Interrogation : limites
Sujet porte

Exercice 1

Soit f, g, h et i les fonctions suivantes

$f(x) = e^x - x^{10} - \ln(x)$ définie sur $]0; +\infty[$

$g(x) = \frac{x^2-3x+4}{x+7}$ définie sur $]-\infty; -7[$

$h(x) = \frac{3x^2-5x+4}{5x^2+1}$ définie sur $]-\infty; +\infty[$

$i(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{6})$ définie sur $]-\infty; +\infty[$

Déterminer les limites suivantes et indiquer pour chacune l'équation de l'asymptote (s'il y en a une) : $\lim_{x\to 0} f(x)$ $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim_{x\to-7} g(x)$ $\lim_{x\to-\infty} h(x)$ $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}} i(x)$

Exercice 2

1) Prouver que $g(x) = x - 10 + \frac{74}{x+7}$
2) En déduire la limite de $g(x) - (x - 10)$ en $-\infty$
3) quelle asymptote peut-on déduire de la question précédente

Interrogation : limites
Sujet porte

Exercice 1

Soit f, g, h et i les fonctions suivantes

$f(x) = e^x - x^{10} - \ln(x)$ définie sur $]0; +\infty[$

$g(x) = \frac{x^2-3x+4}{x+7}$ définie sur $]-\infty; -7[$

$h(x) = \frac{3x^2-5x+4}{5x^2+1}$ définie sur $]-\infty; +\infty[$

$i(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{6})$ définie sur $]-\infty; +\infty[$

Déterminer les limites suivantes et indiquer pour chacune l'équation de l'asymptote (s'il y en a une) : $\lim_{x\to 0} f(x)$ $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim_{x\to-7} g(x)$ $\lim_{x\to-\infty} h(x)$ $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}} i(x)$

Exercice 2

1) Prouver que $g(x) = x - 10 + \frac{74}{x+7}$
2) En déduire la limite de $g(x) - (x - 10)$ en $-\infty$
3) quelle asymptote peut-on déduire de la question précédente

Interrogation : limites
Sujet ordinateur

Exercice 1

Soit f, g, h et i les fonctions suivantes

$f(x) = x^2 + \ln(x)$ définie sur $]0; +\infty[$

$g(x) = \frac{x^2-3x+4}{e^x-1}$ définie sur $]0; +\infty[$

$h(x) = \frac{3x+4}{5x+1}$ définie sur $]-\infty; +\infty[$

$i(x) = \left(\frac{5-3x}{x+2}\right)^{10}$ définie sur $]-2; +\infty[$

Déterminer les limites suivantes et indiquer pour chacune l'équation de l'asymptote (s'il y en a une) : $\lim_{x\to 0} f(x)$ $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

$\lim_{x\to 0} g(x)$ $\lim_{x\to+\infty} h(x)$ $\lim_{x\to-2} i(x)$

Exercice 2

Soit j la fonction qui à tout x $]-\infty; 5[$ associe le réel $j(x) = \frac{3x^2-5x+7}{x-5}$

1) Prouver que $j(x) = 3x + 10 + \frac{57}{x-5}$
2) En déduire la limite de $j(x) - (3x + 10)$ en $-\infty$
3) Quelle asymptote peut-on déduire de la question précédente ?

Interrogation : limites
Sujet ordinateur

Exercice 1

Soit f, g, h et i les fonctions suivantes

$f(x) = x^2 + \ln(x)$ définie sur $]0; +\infty[$

$g(x) = \frac{x^2-3x+4}{e^x-1}$ définie sur $]0; +\infty[$

$h(x) = \frac{3x+4}{5x+1}$ définie sur $]-\infty; +\infty[$

$i(x) = \left(\frac{5-3x}{x+2}\right)^{10}$ définie sur $]-2; +\infty[$

Déterminer les limites suivantes et indiquer pour chacune l'équation de l'asymptote (s'il y en a une) : $\lim_{x\to 0} f(x)$ $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

$\lim_{x\to 0} g(x)$ $\lim_{x\to+\infty} h(x)$ $\lim_{x\to-2} i(x)$

Exercice 2

Soit j la fonction qui à tout x $]-\infty; 5[$ associe le réel $j(x) = \frac{3x^2-5x+7}{x-5}$

1) Prouver que $j(x) = 3x + 10 + \frac{57}{x-5}$
2) En déduire la limite de $j(x) - (3x + 10)$ en $-\infty$
3) Quelle asymptote peut-on déduire de la question précédente ?

