes}}{1 - q}$$

Limites de suites

Cas de la suite géometrique de positif : $q > 1$ $\lim_{n \to +\infty} u_n = +\infty$

$q = 1$ $\lim_{n \to +\infty} u_n = u_0$

$-1 < q < 1$ $\lim_{n \to +\infty} u_n = 0$ sinon pas de limite.

En terme de méthode, quand on demandera de calculer la limite d'une suite, à moins qu'elle soit géométrique de premier terme positif alors il faudra extraire une suite auxiliaire vérifiant ces conditions, on utilisera alors la propriété pour déterminer sa limite puis, on en déduira la limite de la fonction de départ.

Pourcentages

Augmenter une quantité de t% c'est la multiplier par $\left(1 + \frac{t}{100}\right)$

Diminuer une quantité de t% c'est la multiplier par $\left(1 - \frac{t}{100}\right)$

Prendre t% d'une quantité c'est la multiplier par $\frac{t}{100}$

Déterminer un pourcentage : $\frac{Valeur\ étudiée - valeur\ de\ référence}{valeur\ de\ référence} \times 100$

Construction graphique des termes d'une suite

Si on a une suite définie par récurrence par $\begin{cases} u_p = \cdots \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ on trace dans un repère (D)la droite d'équation $y = x$ et C_f la courbe représentative de f puis en partant de u_p sur l'axe des abscisse on alterne :

- Trait vertical vers C_f * Trait horizontal vers (D)

Pour la lecture des termes on prolonge les traits verticaux en pointillé jusqu'à l'axe des abscisses et on lit sur cet axe les valeurs des termes successifs.

savoir créer et comprendre l'algorithme et le programme pour les deux situations type

— pour déterminer le terme d'une suite, par exemple : $\begin{cases} u_{10} = 64 \\ u_{n+1} = 0.5u_n - 3 \end{cases}$:

Algorithme en français	TI	Casio
demander N le rang du terme cherché	Prompt N	« N= » ? →N
Rentrer dans la mémoire la valeur du premier terme	$64 \to U$	$64 \to U$
faire une boucle pour i allant de l'indice du second terme (généralement 1 mais qui ici vaut 10) jusqu'à N	for(I,10,N)	for 10→I to N
Calculer le nouveau U	$0{,}5U - 3 \to U$	$0{,}5U - 3 \to U$
Fermer la boucle	End	Next
Afficher la valeur du bon terme U	Disp U	U

— Pour savoir quand est ce qu'une suite dépasse un seuil,
par exemple quand est ce que (u_n)définie par $\begin{cases} u_{10} = 64 \\ u_{n+1} = 0.5u_n - 3 \end{cases}$ passe sous -1 ?

Algorithme en français	TI	Casio
Rentrer dans la mémoire la valeur du premier terme	$64 \to U$	$64 \to U$
faire une boucle qui tournera tant que l'objectif n'est pas atteint	While U≥-1	While U≥-1
Calculer le nouveau U	$0{,}5U - 3 \to U$	$0{,}5U - 3 \to U$
Augmenter le rang de 1	$N + 1 \to N$	$N + 1 \to N$
Fermer la boucle	End	WhileEnd
Afficher le rang	Disp N	N

Bonus : Tableau de variation (par l'exemple)

Etudier les variations de f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ $par\ f(x) = \frac{3}{x^8} + \frac{7}{x^9} - \frac{5}{x^{10}}$

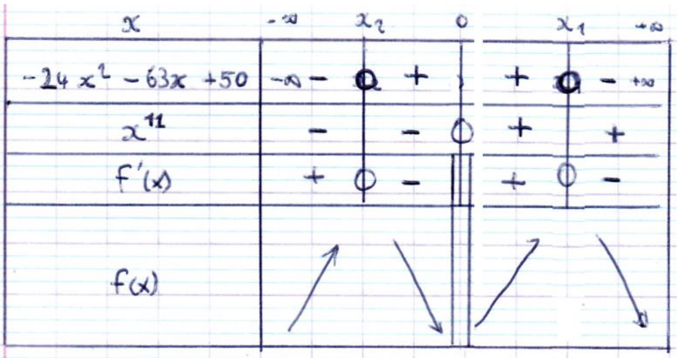
1) Premièrement on dérive la fonction et on la factorise au maximum

$$f'(x) = \frac{-3\times8}{x^9} + \frac{-7\times9}{x^{10}} - \frac{-5\times10}{x^{11}} = -\frac{24}{x^9} - \frac{63}{x^{10}} + \frac{50}{x^{11}} = \frac{-24x^2-63x+50}{x^{11}}$$

2) Puis on cherche les valeurs d'annulation de chaque facteur de la dérivée

Racines de : $-24x^2 - 63x + 50$

$\Delta = (-63)^2 - 4(-24)50 = 3969 + 4800 = 8769$



$\Delta > 0$donc le numérateur a deux racines :

$x_1 = \frac{63-\sqrt{8769}}{2\times(-24)} = \frac{63-\sqrt{8769}}{-48} \approx 0{,}64$

et $x_2 = \frac{63+\sqrt{8769}}{-48} \approx -3{,}26$

3) On crée un tableau :
   a. première ligne : les x allant de -∞ à +∞ et passant par toutes les valeurs d'annulations repérées.
   b. Une ligne par facteur
   c. Une ligne pour f' remplie avec la règle des signes, on descend les 0 ou on met des doubles barres si la valeur d'annulation annule le dénominateur
   d. Une ligne pour la fonction , ça monte quand la dérivée est positive sinon ça descend. Attention la si la dérivée a des doubles barres alors on les tires jusqu'en bas.