Devoir surveillé
Géométrie dans l'espace, loi normale

Exercice 1

Soit $A(5;-3;4)$, $B(9;-8;5)$; $C(17;-18;7)$; $D(3;1;2)$ et $E(5;6;7)$ cinq points de l'espace ,(P_1) et (P_2) deux plans d'équations respectifs :

$2x-y+z=3$ et $x-2y+z=0$

On admettra que par A, B et D il ne passe qu'un seul plan que l'on notera (P_3)

1) Prouver que $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ est normal à (P_3).
2) En déduire une équation de (P_3).
3) Calculer la distance de E à (P_3).
4) En déduire l'équation de la sphère centrée en E et tangente à (P_3).
5) Donner un système d'équations paramétriques de $(D)=(P_1)\cap(P_3)$ en posant $x=2t$
6) Est-ce que (D) est parallèle à (P_2) ? Si oui cherchez les coordonnées de $W=(P_2)\cap(D)$

Exercice 2

En 2008 Barak Obama a gagné les élections présidentielles avec 53% des votes populaires.
La veille des élections un institut de sondage, a interrogé 600 personnes d'Ohio (un des swings state : autrement dit un état non coloré politiquement). On supposera que l'échantillon est représentatif de la population américaine.
On admettra l'indépendance des 600 réponses.
Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de personnes désirant voter pour M. Obama. $F=\frac{X}{600}$ sera la fréquence de vote pour Barack Obama.

1) Donner la loi suivie par X et ses paramètres.
2) Donner son espérance μ et son écart type σ
3) On pose Z la variable aléatoire définie par $=\frac{X-\mu}{\sigma}$. Donner la loi suivie approximativement par Z.
4) En utilisant la table de la loi normale centrée réduite donnez les probabilités suivantes :
   a. $P(320\le X\le 330)$
   b. $P(0{,}5\le F_n\le 0{,}56)$
5) Donner $[a;b]$ l'intervalle de fluctuation de la fréquence au seuil de 95% autrement dit l'intervalle centré de 0,53 tel que $P(a\le F_n\le b)=0{,}95$

Devoir surveillé
Géométrie dans l'espace, loi normale

Exercice 1

Soit $A(5;-3;4)$, $B(9;-8;5)$; $C(17;-18;7)$; $D(3;1;2)$ et $E(5;6;7)$ cinq points de l'espace ,(P_1) et (P_2) deux plans d'équations respectifs :

$2x-y+z=3$ et $x-2y+z=0$

On admettra que par A, B et D il ne passe qu'un seul plan que l'on notera (P_3)

1) Prouver que $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ est normal à (P_3).
2) En déduire une équation de (P_3).
3) Calculer la distance de E à (P_3).
4) En déduire l'équation de la sphère centrée en E et tangente à (P_3).
5) Donner un système d'équations paramétriques de $(D)=(P_1)\cap(P_3)$ en posant $x=2t$
6) Est-ce que (D) est parallèle à (P_2) ? Si oui cherchez les coordonnées de $W=(P_2)\cap(D)$

Exercice 2

En 2008 Barak Obama a gagné les élections présidentielles avec 53% des votes populaires.
La veille des élections un institut de sondage, a interrogé 600 personnes d'Ohio (un des swings state : autrement dit un état non coloré politiquement). On supposera que l'échantillon est représentatif de la population américaine.
On admettra l'indépendance des 600 réponses.
Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de personnes désirant voter pour M. Obama. $F=\frac{X}{600}$ sera la fréquence de vote pour Barack Obama.

1) Donner la loi suivie par X et ses paramètres.
2) Donner son espérance μ et son écart type σ
3) On pose Z la variable aléatoire définie par $=\frac{X-\mu}{\sigma}$. Donner la loi suivie approximativement par Z.
4) En utilisant la table de la loi normale centrée réduite donnez les probabilités suivantes :
   a. $P(320\le X\le 330)$
   b. $P(0{,}5\le F_n\le 0{,}56)$
5) Donner $[a;b]$ l'intervalle de fluctuation de la fréquence au seuil de 95% autrement dit l'intervalle centré de 0,53 tel que $P(a\le F_n\le b)=0{,}95$