Interrogation : limites
Sujet porte

Exercice 1

$f(x) = e^x - x^{10} - \ln(x)$ définie sur $]0;+\infty[$ $i(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{6})$ définie sur $]-\infty;+\infty[$

$g(x) = \frac{x^2-3x+4}{x+7}$ définie sur $]-\infty;-7[$ $h(x) = \frac{3x^2-5x+4}{5x^2+1}$ définie sur $]-\infty;+\infty[$

$\lim\limits_{x\to 0} e^x - x^{10} = 1 - 0 = 1$ et $\lim\limits_{x\to 0} -\ln(x) = +\infty$ donc par somme $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$

$f(x) = e^x - x^{10} - \ln(x) = e^x\left(1 - \frac{x^{10}}{e^x} - \frac{\ln(x)}{e^x}\right)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} 1 - \frac{x^{10}}{e^x} - \frac{\ln(x)}{e^x} = 1$ donc par produit $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-7} x^2 - 3x + 4 = 74$ et $\lim\limits_{x\to-7} x + 7 = 0^-$ donc par quotient $\lim\limits_{x\to-7} g(x) = -\infty$

$h(x) = \frac{3x^2-5x+4}{5x^2+1} = \frac{x^2\left(3-\frac{5}{x}+\frac{4}{x^2}\right)}{x^2\left(5+\frac{1}{x^2}\right)} = \frac{3-\frac{5}{x}+\frac{4}{x^2}}{5+\frac{1}{x^2}}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} h(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{3-\frac{5}{x}+\frac{4}{x^2}}{5+\frac{1}{x^2}} = \frac{3}{5}$

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}} 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ et $\lim\limits_{y\to\frac{\pi}{2}} \cos(y) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ donc par composition $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}} i(x) = 0$

Exercice 2

1) $x - 10 + \frac{74}{x+7} = \frac{(x-10)(x+7)+74}{x+7} = \frac{x^2+7x-10x-70+74}{x+7} = \frac{x^2-3x+4}{x+7} = g(x)$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) - (x-10) = \lim\limits_{x\to-\infty} x - 10 + \frac{74}{x+7} - (x-10) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{74}{x+7} = 0$

3) ainsi $y = x - 10$ est l'asymptote oblique à la courbe représentative de la fonction g en $-\infty$

Interrogation : limites
Sujet ordinateur

Exercice 1

$f(x) = x^2 + \ln(x)$ définie sur $]0;+\infty[$ $i(x) = \left(\frac{5-3x}{x+2}\right)^{10}$ définie sur $]-2;+\infty[$

$g(x) = \frac{x^2-3x+4}{e^x-1}$ définie sur $]0;+\infty[$ $h(x) = \frac{3x+4}{5x+1}$ définie sur $]-\infty;+\infty[$

$\lim\limits_{x\to 0} x^2 = 0$ et $\lim\limits_{x\to 0} \ln(x) = -\infty$ donc par somme $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -\infty$

$g(x) = \frac{x^2-3x+4}{e^x-1} = \frac{x^2\left(1-\frac{3}{x}+\frac{4}{x^2}\right)}{e^x\left(1-\frac{1}{e^x}\right)} = \frac{x^2}{e^x}\frac{1-\frac{3}{x}+\frac{4}{x^2}}{1-\frac{1}{e^x}}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2}{e^x} = 0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1-\frac{3}{x}+\frac{4}{x^2}}{1-\frac{1}{e^x}} = 1$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 0$

$\lim\limits_{x\to 0} e^x - 1 = 0^+$ et $\lim\limits_{x\to 0} x^2 - 3x + 4 = 4$ et donc par quotient $\lim\limits_{x\to 0} g(x) = +\infty$

$h(x) = \frac{3x+4}{5x+1} = \frac{x\left(3+\frac{4}{x}\right)}{x\left(5+\frac{1}{x}\right)} = \frac{3+\frac{4}{x}}{5+\frac{1}{x}}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{3+\frac{4}{x}}{5+\frac{1}{x}} = \frac{3}{5}$

$\lim\limits_{x\to-2} 5 - 3x = 11$ et $\lim\limits_{x\to-2} x + 2 = 0^+$ donc $\lim\limits_{x\to-2} \frac{5-3x}{x+2} = +\infty$

De plus $\lim\limits_{y\to+\infty} y^{10} = +\infty$ Donc par composition $\lim\limits_{x\to-2} i(x) = +\infty$

Exercice 2

Soit j la fonction qui à tout x $]-\infty;5[$ associe le réel $j(x) = \frac{3x^2-5x+7}{x-5}$

1) $3x + 10 + \frac{57}{x-5} = \frac{(3x+10)(x-5)}{x-5} + \frac{57}{x-5} = \frac{3x^2-15x+10x-50+57}{x-5} = \frac{3x^2-5x+7}{x-5} = j(x)$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} j(x) - (3x+10) = \lim\limits_{x\to-\infty} 3x + 10 + \frac{57}{x-5} - (3x+10) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{57}{x-5} = 0$

3) ainsi $y = 3x + 10$ est l'asymptote oblique à la courbe représentative de la fonction j en $-\infty$