Correction du devoir maison T STL

Exercice 59P80

$f(x) = 2x - 3 + \frac{9}{2x+1}$

1a) Déjà vu l'intervalle sur lequel on travaille il s'agit de la limite vers $-\frac{1}{2}$ en restant plus grand que cette valeur

$\lim_{x\to-\frac{1}{2}} 2x+1 = 0^+$ donc $\lim_{x\to-\frac{1}{2}} \frac{9}{2x+1} = +\infty$ par quotient

de plus $\lim_{x\to-\frac{1}{2}} 2x-3 = -4$ et donc $\lim_{x\to-\frac{1}{2}} f(x) = +\infty$ par somme.

b) la courbe admet donc une asymptote verticale d'équation $x = -\frac{1}{2}$

2) $\lim_{x\to+\infty} 2x+1 = +\infty$ donc $\lim_{x\to+\infty} \frac{9}{2x+1} = 0$ par quotient

de plus $\lim_{x\to+\infty} 2x-3 = +\infty$ et donc $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ par somme.

3)a) $\lim_{x\to+\infty} [f(x) - (2x-3)] = \lim_{x\to+\infty} \left[2x-3+\frac{9}{2x+1} - (2x-3)\right] = \lim_{x\to+\infty} \left[\frac{9}{2x+1}\right] = 0$ (voir question 2)

Ainsi la droite d'équation $y = 2x - 3$ est bien asymptote oblique à la courbe représentative de f vers $+\infty$

b) la position de la courbe par rapport à son asymptote est donnée par le signe de $f(x) - (2x-3) = \frac{9}{2x+1}$ qui est toujours positif sur $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ donc la courbe est toujours au-dessus de l'asymptote.

4a) $(x) = 2x - 3 + 9\frac{1}{2x+1}$, je reconnais $\frac{1}{v} \to -\frac{v'}{v^2}$ avec $v = 2x+1$ et $v' = 2$

donc $f'(x) = 2 + \frac{9(-2)}{(2x+1)^2} = \frac{2(2x+1)^2}{(2x+1)^2} + \frac{-2\times9}{(2x+1)^2} = \frac{2[(2x+1)^2-3^2]}{(2x+1)^2} = \frac{2[(2x+1)-3][(2x+1)+3]}{(2x+1)^2} = \frac{2[2x-2][2x+4]}{(2x+1)^2} = \frac{8[x-1][x+2]}{(2x+1)^2}$

b) $x+2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$ donc ce facteur sera positif sur $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ tout comme 8 et $(2x+1)^2$ donc la dérivée sera du signe du dernier facteur .

$x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$ donc ce facteur (et la dérivée) sera négatif sur $]-\frac{1}{2}; 1]$ puis positif sur $[0; +\infty[$ et donc la fonction f sera décroissante jusqu'à $x = 1$puis croissante jusqu'à $+\infty$. Au bout des flèches on aura $+\infty$ et $f(1) = 2$ pour la premières et $f(1) = 2$ et $+\infty$ pour la deuxième.

5) le minimum de la fonction sur son ensemble de définition étant 2, valeur positive, on peut en déduire que la fonction est toujours positive.

6) Il semblerait(par analyse graphique) qu'on passe deux fois par 10.

Exercice 60 P 80

A l'aide de l'ordinateur on a placé les points de coordonnées $\left(\frac{1}{x}; \frac{1}{v}\right)$, ils semblent alignés et la droite proposée par l'ordinateur est d'équation $f(X) = 0{,}003X + 748{,}202$

Qu'est ce que ça veut dire ? Et bien que qu'on n'est pas loin d'avoir : $\frac{1}{v} = 0{,}003\frac{1}{x} + 748{,}202$

Or on est aussi sensé avoir $\frac{1}{v} = \frac{K}{a} \times \frac{1}{x} + \frac{1}{a}$

Par identification : $\frac{K}{a} = 0{,}003$ et $\frac{1}{a} = 748{,}202$ donc $a = \frac{1}{748{,}202}$ et $K = 0{,}003\frac{1}{748{,}202}$

Donc on a bien $K \approx 4 \times 10^{-6}$ et $a \approx 1{,}3 \times 10^{-3}$

2) a) $\frac{1{,}3\times10^{-3}\times x}{4\times10^{-6}+x} = \frac{1{,}3\times10^{-3}\times x}{x(\frac{4\times10^{-6}}{x}+1)} = \frac{1{,}3\times10^{-3}}{\frac{4\times10^{-6}}{x}+1}$ donc $\lim_{x\to+\infty} \frac{1{,}3\times10^{-3}\times x}{4\times10^{-6}+x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1{,}3\times10^{-3}}{\frac{4\times10^{-6}}{x}+1} = 1{,}3 \times 10^{-3}$

b) $\frac{1{,}3\times10^{-3}\times x}{4\times10^{-6}+x} = \frac{ax}{K+x} = v$ donc la limite trouvée est la valeur limite de la vitesse quand on augmente « infiniment la concentration » donc si on suppose que la vitesse est croissante en fonction de x, la vitesse maximale est la limite trouvée donc $v_{max} = 1{,}3 \times 10^{-3} mol.L^{-1}.s^{-1}$

Exercice 61 P80

1a&b) $\lim_{x\to2^+} f(x) = +\infty$ donc la courbe admet une asymptote verticale d'équation $x = 2$

2) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

3a) $\lim_{x\to+\infty} [f(x) - (x+5)] = \lim_{x\to+\infty} \frac{14}{x-2} = 0$ d'après les résultats fournis par le logiciel

b) on peut en déduire que la droite d'équation $y = x + 5$ est asymptote oblique à la courbe représentative de la fonction$f$