Correction : Devoir maison : probabilités, algorithmique, tableur.

Pour le 4 décembre

a) Adapter ce programme sur votre calculatrice ou dans un langage de votre choix et donner le programme obtenu. (la fonction Output peut être utile)

```
: 0 →X
: 0→Y
: While (Y≥-1) et (Y≤1) et (X≤ 9)
: EntAleat(0,2)-1→D
: Y+D→Y
: X+1→ X
: End
: EffEcr
: Output(4,1, ''POSITION( ; )'')
: Output(4,10,X)
: Output(4,12,Y)
```

b) (-1,0) est impossible car cette position signifie que l'automate a rebroussé chemin ce qui n'est pas possible.
(9,-3) est impossible car cette position signifie que le robot a continué d'aller vers la droite alors qu'il était déjà tombé à droite du pont.
(0 ;10) est impossible car l'algorithme s'arrête de tourner quand y=-2 ou y=2 ou x=10 donc on ne peut atteindre cette position.

c)

```
:If (X=10) et (Y≤ 1) et (Y≥ −1)
: Then
: Disp(''REUSSI '')
: Else
: Disp (''PLOUF'')
: End
```

```
SI (x=10 ET y<=1 ET y>=-1) ALORS
  DEBUT_SI
  AFFICHER "l'automate est arrivé à bon port"
  FIN_SI
  SINON
    DEBUT_SINON
    AFFICHER "l'automate est tombé dans l'eau"
    FIN_SINON
```

2)

a) L'automate commence sa course à l'origine donc on est sur à 100% que quand x=0 alors $y = 0$ autrement on sait que l'événement B_n est certain et donc que $a_0 = c_0 = 0$ et $b_0 = 1$

b) Soit S_n l'événement « après n déplacement l'automate n'est plus sur le pont ».
A_n, B_n , C_n et S_n réalisent une partition de l'univers
D'après la formule de probabilité totale :

$$P(A_{n+1}) = P(A_{n+1} \cap A_n) + P(A_{n+1} \cap B_n) + P(A_{n+1} \cap C_n) + P(A_{n+1} \cap S_n)$$
$$= P(A_n)P_{A_n}(A_{n+1}) + P(B_n)P_{B_n}(A_{n+1}) + P(C_n)P_{C_n}(A_{n+1}) + 0 = a_n\frac{1}{3} + b_n\frac{1}{3} + c_n\,0 = \frac{a_n+b_n}{3}$$

Et

$$P(B_{n+1}) = P(B_{n+1} \cap A_n) + P(B_{n+1} \cap B_n) + P(B_{n+1} \cap C_n) + P(B_{n+1} \cap S_n)$$
$$= P(A_n)P_{A_n}(B_{n+1}) + P(B_n)P_{B_n}(B_{n+1}) + P(C_n)P_{C_n}(B_{n+1}) + 0 = a_n\frac{1}{3} + b_n\frac{1}{3} + c_n\frac{1}{3} = \frac{a_n+b_n+c_n}{3}$$

c) $P(A_1) = \frac{a_0+b_0}{3} = \frac{1}{3}$, $P(B_1) = \frac{a_0+b_0+c_0}{3} = \frac{1}{3}$ et $P(C_1) = \frac{b_0+c_0}{3} = \frac{1}{3}$

d) $P(A_2) = \frac{a_1+b_1}{3} = \frac{2}{9}$, $P(B_2) = \frac{a_1+b_1+c_1}{3} = \frac{3}{9}$ et $P(C_2) = \frac{b_1+c_1}{3} = \frac{2}{9}$.
La probabilité d'être encore sur le pont sera donc de $\frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$

e) on doit copier à la ligne deux : 0, 1 et 0 (voir question 2a))

f) On copiera respectivement : $= (B2 + C2)/3$, $= (B2 + C2 + D2)/3$ et $= (C2 + D2)/3$

g) .

h) En déduire une valeur approchée à 10^{-3} de la probabilité pour que l'automate arrive à traverser le pont.
On a obtenu par somme : P(« traverser le pont »)≈ 0,138
Remarque : les arrondis se sont accumulés, si on avait pris les résultats bruts on aurait trouvé 0,137.

	A	B	C	D
1	n	a_n	b_n	c_n
2	0	0	1	0
3	1	0,3333333	0,33333333	0,33333333
4	2	0,2222222	0,33333333	0,22222222
5	3	0,1851852	0,25925926	0,18518519
6	4	0,1481481	0,20987654	0,14814815
7	5	0,1193416	0,16872428	0,11934156
8	6	0,0960219	0,13580247	0,09602195
9	7	0,0772748	0,10928212	0,07727481
10	8	0,0621856	0,08794391	0,06218564
11	9	0,0500432	0,07077173	0,05004318
12	10	0,0403	0,0570	0,0403