

## Correction : Devoir maison : probabilités, algorithmique, tableur.

Pour le 4 décembre

a) Adapter ce programme sur votre calculatrice ou dans un langage de votre choix et donner le programme obtenu. (la fonction Output peut être utile)

```

: 0 → X
: 0 → Y
: While (Y ≥ -1) et (Y ≤ 1) et (X ≤ 9)
: EntAleat(0,2)-1 → D
: Y + D → Y
: X + 1 → X
: End
: EffEcr
: Output(4,1, 'POSITION( ; )')
: Output(4,10,X)
: Output(4,12,Y)
    
```

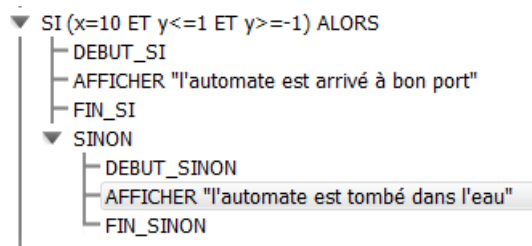
(-1,0) est impossible car cette position signifie que l'automate a rebroussé chemin ce qui n'est pas possible.

b) (9,-3) est impossible car cette position signifie que le robot a continué d'aller vers la droite alors qu'il était déjà tombé à droite du pont.

(0 ; 10) est impossible car l'algorithme s'arrête de tourner quand  $y = -2$  ou  $y = 2$  ou  $x = 10$  donc on ne peut atteindre cette position.

```

c) :If (X=10) et (Y ≤ 1) et (Y ≥ -1)
: Then
: Disp('REUSSI ')
: Else
: Disp('PLOUF')
: End
    
```



2)

a) L'automate commence sa course à l'origine donc on est sûr à 100% que quand  $x=0$  alors  $y = 0$  autrement dit on sait que l'événement  $B_n$  est certain et donc que  $a_0 = c_0 = 0$  et  $b_0 = 1$

b) Soit  $S_n$  l'événement « après  $n$  déplacement l'automate n'est plus sur le pont ».

$A_n, B_n, C_n$  et  $S_n$  réalisent une partition de l'univers

D'après la formule de probabilité totale :

$$P(A_{n+1}) = P(A_{n+1} \cap A_n) + P(A_{n+1} \cap B_n) + P(A_{n+1} \cap C_n) + P(A_{n+1} \cap S_n)$$

$$= P(A_n)P_{A_n}(A_{n+1}) + P(B_n)P_{B_n}(A_{n+1}) + P(C_n)P_{C_n}(A_{n+1}) + 0 = a_n \frac{1}{3} + b_n \frac{1}{3} + c_n \cdot 0 = \frac{a_n + b_n}{3}$$

Et

$$P(B_{n+1}) = P(B_{n+1} \cap A_n) + P(B_{n+1} \cap B_n) + P(B_{n+1} \cap C_n) + P(B_{n+1} \cap S_n)$$

$$= P(A_n)P_{A_n}(B_{n+1}) + P(B_n)P_{B_n}(B_{n+1}) + P(C_n)P_{C_n}(B_{n+1}) + 0 = a_n \frac{1}{3} + b_n \frac{1}{3} + c_n \frac{1}{3} = \frac{a_n + b_n + c_n}{3}$$

c)  $P(A_1) = \frac{a_0 + b_0}{3} = \frac{1}{3}$ ,  $P(B_1) = \frac{a_0 + b_0 + c_0}{3} = \frac{1}{3}$  et  $P(C_1) = \frac{b_0 + c_0}{3} = \frac{1}{3}$

d)  $P(A_2) = \frac{a_1 + b_1}{3} = \frac{2}{9}$ ,  $P(B_2) = \frac{a_1 + b_1 + c_1}{3} = \frac{3}{9}$  et  $P(C_2) = \frac{b_1 + c_1}{3} = \frac{2}{9}$ .

La probabilité d'être encore sur le pont sera donc de

$$\frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

e) on doit copier à la ligne deux : 0, 1 et 0 (voir question 2a))

f) On copiera respectivement :  $= (B_2 + C_2)/3$ ,  $= (B_2 + C_2 + D_2)/3$  et  $= (C_2 + D_2)/3$

g) .

h) En déduire une valeur approchée à  $10^{-3}$  de la probabilité pour que l'automate arrive à traverser le pont.

On a obtenu par somme :  $P(\ll traverser le pont \gg) \approx 0,138$

Remarque : les arrondis se sont accumulés, si on avait pris les résultats bruts on aurait trouvé 0,137.

	A	B	C	D
1	n	$a_n$	$b_n$	$c_n$
2	0	0	1	0
3	1	0,3333333	0,33333333	0,33333333
4	2	0,2222222	0,33333333	0,22222222
5	3	0,1851852	0,25925926	0,18518519
6	4	0,1481481	0,20987654	0,14814815
7	5	0,1193416	0,16872428	0,11934156
8	6	0,0960219	0,13580247	0,09602195
9	7	0,0772748	0,10928212	0,07727481
10	8	0,0621856	0,08794391	0,06218564
11	9	0,0500432	0,07077173	0,05004318
12	10	0,0403	0,0570	0,0403