Exercice 1

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\-5\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-2\\4\\-2\end{pmatrix}$ sont les vecteurs directeurs des droites (AB) et (AD). $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}.\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\-5\\1\end{pmatrix} = 4-5+1=0$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}.\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-2\\4\\-2\end{pmatrix} = -2+4-2=0$ donc $\vec{u}$ est bien orthogonal à deux droites non parallèles de (P_3) donc il est orthogonal à ce plan.
2) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ est orthogonal à (P_3) donc ce plan a pour équation : $x+y+z=d$ or il passe par A donc $5+(-3)+4=d$ donc $d=6$ donc le plan a pour équation : $x+y+z-6=0$
3) Calculer la distance de E à (P_3). $d\big(E;(P_3)\big)=\frac{|5+6+7-6|}{\sqrt{1+1+1}}=\frac{12}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$
4) $(x-5)^2+(y-6)^2+(z-7)^2=48$ est l'équation du cercle centré en E et tangent à (P_3) car $\left(4\sqrt{3}\right)^2=48$
5) $\begin{cases}x+y+z-6=0\\ 2x-y+z=3\\ x=2t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x+2z-6=3\\ -x+2y-6=-3\\ x=2t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2z=9-6t\\ 2y=3+2t\\ x=2t\end{cases} \Leftrightarrow$
$\begin{cases}x=2t\\ y=\frac{3}{2}+t\\ z=\frac{9}{2}-3t\end{cases}$ est une représentation paramétrique de (D)
6) (P_2) a pour équation $x-2y+z=0$ donc il aura un vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$, de plus (D) a pour vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\1\\-3\end{pmatrix}$. Effectuons : $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}.\vec{v}\begin{pmatrix}2\\1\\-3\end{pmatrix}=2-2-3=-3$ les vecteurs ne sont pas orthogonaux donc (D) coupera (P_2) en un point $W(x;y;z)$ vérifiant $x-2y+z=0$ et $\begin{cases}x=2t\\ y=\frac{3}{2}+t\\ z=\frac{9}{2}-3t\end{cases}$ donc $2t-2\left(\frac{3}{2}+t\right)+\left(\frac{9}{2}-3t\right)=0$ donc $\frac{3}{2}=3t$ donc $t=\frac{1}{2}$ donc $\begin{cases}x=1\\ y=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\\ z=\frac{9}{2}-3\frac{1}{2}\end{cases}$ donc le point d'intersection sera : $W(1;2;3)$

Exercice 2

1) On a 600 répétition indépendantes de la même épreuve a deux issues dont une de probabilité 0,53 est considérée comme une réussite, donc X la variable aléatoire comptant le nombre de réussite suivra une loi Binomiale de paramètres $n=600$ et $p=0{,}53$.
2) On aura $\mu=n\,p=600\times 0{,}53=318$ et son écart type sera : $\sigma=\sqrt{n\,p\,(1-p)}=\sqrt{149{,}46}$
3) $Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$ est une loi d'espérance 0 et de variance 1, vu que ≥ 30 , $np\geq 5$ et $n(1-p)\geq 5$ on aura Z qui sera équivalente à une loi normale centrée réduite.
4) En utilisant la table de la loi normale centrée réduite donnez les probabilités suivantes :
   a. $P(320\leq X\leq 330)=P\left(\frac{320-318}{\sqrt{149{,}46}}\leq\frac{X-318}{\sqrt{149{,}46}}\leq\frac{330-318}{\sqrt{149{,}46}}\right)\approx P(0{,}16\leq Z\leq 0{,}98)\approx P(Z\leq 0{,}98)-P(Z\leq 0{,}16)\approx 0{,}8364-0{,}5636\approx 0{,}2728$
   b. $P(0{,}5\leq F_n\leq 0{,}56)=P\left(0{,}5\leq\frac{X}{600}\leq 0{,}56\right)=P(300\leq X\leq 336)=P\left(\frac{300-318}{\sqrt{149{,}46}}\leq\frac{X-318}{\sqrt{149{,}46}}\leq\frac{336-318}{\sqrt{149{,}46}}\right)\approx P(-1{,}47\leq Z\leq 1{,}47)\approx P(X\leq 1{,}47)-P(X\leq -1{,}47)\approx P(X\leq 1{,}47)-\big(1-P(X\leq 1{,}47)\big)\approx 2P(X\leq 1{,}47)-1\approx 2\times 9292-1\approx 0{,}8584$
5) Donner $[a;b]$ l'intervalle de fluctuation de la fréquence au seuil de 95% autrement dit l'intervalle centré de 0,53 tel que $P(a\leq F_n\leq b)\approx 0{,}95$

On sait que $P(-1{,}96\leq Z\leq 1{,}96)\approx 0{,}95$ donc $P\left(-1{,}96\leq\frac{X-318}{\sqrt{149{,}46}}\leq 1{,}96\right)\approx 0{,}95$ donc $P\big(318-1{,}96\sqrt{149{,}46}\leq x\leq 1{,}96\sqrt{149{,}46}+318\big)\approx 0{,}95$ or $318-1{,}96\sqrt{149{,}46}\approx 294{,}04$ (j'ai arrondi par défaut) et $318+1{,}96\sqrt{70{,}2462}\approx 341{,}96$ (j'ai arrondi par excès) donc $P(294{,}04\leq X\leq 341{,}96)\approx 0{,}95$ donc $P\left(\frac{294{,}04}{600}\leq F_n\leq\frac{341{,}96}{600}\right)\approx 0{,}95$. $\frac{294{,}04}{600}\approx 0{,}490$ et $\frac{341{,}96}{600}\approx 0{,}570$ donc $[0{,}490;0{,}570]$ sera notre intervalle de fluctuation de la fréquence au seuil de 95%